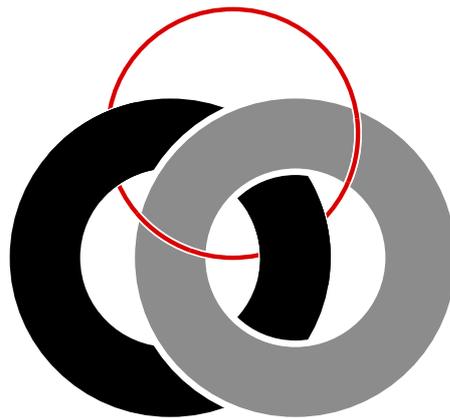

Efimov-Physik im Lithium-Rubidium-Gemisch



— **Dissertation** —

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von
Reinhardt A.W. Maier
aus Böblingen

Tübingen
2017

Gedruckt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Eberhard Karls Universität Tübingen.

Tag der mündlichen Qualifikation: 29.05.2018
Dekan: Prof. Dr. Wolfgang Rosenstiel
1. Berichterstatter: Prof. Dr. Claus Zimmermann
2. Berichterstatter: Prof. Dr. József Fortágh
3. Berichterstatter: Prof. Dr. Hanns-Christoph Nägerl

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Streutheorie ultrakalter Atome	5
2.1	Zweikörperstoß	5
2.1.1	Feshbach-Resonanzen	9
2.1.2	Van-der-Waals-Potential	12
2.2	Der Efimov-Effekt	15
2.2.1	Hypersphärische Koordinaten	15
2.2.2	Die Faddeev-Gleichungen	17
2.2.3	Hypersphärisches Potential	19
2.2.4	Skalierungsinvarianz	21
2.2.5	Dreikörperrekombination	26
2.2.6	Einfluss tiefgebundener zweiatomiger Moleküle	27
2.2.7	Streuung mit ungleichen Massen	29
3	Apparativer Aufbau	33
3.1	Gesamtaufbau	34
3.2	Lasersystem für die Anregung von Lithium-Übergängen	34
3.2.1	Laserfrequenzregelungen	38
3.2.2	Optischer Halbleitertrapezverstärker	47
3.2.3	Strahlenaufteilung für die Lithium-MOT	50
3.2.4	Strahlengänge der Experimentphasen	51
3.3	Zeeman-Abbremsler	54
3.4	Lithium-Ofen	55
3.5	Lasersystem für die Anregung von Rubidium-Übergängen	57
3.5.1	Titan-Saphir-Laser	57
3.5.2	Diodenlaser	59
3.6	Optische Dipolfalle	60
3.6.1	Neukonzeption	61
3.6.2	Lichtintensitätsregelung	61
3.6.3	Strahlanpassung	63

3.7	Kamerasystem	65
4	Ergebnisse	67
4.1	RF-Spektroskopie von Quasi- ${}^6\text{Li}_2$ -Molekülen	67
4.2	Efimov-Spektroskopie von ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}_2$ -Trimeren	73
5	Zusammenfassung und Ausblick	81
	Literaturverzeichnis	85

Kapitel 1

Einleitung

Das innere Gefüge von Materie – eines Nukleons, eines Atoms, eines Moleküls – oder die klumpige Verteilung der Materie im Kosmos werden bestimmt von den Details der Wechselwirkung ihrer Bestandteile. Die Physik der Wechselwirkung von neutralen Quantenteilchen bei ultratiefen Temperaturen kann sich davon fundamental unterscheiden. Bei sehr kleinen Energien genügt ein einziger Parameter a , um die quantenmechanische Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen zu charakterisieren. Höhere Partialwellen tragen nicht mehr bei und elastische Stöße können einfach wie zwischen kleinen Billardkugeln mit einem Radius $|a|$ beschrieben werden. Die notwendige Bedingung für diese Beschreibung ist, dass die sogenannte s -Wellenstreulänge $|a|$ groß ist im Vergleich zu allen weiteren Längenskalen der Wechselwirkung, etwa der Reichweite der Kernteilchenkräfte oder des Van-der-Waals-Potentials. Dies ist gleichbedeutend damit, dass ein gebundener Zweikörperzustand sehr nahe an der Schwelle zur Energie der atomaren Asymptote liegt: für $a > 0$ unterhalb der Schwelle in einem sehr schwach gebundenen Dimerzustand und für $a < 0$ verschwindet der Zustand gerade im Streukontinuum.

1970 machte Vitaly Efimov, der zur dieser Zeit am Institut für Nuklearphysik in Leningrad forschte, eine bizarre Vorhersage für das Dreikörperproblem der Quantenphysik, wenn die Paarwechselwirkung in diesem resonanten Regime liegt [Efi70, Efi71, Efi73]. Er sagte eine unendliche Reihe von gebundenen Dreikörperzuständen mit einer geometrischen Skalierungssymmetrie voraus, denn das Dreikörperpotential sei von der Form $1/R^2$. Diese heute als Efimov-Resonanzen bekannten Zustände sind *universell*, in dem Sinne, dass sie unabhängig von der Art der Teilchen oder den Details ihrer kurzreichweitigen Wechselwirkung sind. Diese faszinierenden Systeme mit diskreter Skalierungssymmetrie sind sehr exotisch. Ein klassisches Beispiel wäre das selbstähnliche Wachstum der Kristalle einer Schneeflocke. Eine weitere Kuriosität bilden die gebundenen Trimerzustände für $a < 0$, für die keinerlei Paarbindung existiert. Diese Trimere werden als Borromäische Zustände bezeichnet, da wie bei den Borromäischen Ringen die Wegnahme einer Komponente das Gebilde zerstört (siehe Titelbild).

Über 35 Jahre hinweg gelang allerdings kein experimenteller Nachweis eines Efimov-

Zustandes [Fer10]. Gesucht wurden sie unter anderem in Atomkernen, anschließend in Neutronenstreuprozessen. Später wurde das Helium-Trimer ${}^4\text{He}_3$ äußerst intensiv als Kandidat diskutiert. In der Zwischenzeit entwickelte sich die einzigartige Möglichkeit, die Streulänge in ultrakalten Gasen durch Feshbach-Resonanzen zu ändern [Tie93, Ino98, Cou98, Chi10]. Dank der Feshbach-Resonanzen ist man nicht mehr, wie in der Kernphysik, auf eine feste Streulänge beschränkt, sondern kann die Zweikörperwechselwirkung durch Anlegen eines externen Magnetfelds durchstimmen.

Der erste Efimov-Zustand konnte 2006 in Innsbruck in ultrakaltem Caesium nachgewiesen werden [Kra06]. Es folgten Beobachtungen in ${}^6\text{Li}$ [Ott08, Huc09], ${}^7\text{Li}$ [Pol09b, Gro09], ${}^{39}\text{K}$ [Zac09], ${}^{133}\text{Cs}$ [Ber11, Hua14], ${}^{85}\text{Rb}$ [Wil12]. Dabei gelang der Nachweis durch Verlustmessungen aufgrund der Efimov-Überhöhung der Dreikörperrekombination [Esr99, Nie99, Bed00]. Außerdem gelang es, Efimov-Zustände durch Photoassoziation mit Radiofrequenz-Photonen direkt zu generieren [Lom10, Nak11, Mac12].

Trotz der großen Anzahl an beobachteten Efimov-Zuständen bleibt die Überprüfung der universellen Skalierungssymmetrie eine große Herausforderung. Bei einer Größe R_n und einer Energie E_n des Efimov-Zustands n gilt die Skalierungsinvarianz $R_n = \lambda R_{n-1}$ und $E_n = \lambda^2 E_{n-1}$ mit der Skalierungskonstanten λ . Für die meisten beobachteten Dreikörperstreuressonanzen durch Koppeln eines Efimov-Zustands an das Streukontinuum bei der Streulänge $a_-^{(n)} < 0$ gilt entsprechend für die Streulänge die Skalierung $a_-^{(n)} = \lambda a_-^{(n-1)}$. In homonuklearen Systemen beträgt der Faktor $\lambda \approx 22,7$. Ein Nachweis eines zweiten Efimov-Zustandes erfordert eine erhebliche Reduktion der Temperatur um den Faktor $\lambda^2 \approx 515$.

Heteronukleare Efimov-Zustände bestehen aus einem leichten und zwei schweren Atomen und können einen signifikant kleineren Skalierungsfaktor aufweisen [Ulm16b]. Aufgrund der größeren experimentellen Herausforderung sind bisher lediglich im Kalium-Rubidium- sowie Lithium-Caesium-Gemisch heteronukleare Efimov-Resonanzen beobachtet worden: ${}^{40/41}\text{K}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ [Bar09, Blo13, Hu14], ${}^6\text{Li}$ - ${}^{133}\text{Cs}$ [Pir14, Tun14, Ulm15, Ulm16a].

Die vorliegende Arbeit dokumentiert die erste Messung eines Efimov-Zustandes im Lithium-Rubidium-Gemisch [Mai15]. Das reichhaltigere Efimov-Szenario für heteronukleare Gemische ermöglicht außerdem Untersuchungen der Einflüsse des Massenverhältnisses und der Intraspeziesstrelänge a_{BB} [Häf17, Ulm16c], sowie des Resonanzstärkenparameters s_{res} [Joh17]. Für die aktuelle, intensive Diskussion liegen allerdings kaum Messdaten vor.

Für sehr kleine Teilchenabstände ändert sich ein $1/R^2$ -Potential so schnell, dass die Grundzustandsenergie des Energiespektrums der Trimere divergiert, bedingt durch den Thomas-Effekt [Tho35]. Diese Singularität kann im Modell normiert werden, indem für diesen Bereich ein Cut-off-Wert im Orts- oder Impulsraum eingeführt wird [Bra06], der sogenannte Dreikörperparameter. Dadurch wird das Dreikörperproblem stark vereinfacht, zumal nicht-triviale Dreikörperkräfte in das kurzreichweitige Potential eingehen

könnten [DIn09, Ham13]. Die genaue Abhängigkeit des Dreikörperparameters von den kurzreichweitigen Details der Paarwechselwirkung war lange Zeit eine offene Frage. Überraschenderweise wurde für homonukleare Efimov-Zustände in verschiedenen Systemen immer ein ungefähr gleicher Dreikörperparameter gefunden, wenn man diesen in Einheiten des jeweiligen Van-der-Waals-Radius ausdrückt. Der Efimov-Grundzustand fand sich dann bei einer Streulänge $a_- \approx -9r_{\text{vdW}}$ [Gro10, Ber11, Wil12]. Dieser experimentelle Befund führte umgehend zu einem neuen Theoriemodell einer universellen, effektiven Barriere, die im Dreikörperpotential die Teilchen am Annähern unter $2r_{\text{vdW}}$ hindert [Wan12a, Nai14b]. Das Zweikörper-Van-der-Waals-Potential mit seinem $1/R^6$ -Verhalten ist für das Bilden dieser Barriere ursächlich. Dieser Ansatz, der die Streuwellenfunktion bei kleinen Abständen verdrängt und diese von Dreikörperkräften erstaunlich unbeeinflusst macht, wird als Van-der-Waals-Universalität bezeichnet [Wan14]. Dieses Konzept wurde auch für weitere Klassen von Potentialen vorgeschlagen, die nicht durch den molekularen Van-der-Waals-Ausläufer mit $1/R^6$ gegeben sind [Nai14a]. Damit wäre dies auch für Systeme der Kern- und Festkörperphysik relevant.

In heteronuklearen Systemen wird diese Universalität ebenfalls erwartet. Allerdings geht in die Abhängigkeit von den kurzreichweitigen Abständen zusätzlich das Massenverhältnis ein [Wan12b, Wan15]. Die gemessene Grundzustandstreulänge des Efimov-Zustandes der vorliegenden Arbeit bekräftigt die Theorie der Van-der-Waals-Universalität.

Die Streulänge mit den größten Dreikörperverlusten ist nicht notwendigerweise die reale Position einer Feshbach-Resonanz. Eine genaue Bestimmung der Resonanzposition ist durch Extrapolation aus der Bindungsenergie $E_b = \hbar^2/(2\mu a^2)$ möglich. Diese kann mit Radiofrequenzspektroskopie gemessen werden [Reg03, Ulm15]. Die vorliegende Arbeit demonstriert dieses Verfahren am Beispiel von Quasi-Molekülen in der Fermi-Bose-Mischung ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ [Mai10]. Einen symmetrischen Verlauf der Verluste um die reale Feshbach-Resonanzposition ergibt sich bei elastischen Stößen zwischen zwei Ensembles, die nicht bei gleicher Temperatur präpariert sind [Chi10, Joh17]. Diese Technik findet in dieser und vorangegangenen Arbeiten im Lithium-Rubidium-Gemisch Anwendung [Deh08a, Mar09a, Mai15].

Der Nachweis des Efimov-Zustands fand im Streukanal ${}^7\text{Li} |1, 1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ bei der s -Wellen-Feshbach-Resonanz bei einer Magnetfeldstärke von 661 G statt. Die durch eine verbesserte Feshbach-Spektroskopie gefundenen Positionen weiterer Feshbach-Resonanzen in diesem Streukanal konnten von Prof. E. Tiemann von der Leibniz-Universität Hannover für eine genauere Modellierung der Lithium-Rubidium-Molekülpotentiale genutzt werden. Diese reproduziert erstmals alle bekannten Feshbach-Resonanzen in Lithium-Rubidium-Isotopengemischen im Rahmen des statistischen und systematischen Fehlers. Darüber hinaus konnte die bisher nicht zuzuordnende Resonanz bei 535 G als d -Wellenresonanz identifiziert werden. Dieses neue Modell wurde zur Bestimmung der exakten Streulänge des beobachteten Efimov-Zustands eingesetzt.

Außerdem wird in der vorliegenden Arbeit eine neue Nachweismethode für einen Efimov-Zustand geschildert, die nicht direkt auf einer Verlustmessung basiert. Wenn ein Atom durch den Dreikörperrekombinationsprozess die Falle verlässt, hat es weniger Energie als der Durchschnitt des Ensembles [Web03, Ott08, Roy13]. Die überschüssige Energie wird umverteilt und führt somit zu einem Heizen der Atomwolke. Da die Rekombinationsrate von der Interspeziesstreuungslänge abhängt, ist die Position der Temperaturerhöhung mit der Position der Dreikörperresonanz verknüpft.

Die Niederschrift beginnt mit einer Zusammenfassung der Zwei- und Dreikörperstreuungstheorie, wobei für die Behandlung der Efimov-Physik die Darstellung im Rahmen der hypersphärischen Koordinaten und der Ansatz der Faddeev-Gleichungen verwendet wird [Fed93]. Das dritte Kapitel dokumentiert den experimentellen Aufbau. Dieser wurde gegenüber vorangegangenen Experimenten so verändert und erweitert, dass vollautomatisierte Messungen über einen Zeitraum von mehreren Wochen ohne manuellen Eingriff ermöglicht wurden. Das vierte Kapitel stellt die Ergebnisse der Radiofrequenzspektroskopie von Quasi- ^6Li -Molekülen und der Messung einer Efimov-Resonanz im ^7Li - ^{87}Rb -Gemisch vor.

Kapitel 2

Streutheorie ultrakalter Atome

Dank der Möglichkeit bei ultrakalten Gasen die interatomare Wechselwirkung kontrollieren zu können, eröffnen sich einzigartige Zugänge zu interessanten Streuphänomenen. Die atomaren Streuprozesse spielen eine entscheidende Rolle für die Eigenschaften einer ultrakalten Gaswolke. Sie sind ursächlich für die Thermalisierung eines gefangenen Ensembles, indem sich die kinetische Energie der einzelnen Atome durch elastische Stöße auf das Ensemble umverteilt. Dies bildet die Grundlage des Verdampfungskühlens [Ket96] und kann durch Interspezieskollisionen zum sympathetischen Kühlen erweitert werden.

Die interatomare Wechselwirkung bestimmt darüber hinaus die Gleichgewichtsform und auch die Dynamik eines Bose-Einstein-Kondensats (engl. *Bose-Einstein condensate*, kurz BEC). Die Entstehung eines Kondensats kann aber auch verhindert sein und ist (solange kein homogenes Magnetfeld besteht) von der atomaren Spezies abhängig. Bei dem in dieser Arbeit unter anderem verwendeten bosonischen ${}^7\text{Li}$ dominieren mit zunehmender Dichte die inelastischen Stöße und führen zu einem Kollaps des entstehenden BEC. Es ist dadurch nur mit einer Teilchenzahl von wenigen 1000 Atomen stabil.

Dieses Kapitel zeichnet einen Grundriss der Zweikörperphysik und im Besonderen von Feshbach-Resonanzen. Ausgehend von einem einfachen Streuprozess wird dieser auf höhere Partialwellen erweitert und auf ein System aus unterscheidbaren Teilchen generalisiert. Der letzte Teil erläutert ein Dreikörperphänomen, den so genannten Efimov-Zustand. Dieser wird mit Hilfe des anschaulichen hypersphärischen Formalismus dargestellt, der die universellen Eigenschaften dieser Theorie verdeutlicht.

2.1 Zweikörperstoß

Dieser Abschnitt handelt von den Grundgedanken einer Beschreibung von atomaren Kollisionsprozessen nach [Dal99]. Die für die weitere Behandlung zentralen Begriffe werden dabei eingeführt und erläutert. Eine ausführliche Darstellung findet sich unter

anderem in [Tim99, Chi10].

Es ist bemerkenswert, dass sich aus dem Zweikörperwechselwirkungspotential zwischen einzelnen Atomen unmittelbar die makroskopischen Eigenschaften eines ganzen Ensembles ableiten lassen. Dafür seien zwei Teilchen angenommen mit den Massen m_1 und m_2 , die über das Potential $V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ wechselwirken. Der Kollisionsprozess wird durch den Hamilton-Operator

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{2m_2} + V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \quad (2.1)$$

beschrieben, wobei \mathbf{p} der jeweilige Impuls eines Teilchens sei. Aus dieser sechsdimensionalen Beschreibung lässt sich durch Wechsel in die Schwerpunktkoordinate der Kollisionsterm abeparieren. Dieser enthält nur noch die Bewegung eines Streuteilchens mit der reduzierten Masse $m_r = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$. Dieses sogenannte *Relativteilchen* wird an einem effektiven Wechselwirkungspotential $V(\mathbf{r})$ mit $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ gestreut. Die Schwerpunktbewegung ist die eines freien Teilchens mit der Gesamtmasse $m_1 + m_2$.

Um die Streueigenschaften von $V(\mathbf{r})$ näher zu betrachten, sucht man die Energieeigenzustände der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung der Relativbewegung

$$\left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_r} + V(\mathbf{r}) \right) \psi_k(\mathbf{r}) = E_k \psi_k(\mathbf{r}) \quad (2.2)$$

für die positive Kollisionsenergie $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m_r$ mit dem reduzierten Planckschen Wirkungsquantum \hbar . Die Wellenfunktion $\psi_k(\mathbf{r})$ soll die asymptotische Form einer Superposition von einer einlaufenden ebenen Welle mit dem Relativimpuls $\hbar \mathbf{k}$ und einer gestreuten, auslaufenden Wellenfunktion annehmen

$$\psi_k(\mathbf{r}) \sim \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \frac{\exp(ikr)}{r}. \quad (2.3)$$

Die sogenannte Streuamplitude $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ am Ort \mathbf{r} ist dabei bestimmt durch die Kreiswellenzahl k , ihre einlaufende Richtung $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$ und die Ausbreitungsrichtung $\mathbf{n}' = \mathbf{r}/r$ [Mes66]. Sie wird beschrieben durch

$$f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = -\frac{m_r}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}') d^3r', \quad (2.4)$$

mit $\mathbf{k}' = k\mathbf{n}'$. Für sehr kleine Energien, das heißt wenn k sehr viel größer ist als die Potentialausdehnung, wird die Streuamplitude isotrop. Sie wird unabhängig von den normierten Richtungsvektoren \mathbf{n} und \mathbf{n}' und vereinfacht sich zu einer sphärischen Wellenfunktion

$$\psi_k(\mathbf{r}) \sim \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + f(k) \frac{\exp(ikr)}{r}. \quad (2.5)$$

Durch die Streuamplitude $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ lässt sich der differentielle Streuquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2, \quad (2.6)$$

sowie durch Integration über alle Raumwinkel der totale Streuquerschnitt σ mit

$$\sigma(k, \mathbf{n}) = \int |f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2 d^2n' \quad (2.7)$$

ausdrücken. Wird nur die erste Ordnung der Streuamplitude im Potential $V(\mathbf{r})$ berücksichtigt, spricht man von der Bornschen Näherung. Mit ihr kann die unbekannte, exakte Wellenfunktion $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}')$ durch eine Funktion nullter Ordnung ersetzt werden. Damit wird die Streuamplitude einfach zur Fourier-Transformierten des Potentials $V(\mathbf{r})$

$$f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = -\frac{m_r}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') d^3r'. \quad (2.8)$$

Für sphärisch-symmetrische Potentiale $V(\mathbf{r}) = V(r)$ vereinfacht sich die dreidimensionale Schrödinger-Gleichung für die Streuamplitude aus Symmetriegründen zu

$$f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \equiv f(k, \theta). \quad (2.9)$$

Dabei gilt für den Winkel θ in der Stoßebene $\cos(\theta) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}'$. Die ein- und auslaufende Wellenfunktion kann als Satz von Eigenfunktionen von \hat{L}^2 und \hat{L}_z ausgedrückt werden, mit z als Richtung der einlaufenden Welle und $\hat{\mathbf{L}}$ als Drehimpulsoperator der Relativbewegung

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l Y_l^m(\theta, \phi) \frac{u_{k,l,m}(r)}{r}. \quad (2.10)$$

Dabei ist der azimutale Winkel um die z -Achse mit ϕ bezeichnet. $Y_l^m(\theta, \phi)$ sind die sphärischen, harmonischen und $u_{k,l,m}(r)$ die radialen Funktionen. Die einlaufende ebene Welle ist aber unabhängig von dem azimutalen Winkel ϕ , da sie ein Eigenzustand von \hat{L}_z ist mit $m = 0$. Damit kann mit den Legendre-Polynomen der Streuzustand ψ als Summe der ein- und auslaufenden Wellen geschrieben werden

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \sim \frac{1}{2ikr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\theta) \left((-1)^{l+1} e^{-ikr} + e^{2i\delta_l} e^{ikr} \right), \quad (2.11)$$

mit einer Relativphase $\exp(2i\delta_l)$. Das Streuproblem reduziert sich damit auf eine Dimension und ist gänzlich bestimmt durch die Streuphase. Die Schrödinger-Gleichung für jede Partialwelle $u_{k,l}(r)$ lautet damit

$$u_{k,l}''(r) + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2m_r V(r)}{\hbar^2} \right) u_{k,l}(r) = 0. \quad (2.12)$$

Die Streuamplitude ist damit gegeben durch

$$f(k, \theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left(e^{2i\delta_l} - 1 \right) P_l(\cos \theta). \quad (2.13)$$

Für den Streuquerschnitt gilt durch Summieren über alle Partialwellen

$$\sigma(k) = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k), \quad (2.14)$$

solange die Teilchen unterscheidbar sind, da nur dann die Streuamplitude $f(k, \theta)$ von $f(k, \pi - \theta)$ verschieden ist. Für identische Teilchen muss das Vorzeichen der Wellenfunktion bei Vertauschung mitbetrachtet werden. So tragen bei spin-polarisierten Bosonen die geraden Werte von l doppelt zum Streuquerschnitt bei, während sich die ungeraden Beiträge aufheben

$$\sigma(k) = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{2l} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k). \quad (2.15)$$

Für polarisierte Fermionen führt die Parität der antisymmetrischen Wellenfunktion respektive zu

$$\sigma(k) = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{2l+1} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k). \quad (2.16)$$

Die höheren Partialwellen führen zu einer Zentrifugalbarriere

$$U_{l>0} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_r r^2}. \quad (2.17)$$

Ein Relativteilchen, das eine Energie kleiner der Barriere aufweist, wird an dieser reflektiert und erfährt durch das Potential $V(r)$ keine Phasenänderung $\delta_l(k)$, da gilt

$$\delta_l(k) \sim k^{2l+1} \pmod{\pi} \quad \text{für} \quad k \rightarrow 0, \quad (2.18)$$

sodass der Streuquerschnitt für höhere Partialwellen die Form

$$\sigma_{l \neq 0}(k) = \frac{8\pi}{k^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l \sim k^{4l} \rightarrow 0 \quad \text{für} \quad k \rightarrow 0 \quad (2.19)$$

annimmt [Bra06]. Für Partialwellen mit $l \neq 0$ können quasi-gebundene Zustände existieren, siehe Abbildung 2.3. Wenn die Energie der einlaufenden Relativwelle nahe der eines quasi-gebundenen Zustands ist, kann es zu sogenannten Formresonanzen kommen. Diese führen zu einer starken Erhöhung des Beitrags einer Partialwelle mit $l \neq 0$, obwohl eine reine $l = 0$ Streuung zu erwarten wäre.

Fern von Formresonanzen und für sehr kleine Kreiswellenzahlen k kann die Phasenverschiebung vollständig durch die s -Wellen-Phasenänderung $\delta_0(k)$ ausgedrückt werden. Im Allgemeinen ist jene eine Funktion des Impulses $\hbar k$ und kann für ausreichend kleine

Energien in der sogenannten effektiven Reichweitenerweiterung (engl. *effective-range expansion*)

$$k \cot \delta_0(k) = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2}r_0k^2 + \dots \quad (2.20)$$

ausgedrückt werden [Chi10]. Dabei bezeichnet r_0 die effektive Reichweite, die direkt mit der langreichweitigen Eigenschaft des Van-der-Waals-Potentials verknüpft ist. Im Grenzwert $k \rightarrow 0$ gilt $k \cot \delta_0 k = -1/a$. Die entsprechende De-Broglie-Wellenlänge $\lambda_{\text{dB}} = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mk_{\text{B}}T)}$ mit der Boltzmann-Konstanten k_{B} und der Temperatur T erlaubt eine Auflösung der internen Struktur des Wechselwirkungspotentials $V(r)$ nicht mehr. Damit kann zwischen verschiedenen Potentialverläufen nicht unterschieden werden, sofern sie zu einer gleichen Phasenverschiebung führen.

Ein Ansatz, der das Potential $V(r)$ für alle Partialwellen $l > 0$ vernachlässigt, führt zu einer reinen isotropen Streuung. Dies ist für kleine Streuenergien eine gute Näherung. Über den Grenzwert verschwindender Energie definiert sich die s -Wellen-Streulänge a zu

$$a = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan \delta_0(k)}{k}. \quad (2.21)$$

Mit Hilfe der s -Wellen-Streulänge a kann nun der Wirkungsquerschnitt aus der Gleichung 2.14 genähert werden als

$$\sigma_0(k) = \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2} \xrightarrow{ka \ll 1} 8\pi a^2 \quad (2.22)$$

$$\xrightarrow{ka \gg 1} 8\pi/k^2. \quad (2.23)$$

Dies gilt für identische Bosonen und reduziert sich für unterscheidbare Teilchen um einen Faktor zwei. Für identische Fermionen ist sie dagegen gänzlich Null. Das bedeutet, dass polarisierte Fermionen, bei denen nur ungerade Partialwellen l einen Wirkungsquerschnitt aufweisen, bei sehr kleinen Energien überhaupt nicht mehr streuen. Das *unitäre Limit* begrenzt die elastischen Kollisionen, wenn $ka \gg 1$ wird. Dies kann bei großen Streulängen bereits im Mikrokkelvin-Regime erreicht sein.

2.1.1 Feshbach-Resonanzen

Dieser Abschnitt behandelt die Grundzüge einer Feshbach-Resonanz und ihrer elementaren Eigenschaften. Die im vorangegangenen Abschnitt eingeführten Molekülpotentiale gehen für große interatomare Abstände asymptotisch in die zweier freier Atome über. Bei Kollisionsprozessen in einer ultrakalten Wolke und damit bei sehr kleiner Präparationsenergie E wird dieses Potential V_{bg} als *offener Kanal* oder als *Eingangskanal* bezeichnet. Es soll nun neben dem Eingangskanalpotential noch ein weiteres Molekülpotential V_c angenommen werden, das nahe der Schwelle des Eingangskanals gebundene Zustände aufweist. Für Abstände $R \rightarrow \infty$ soll seine Energie $E_c > E$ sein und damit energetisch verboten. Er wird daher als *geschlossener Kanal* bezeichnet, vergleiche Abbildung 2.1.

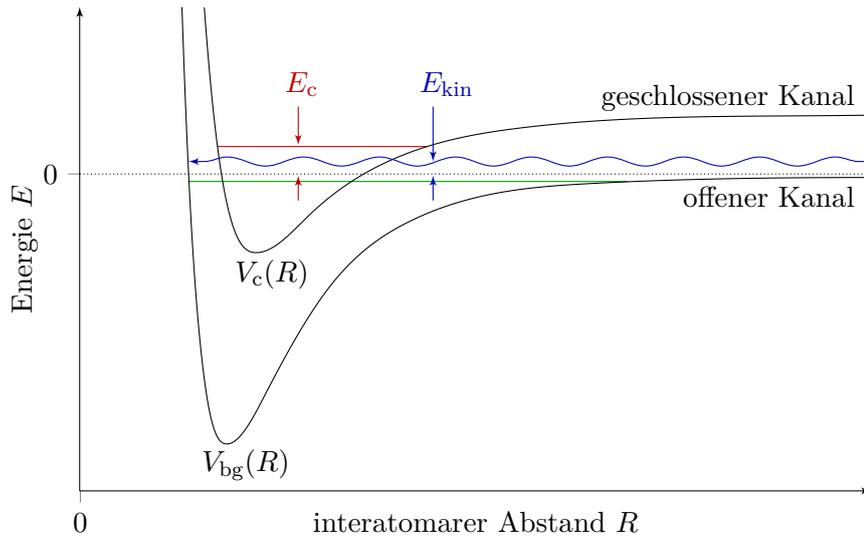


Abbildung 2.1 – Modell einer Feshbach-Resonanz

Zwei Molekülpotentiale eines Zweiteilchensystems, aufgetragen gegen den Abstand des Paares. Die radial einlaufende Welle (blaue Linie) mit der kinetischen Energie E_{kin} wird an dem kurzreichweitigen repulsiven Potential reflektiert. Dieses Potential $V_{\text{bg}}(R)$ des präparierten Zustands wird als offener Kanal bezeichnet. Sein Verlauf und damit sein letztgebundener Zustand (in grün) legen die Hintergrundstreu­länge a_{bg} fest.

Ein weiteres Molekülpotential V_c ist zunächst energetisch verboten und wird daher als geschlossener Kanal bezeichnet. Das Phänomen der Feshbach-Resonanz tritt auf, wenn ein gebundener Zustand (in rot) des geschlossenen Kanals mit einer Energie E_c mit der einlaufenden Welle entartet und resonant koppelt. Sind die beiden magnetischen Momente der beteiligten Kanäle unterschiedlich, kann dies bei einem Magnetfeld B_0 eintreten.

Man spricht von einer Feshbach-Resonanz, wenn ein gebundener Zustand des geschlossenen Kanals mit dem Streuzustand des offenen Kanals energetisch entartet. Bereits eine sehr schwache Kopplung dieser Zustände führt zu einer starken Änderung der Streueigenschaften. Eine Mischung der beiden Kanäle kann herbeigeführt werden, indem die beiden Energieniveaus optisch gekoppelt werden, bekannt als optische Feshbach-Resonanz [Fed96, Boh99]. Falls die beiden Kanäle unterschiedliche magnetische Momente aufweisen, kann die Energiedifferenz durch den Zeeman-Effekt aufgehoben werden. Dies wird als magnetische Feshbach-Resonanz bezeichnet [Stw76, Tie93]. Die damit verbundene Änderung der s -Wellenstreu­länge a kann durch einen einfachen Ausdruck mit dem Magnetfeld B in Verbindung gebracht werden [Moe95]

$$a(B) = a_{\text{bg}} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right). \quad (2.24)$$

Dabei bezeichnet a_{bg} die Hintergrundstreu­länge, die den Streuprozess ohne Resonanzen kennzeichnet. Sie ist ausschließlich durch den Potentialverlauf des offenen Kanals V_{bg} gegeben, der die Lage des letzten gebundenen Vibrationszustands bestimmt. Die Position der Resonanz ist durch das Magnetfeld B_0 angegeben, bei der die Streulänge eine Polstelle

aufweist und zu beliebigen negativen wie positiven Werten divergiert. Der Abstand vom Pol bis zum nächstgelegenen Nulldurchgang der Streulänge a wird durch die Resonanzbreite Δ angegeben.

Die Resonanz führt in einem relativ engen Energiebereich zu einer schnellen Änderung der Streuphase $\delta_l(k)$ um $\approx \pi$ durch die Anwesenheit von quasi-gebundenen Zuständen des Systems, die an den Streuzustand der kollidierenden Atome ankoppeln. Dies führt für große positive Werte der Streulänge a zu einem schwach gebundenen Molekülzustand, für dessen Bindungsenergie gilt

$$E_b = \frac{\hbar^2}{2\mu a^2}, \quad (2.25)$$

mit der reduzierten Masse μ des Atompaares. Die Bindungsenergie hängt in diesem Bereich quadratisch von der Streulänge a ab. Der Zustand kann durch ein effektives Molekülpotential beschrieben werden, das von keinem weiteren freien Parameter abhängt. Dieser Bereich wird daher als *universell* bezeichnet und ist von besonderem Interesse. Die Wellenfunktion der relativen, atomaren Bewegung dehnt seine Aufenthaltswahrscheinlichkeit zu großen Abständen aus. Der Abstand mit der größten Aufenthaltswahrscheinlichkeit wird vergleichbar mit der Streulänge a . Diese Zustände erhielten deshalb die Bezeichnung Halo-Dimere. Die Energie eines schwach gebundenen Molekülzustands entartet auf Resonanz bei B_0 mit der zweier freier Atome mit verschwindender kinetischer Energie.

Der Bereich, in dem das System als universell angesehen werden kann, ist nicht ausschließlich durch die Resonanzbreite Δ geben. Vielmehr setzt sich diese aus der Resonanzstärke Γ_0 und der Differenz der magnetischen Momente $\delta\mu$ zusammen

$$\Delta = \frac{\Gamma_0}{\delta\mu} \quad \text{mit} \quad \delta\mu = \mu_{\text{atom}} - \mu_c. \quad (2.26)$$

Klassifizieren lassen sich Feshbach-Resonanzen durch eine zweckmäßige Größe, den dimensionslosen Resonanzstärkeparameter s_{res} . Er ist stets positiv und definiert als

$$s_{\text{res}} = \frac{a_{\text{bg}}}{\bar{a}} \frac{\delta\mu\Delta}{\bar{E}} \quad (2.27)$$

mit der mittleren Streulänge $\bar{a} = [4\pi/\Gamma(1/4)^2]R_{\text{vdW}}$ [Gri93]. Dabei bezeichnet $\Gamma(x)$ die Gamma-Funktion und die sich dazugehörig ergebende Energie $\bar{E} = \hbar^2/(2\mu\bar{a}^2)$. Damit kann man zwei Klassen von Resonanzen unterscheiden. Resonanzen mit $s_{\text{res}} \ll 1$ weisen nur in einem kleinen Teil der Breite Δ Universalität auf. Sie sind meist schmaler als 1 G und werden als vom geschlossenen Kanal dominierte Resonanzen (engl. *closed channel dominated*) bezeichnet, weil der Spin-Charakter der Streuung und der gebundene Zustand überwiegend durch den geschlossenen Kanal beeinflusst sind. Die zweite Klasse von Resonanzen mit $s_{\text{res}} \gg 1$ zeigen über den größten Teil ihrer Breite Δ universelle Eigenschaften und erstrecken sich meist über deutlich mehr als 1 G. Sie werden als vom Eingangskanal dominiert (engl. *entrance channel dominated*) bezeichnet.

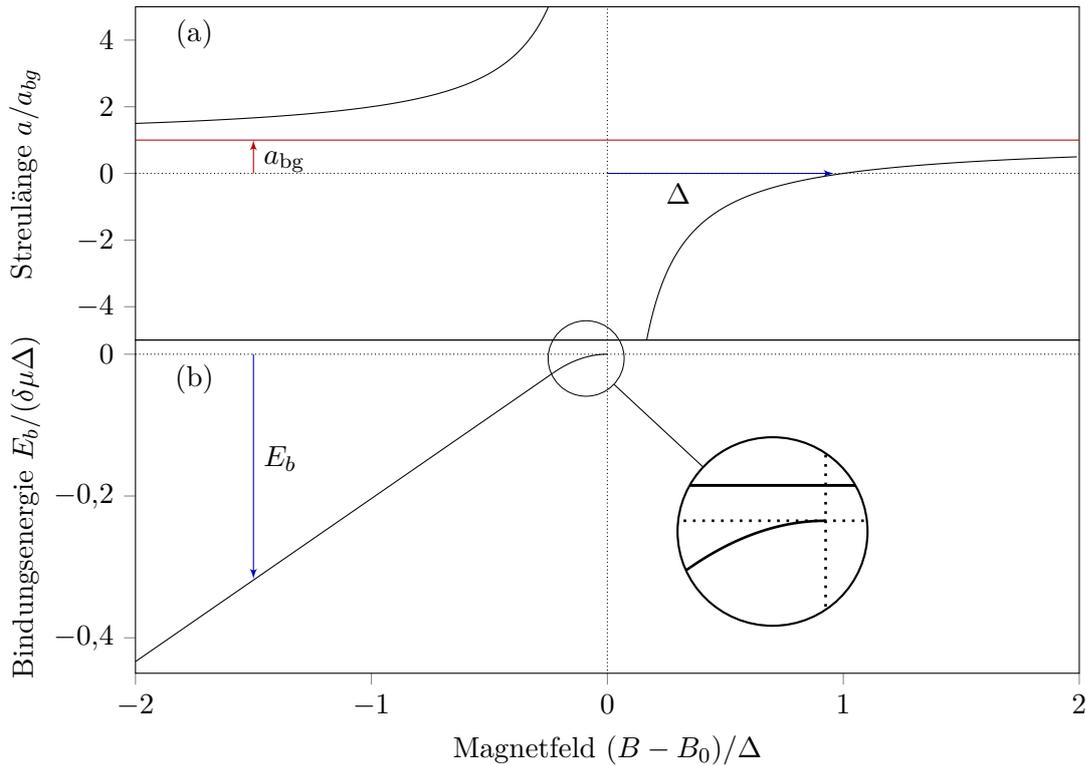


Abbildung 2.2 – Eigenschaften einer Feshbach-Resonanz

(a) Die s -Wellenstreuung a im Bereich der Resonanz beim Magnetfeld B_0 . Sie ist normiert auf die Resonanzbreite Δ (erster Nulldurchgang, blauer Pfeil) und auf die Hintergrundstreuung a_{bg} (rote Linie).

(b) Energie E eines Dimermolekülzustands. Die Bindungsenergie E_b ist dabei positiv definiert $E_b = -E$. Der vergrößerte Ausschnitt zeigt das universelle Regime, bei dem die Streulänge a sehr groß und positiv ist. In diesem Bereich gilt für die Bindungsenergie $E_b \sim 1/a^2$. Weiter von der Resonanz entfernt wird sie proportional zur Differenz der magnetischen Momente $\delta\mu$.

Fern des universellen Bereichs der Resonanz nimmt die Bindungsenergie einen linearen Verlauf an, dessen Steigung durch den Unterschied der magnetischen Momente $\delta\mu$ der beiden Kanäle gegeben ist, siehe Abbildung 2.2.

Für geschlossene Kanäle mit $l \neq 0$ existieren neben den gebundenen Zuständen zusätzlich quasi-gebundene, die eine negative Bindungsenergie aufweisen, siehe Abbildung 2.3. Die Zentrifugalbarriere kann durch Tunneln überwunden werden. Dies führt zu einer Verminderung der Lebensdauer eines solchen Zustands.

2.1.2 Van-der-Waals-Potential

Die in dieser Arbeit untersuchten Atome, wie auch fast alle bei ultrakalten Temperaturen einfangbaren, weisen einen S -Grundzustand des Valenzelektrons auf, der also keinen Drehimpuls L hat. Die Kollisionseigenschaften zweier solcher Atome sind durch das Born-Oppenheimer-Potential zwischen ihnen bestimmt. Dessen Verlauf ist zunächst abhängig davon, ob der Gesamtelektronenspin der beiden jeweiligen einzelnen Außenelektronen,

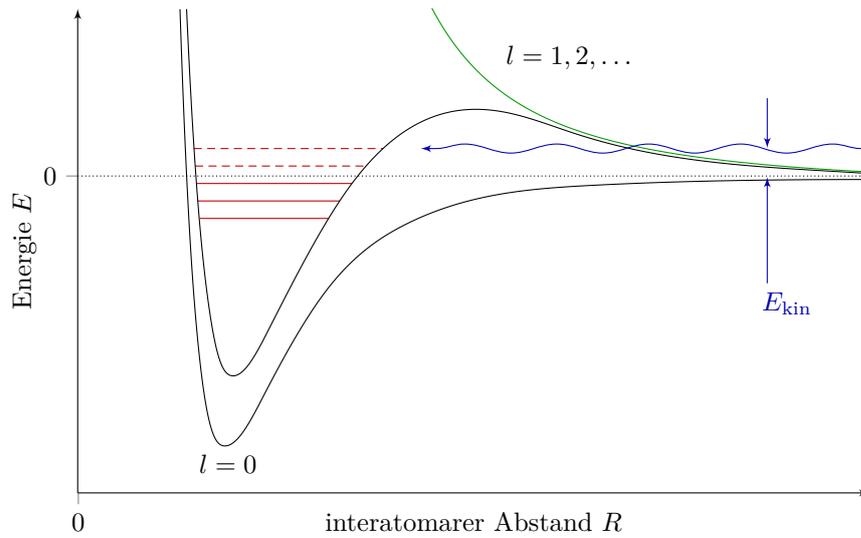


Abbildung 2.3 – Einfluss höherer Partialwellen

Das Molekülpotential eines Zweiteilchensystems mit $l = 0$ zeigt reine s -Wellenstreuung. Höhere Partialwellen mit $l > 0$ führen zu p -, d -, f -, ...-Streuung. Der Potentialverlauf erhält durch den Beitrag $\hbar^2 l(l+1)/(2m_r r^2)$ (grüne Kurve) eine sogenannte Zentrifugalbarriere. Das Potential führt, neben den bei $l = 0$ existierenden gebundenen Zuständen (durchgezogene rote Geraden) auch zu quasi-gebundenen Zuständen (gestrichelte rote Geraden). Deren Lebensdauer ist maßgeblich durch die endliche Tunnelwahrscheinlichkeit durch die Zentrifugalbarriere gegeben.

den Wert 0 oder 1 annimmt. Neben dieser Unterscheidung zwischen Singulett- und Triplett-Kopplung ist für den Verlauf des Born-Oppenheimer-Potentials die Parität der Elektronenwellenfunktion im Bezug zum Massenschwerpunkt des Moleküls entscheidend, sofern die Atome der gleichen Spezies angehören. Für sehr kleine Abstände R_{ex} zwischen den beiden Atomen – bei Alkaliatomen ist dies weniger als 1 nm – wird der Potentialverlauf dominiert von Elektronenaustausch und chemischen Bindungseffekten, wohingegen für größere Abstände die Summe über Austauschsterme einer Multipolentwicklung zweiter Ordnung [Köh06] ausschlaggebend wird.

Viele Wechselwirkungseigenschaften ultrakalter Atomwolken und insbesondere von Feshbach-Resonanzen sind durch diesen langreichweitigen Teil bestimmt. Es wird als Van-der-Waals-Potential bezeichnet und ist für ein gegebenes Alkali-Atompaar im S -Grundzustand für alle Spinzustände identisch. Es ist ausschließlich von einem Parameter C_6 abhängig. Tabellierte Werte finden sich in [Tan76, Der99, Por06]. Das langreichweitige Potential nimmt für alle Spin-Zustandskombinationen die Form

$$V_l(R) = -\frac{C_6}{R^6} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R^2} \quad (2.28)$$

an. Durch Umstellen ergeben sich daraus zwei neue charakteristische Größen: der

Van-der-Waals-Radius R_{vdW} und die damit verbundene Energie E_{vdW} :

$$R_{\text{vdW}} = \frac{1}{2} \sqrt[4]{\frac{2\mu C_6}{\hbar^2}} \quad \text{und} \quad E_{\text{vdW}} = \frac{\hbar^2}{2\mu R_{\text{vdW}}^2}. \quad (2.29)$$

Diese beiden Größen sind insbesondere bei der Behandlung von Efimov-Zuständen hilfreich. Zunächst ist festzustellen, dass C_6/R^6 größer als die Kollisionsenergie $E = \hbar^2 k^2 / (2\mu)$ wird, sobald gilt $R < R_{\text{vdW}}$. Damit oszilliert in diesem Regime die Wellenfunktion jedweder Partialwelle schnell mit R , da der lokale Impuls gegen durch $\hbar k(R) = \sqrt{2\mu[E - V(R)]}$ groß im Vergleich zur Asymptote $\hbar k$ wird. Für $R > R_{\text{vdW}}$ geht die Wellenfunktion in die von der De-Broglie-Wellenlänge bestimmten Oszillation über. Die Energiegröße E_{vdW} markiert damit den Übergangsbereich zwischen der kurz- und langreichweitigen Form der Wellenfunktion.

Prägend für die Ausdehnung der Vibrationsbewegung schwach gebundener Zustände ist der Van-der-Waals-Radius. So fällt der Umkehrpunkt einer klassischen Bewegung aller gebundenen Zustände (mit nicht zu großem Drehimpuls) in den Größenbereich von R_{vdW} . Für den speziellen Fall $l = 0$ oszilliert die Wellenfunktion schnell für $R < R_{\text{vdW}}$ und fällt für größere Abstände exponentiell ab mit $\exp(-k_b R)$, bestimmt durch die Bindungsenergie $E_b = \hbar^2 k_b^2 / (2\mu)$. Von diesen Aussagen weicht einzig das besprochene Halo-Dimer ab, dessen Ausdehnung die des Van-der-Waals-Radius erheblich übertreffen kann, wenn gilt $a \gg R_{\text{vdW}}$.

Die Potentiallandschaft wird bis auf den kleinen Bereich, der bis zum Abstand R_{ex} reicht, durch das Van-der-Waals-Potential bestimmt. Dieser kleine Bereich lässt sich überdies in die räumliche Phase der Wellenfunktion an einem festen Ort im Übergangsbereich substituieren. Diese Phase ist zudem nicht energieabhängig im Abstand R_z mit $R_{\text{ex}} < R_z \ll R_{\text{vdW}}$, also für Entfernungen für die gilt $k(R_z) \gg k_b$. Sie ist beinahe identisch für alle schwach gebundenen und streuenden Zustände. Selbst die Wahl der Partialwelle l hat kaum Einfluss, da die Zentrifugalbarrierenenergie im Vergleich zum Van-der-Waals-Potential am Ort R_z klein ist. Sie stellt somit eine Randbedingung für die Propagationswellenfunktion für asymptotische, große Abstände dar und legt die energieabhängige Streuphase $\eta_l(E)$ und die Energie gebundener Zustände fest. Tatsächlich ist sie für die s -Wellenstreuung vornehmlich von der Streulänge a abhängig, die damit zusammen mit der reduzierten Masse μ und dem C_6 -Koeffizienten die Streueigenschaften und die schwach gebundenen Zustände in guter Näherung vollständig beschreibt.

Das Konzept des sogenannten Skalierungslimits ist dadurch motiviert und findet häufig Anwendung, so etwa bei den funktionalen Renormierungsgruppen, die für die Berechnung von Efimov-Zuständen genutzt werden. Der kurzreichweitige Teil des Born-Oppenheimer-Potentials wird hierbei durch ein punktförmiges Pseudo-Potential ersetzt, dessen Terme dann proportional zu $\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ und $\nabla^3 \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ werden, wodurch sich die Integration vereinfacht.

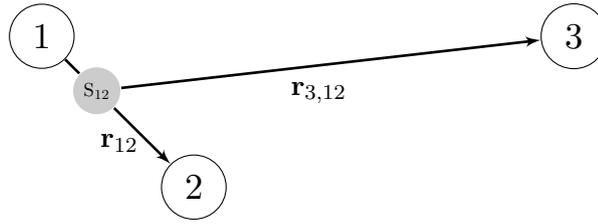


Abbildung 2.4 – Zuordnung der Jakobi-Koordinaten

Eine von drei Möglichkeiten die Jakobi-Koordinaten zuzuordnen. Die beteiligten Atome sind mit den Ziffern 1, 2 und 3 dargestellt. Der Schwerpunkt der Atome 1 und 2 ist mit S_{12} gekennzeichnet und liegt auf dem Verbindungsvektor \mathbf{r}_{12} . Der zweite Vektor $\mathbf{r}_{3,12}$ zeigt von S_{12} zu Atom 3.

2.2 Der Efimov-Effekt

Der Efimov-Effekt kann unter Verwendung verschiedener Theorieansätze beschrieben werden. Verbreitete Ansätze machen Gebrauch von der Methode der funktionalen Renormierungsgruppen oder von einer effektiven Feldtheorie. Einen intuitiven, wenn auch nicht so weitreichenden Ansatz stellt der hypersphärische Formlismus dar. Wegen seiner Anschaulichkeit, sei dieser für die folgende Einführung gewählt. Die Darstellung folgt den Review-Artikeln [Bra06] und [Bra07].

2.2.1 Hypersphärische Koordinaten

Das zu betrachtende Dreikörperproblem und seine universellen Eigenschaften lassen sich am einfachsten durch eine Transformation in hypersphärische Koordinaten formalisieren. Diese Beschreibung greift auf die Jakobi-Koordinaten zurück, welche die Relativposition der drei Atome angeben. Im Fall gleicher Massen ist dies der Abstandsvektor \mathbf{r}_{ij} eines Atompaares und der Abstandsvektor $\mathbf{r}_{k,ij}$ zwischen dem dritten Atom und dem Schwerpunkt des Paares,

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j \quad \text{und} \quad \mathbf{r}_{k,ij} = \mathbf{r}_k - \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j). \quad (2.30)$$

Da hierbei keines der Atome extraordinär ist, sind drei verschiedene Sätze von Jakobi-Koordinaten für eine gegebene Konstellation möglich. Ein Beispiel für eine solche Angabe ist in Abbildung 2.4 gezeigt.

Diese Relativkoordinaten lassen sich in einer Weise verknüpfen, dass sich die wesentlichen Merkmale des Dreikörperproblems wiederfinden lassen. Die theoretische Beschreibung vereinfacht sich hierdurch stark. Die erste Verknüpfung sei eine Koordinate, der Hyperradius R , welcher als quadratisches Mittel aller Abstände der Atome definiert ist

$$R = \sqrt{\frac{1}{3}(r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2)} = \sqrt{\frac{1}{2}r_{ij}^2 + \frac{2}{3}r_{k,ij}^2}. \quad (2.31)$$

Diese intuitive Größe ist ein Maß für die Ausdehnung des Systems und kann nur dann

einen kleinen Wert annehmen, wenn sich alle drei Atome in geringer Distanz zueinander befinden. Sie wird bereits groß, wenn nur ein Atom von den anderen weiter entfernt liegt.

Die zweite Koordinate sei einer der Delves-Hyperwinkel α_k . Sie sind definiert als

$$\alpha_k = \arctan \left(\frac{\sqrt{3}r_{ij}}{2r_{k,ij}} \right), \quad (2.32)$$

dabei bezeichnet (i, j, k) eine Permutation der Atome $(1, 2, 3)$. Die Hyperwinkel α_k können Werte von 0 bis $\pi/2$ annehmen, wobei kleine Werte auftreten, wenn das Atom k weit von dem Atompaar ij entfernt liegt. Wenn dagegen das Atom k sich nahe dem Schwerpunkt des Atompaars ij befindet, strebt der Wert α_k gegen $\pi/2$.

Im Allgemeinen hängt die Schrödinger-Gleichung für die stationäre Wellenfunktion $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3)$ für drei Atome mit der gleichen Masse m von neun Freiheitsgraden ab

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^3 \nabla_i^2 + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) \right) \psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = E\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3). \quad (2.33)$$

Durch Abseparieren der Schwerpunktsbewegung reduziert sich die Anzahl der Freiheitsgrade der Wellenfunktion auf sechs. Unter der Voraussetzung der Translationsinvarianz des Wechselwirkungspotentials V hängt dieses ebenfalls nur von sechs Freiheitsgraden ab. Die verbreitetste Wahl für diese sechs Koordinaten besteht aus dem Hyperradius R , den Einheitsvektoren $\hat{\mathbf{r}}_{ij}$ und $\hat{\mathbf{r}}_{k,ij}$ zusammen mit einem der Hyperwinkel α_k . Dabei legen die Abstandsvektoren aufgrund der Normierung jeweils nur noch zwei Freiheitsgrade fest. Die fünf letztgenannten Größen werden gewöhnlich in der dimensionslosen Größe $\Omega = (\alpha_k, \hat{\mathbf{r}}_{ij}, \hat{\mathbf{r}}_{k,ij})$ zusammengefasst.

Damit lässt sich die Schrödinger-Gleichung für die Wellenfunktion im Schwerpunktsystem durch hypersphärische Koordinaten ausdrücken mit

$$\left(T_R + T_{\alpha_k} + \frac{\Lambda_{k,ij}^2}{2mR^2} + V(R, \Omega) \right) \psi(R, \Omega) = E\psi(R, \Omega), \quad (2.34)$$

wobei T_R der hyperradiale kinetische Energieoperator sei, T_{α_k} der kinetische Energieoperator, der auf den Hyperwinkel α_k wirkt, und $\Lambda_{k,ij}^2$ der generalisierte Drehimpulsoperator. Der hyperradiale kinetische Energieoperator T_R ist dabei definiert als

$$T_R = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{5}{R} \frac{\partial}{\partial R} \right] = \frac{\hbar^2}{2m} R^{-\frac{5}{2}} \left[\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{15}{4R^2} \right] R^{\frac{5}{2}}. \quad (2.35)$$

Für die Definition der winkelabhängigen Operatoren, die bei kleinen Temperaturen einen geringen Beitrag haben, sei auf [Bra06] verwiesen.

Die Gleichung 2.35 lässt sich lösen, indem die Wellenfunktion $\psi(R, \Omega)$ in adiabatischer hypersphärischer Repräsentation geschrieben wird. Dazu wird die Wellenfunktion in

einem vollständigen Satz von Hyperwinkelfunktionen $\Phi_n(R, \Omega)$ entwickelt, die jeweils die Eigenwertgleichung zu Gleichung 2.35 lösen. Man erhält Eigenwerte $V_n(R)$, die als effektives Potential interpretiert werden können. Die resultierenden Differentialgleichungen sind nur schwach miteinander gekoppelt, sodass die Mischterme vernachlässigt werden können. Diese Vereinfachung wird als adiabatische hypersphärische Näherung bezeichnet. Anstatt diesen Ansatz näher auszuführen, soll im nächsten Abschnitt auf die Faddeev-Gleichungen eingegangen werden. Diese nutzen die spezifische Konstellation der drei Atome aus, woraus sich Vorteile ergeben.

2.2.2 Die Faddeev-Gleichungen

Die Schrödinger-Gleichung 2.33 des Dreikörpersystems ist eine allgemeine Beschreibung und kann durch zusätzliche Annahmen stark vereinfacht werden, wie in den Faddeev-Gleichungen. Diese beschreiben die besondere Gegebenheit, in welcher der Abstand zwischen zwei Teilchen gering ist im Vergleich zu dem des dritten, also zwei einen Cluster bilden. Für geringe Energien ist außerdem gerechtfertigt, weiterführende Vereinfachungen vorzunehmen. So kann unter anderem der Gesamtdrehimpuls vernachlässigt werden. Damit reduziert sich das Dreikörperproblem auf einen Satz von Integro-Differentialgleichungen, die allein von einer Variablen, dem Hyperradius R , abhängen.

Dazu sei zunächst das Wechselwirkungspotential V als Summe von Zweikörperpotentialen angenommen

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = V(r_{12}) + V(r_{23}) + V(r_{31}), \quad (2.36)$$

die ausschließlich vom Abstand r_{ij} des jeweiligen Paares abhängen. Zwar werden damit etwaige Dreikörperterme verworfen, aber deren universelle Auswirkung kann bei geringer Energie später auch durch Paar-Terme ausgedrückt und eingefügt werden.

Die Faddeev-Gleichungen liefern Lösungen der Form

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = \psi^{(1)}(\mathbf{r}_{23}, \mathbf{r}_{1,23}) + \psi^{(2)}(\mathbf{r}_{31}, \mathbf{r}_{2,31}) + \psi^{(3)}(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{r}_{3,12}), \quad (2.37)$$

die ebenfalls Lösungen der Schrödinger-Gleichung für drei Körper sind.

Die erste Faddeev-Gleichung lautet

$$\left(T_R + T_{\alpha_1} + \frac{\Lambda_{1,23}^2}{2mR^2} \right) \psi^{(1)} + V(r_{23})(\psi^{(1)} + \psi^{(2)} + \psi^{(3)}) = E\psi^{(1)}. \quad (2.38)$$

Weitere zwei Faddeev-Gleichungen erhält man entsprechend durch zyklische Permutation der hoch- und tiefgestellten Indizes $(1, 2, 3)$. Unter der Voraussetzung, dass das System nur geringe Energie aufweist, können Terme des Gesamtdrehimpulses und der Drehimpulse der Subsysteme ij oder k,ij vernachlässigt werden. Dies gilt insbesondere,

da diese in geringerer Ordnung in die Faddeev-Gleichungen eingehen, als dies bei der Schrödinger-Gleichung der Fall wäre. Damit vereinfacht sich die Wellenfunktion auf die Form

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = \psi(R, \alpha_1) + \psi(R, \alpha_2) + \psi(R, \alpha_3) \quad (2.39)$$

und hängt lediglich noch von R und α_k ab. Da der generalisierte Drehimpulsoperator $\Lambda_{k,ij}^2$ entfallen ist und die drei Hyperwinkel α_k nicht voneinander unabhängig sind, können die drei Faddeev-Gleichungen zusammengefasst werden. Daraus resultiert die sogenannte Niederenergieform der Faddeev-Gleichung

$$(T_R + T_\alpha - E) \psi(R, \alpha) = -V \left(\sqrt{2}R \sin \alpha \right) \left[\psi(R, \alpha) + \frac{4}{\sqrt{3}} \int_{|\frac{\pi}{3}-\alpha|}^{\frac{\pi}{2}-|\frac{\pi}{6}-\alpha|} \frac{\sin(2\alpha')}{\sin(\alpha)} \psi(R, \alpha') d\alpha' \right]. \quad (2.40)$$

Diese einzelne Integro-Differentialgleichung hängt nun allein von dem Hyperradius R und einem der Hyperwinkel α_k ab, hat damit also vier Freiheitsgrade weniger. Die Gleichung kann gelöst werden, indem man die Wellenfunktion $\psi(R, \alpha)$ für jeden Hyperradius R in einen kompletten Satz von Funktionen $\phi_n(R, \alpha)$ des Hyperwinkels α entwickelt. Dies wird als hypersphärische Expansion bezeichnet mit

$$\psi(R, \alpha) = \frac{1}{R^{\frac{5}{2}} \sin(2\alpha)} \sum_n f_n(R) \phi_n(R, \alpha). \quad (2.41)$$

Die Funktionen $\phi_n(R, \alpha)$ sind Lösungen einer Eigenwertgleichung der Hyperwinkel α , in denen der Hyperradius R nur als Parameter auftaucht

$$\left[-\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - \lambda_n(R) \right] \phi_n(R, \alpha) = -\frac{2mR^2}{\hbar^2} V \left(\sqrt{2}R \sin \alpha \right) \left[\phi_n(R, \alpha) + \frac{4}{\sqrt{3}} \int_{|\frac{\pi}{3}-\alpha|}^{\frac{\pi}{2}-|\frac{\pi}{6}-\alpha|} \phi_n(R, \alpha') d\alpha' \right]. \quad (2.42)$$

Die dazugehörigen Eigenwerte $\lambda_n(R)$ legen einen Satz an Potentialkurven $V_n(R)$ fest, mit

$$V_n(R) = [\lambda_n(R) - 4] \frac{\hbar^2}{2mR^2}. \quad (2.43)$$

Die Potentialkurven stellen die Streupotentiale für sämtliche hyperradialen Funktionen $\phi_n(R, \alpha)$ dar.

Die hyperradialen Wellenfunktionen $f_n(R)$ erfüllen eine unendliche Serie von gekoppelten, partiellen Differentialgleichungen. Deren koppelnde Nicht-Diagonalelemente sind abhängig von der partiellen Ableitung nach R . Das heißt, dass in den Bereichen des Hyperradius R die Kopplung vernachlässigt werden kann, in denen sich die Eigenwerte $\lambda_n(R)$ ausreichend langsam mit R ändern. Die sogenannte adiabatische hypersphärische

Näherung nutzt dies und entkoppelt die Gleichungen gänzlich. Diese Reduktion führt zu einer hyperradialen Schrödinger-Gleichung für jedes hypersphärische Potential und man erhält

$$\left[\frac{\hbar^2}{2m} \left(-\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{15}{4R^2} \right) + V_n(R) \right] f_n(R) \approx E f_n(R). \quad (2.44)$$

Damit hat sich das ursprüngliche Problem auf eine eindimensionale Gleichung von R reduziert, die aber die Kenntnis über die Eigenwerte $\lambda_n(R)$ durch Lösen der Gleichung 2.42 voraussetzt. Die größte Problematik hierbei ist die Abhängigkeit von der Form der Wechselwirkungspotentiale zwischen den Atomen.

2.2.3 Hypersphärisches Potential

Der Hyperradius R soll in der weiteren Abhandlung in vier Abstandsbereiche unterteilt werden:

1. kurzreichweitige Region $R \lesssim |l|$,
2. skaleninvariante Region $l \ll R \ll |a|$,
3. langreichweitige Region $R \approx |a|$,
4. asymptotische Region $R \gg |a|$.

Sie sollen gelten für den Fall, dass die Streulänge a sehr viel größer als die natürliche Längenskala l für kleine Energien ist. In diesem Regime kann die natürliche Längenskala l mit dem Radius r_0 der effektiven Reichweitenerweiterung aus Gleichung 2.20 gleichgesetzt werden.

Im sogenannten Skalenlimit, das heißt für $l \rightarrow 0$, existiert die kurzreichweitige Region nicht. Durch Einfügung einer Randbedingung für die hyperradiale Wellenfunktion kann diese jedoch berücksichtigt werden und man erhält für die Eigenwertgleichung eine neue Bedingung [Efi71], welche die Eigenwerte $\lambda_n(R)$ für die Hyperwinkelfunktionen $\phi_n(R, \alpha)$ erfüllen müssen

$$\cos\left(\frac{\pi\sqrt{\lambda}}{2}\right) - \frac{8}{\sqrt{3}\lambda} \sin\left(\frac{\pi\sqrt{\lambda}}{6}\right) = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \frac{R}{a} \sin\left(\frac{\pi\sqrt{\lambda}}{2}\right). \quad (2.45)$$

Die aus der hypersphärischen Expansion, gegeben in Gleichung 2.41, gefolgerten Potentiale aus Gleichung 2.43, sind für die tiefsten Kanäle in Abbildung 2.5 gezeigt. Die Kanaleigenwerte $\lambda_n(0)$ nehmen für $R \ll |a|$ einen konstanten Wert an. Damit zeigen die Potentiale ein skaleninvariantes $1/R^2$ -Verhalten. Dabei wird der kleinste Eigenwert $\lambda_0(R)$ negativ für verschwindende Abstände unabhängig vom Vorzeichen der Streulänge a . Für den Extremwert $\lambda_0(0)$ muss die transzendente Gleichung

$$s_0 \cosh\left(\frac{\pi s_0}{2}\right) = \frac{8}{\sqrt{3}} \sinh\left(\frac{\pi s_0}{6}\right) \quad (2.46)$$

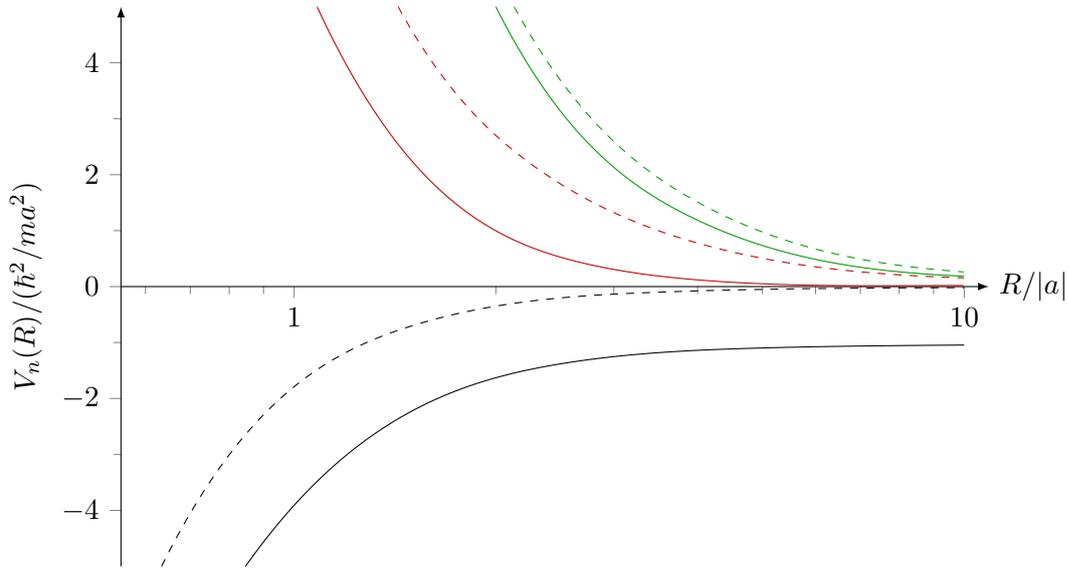


Abbildung 2.5 – Hypersphärische Potentiale $V_n(R)$

Die drei tiefsten hypersphärischen Potentiale $V_n(R)$ skaliert auf \hbar^2/ma^2 . Die durchgezogenen Linien zeigen die Potentiale für positive Streulängen $a > 0$, die gestrichelten Linien für negative Streulängen $a < 0$.

erfüllt sein, mit $s_0^2 = -\lambda_0(0)$. Dies liefert einen numerischen Wert von $s_0 \approx 1,00624$. Mit Gleichung 2.43 kann das Potential $V_0(R)$ geschrieben werden als

$$V_0(R) \approx -(4 + s_0^2) \frac{\hbar^2}{2mR^2} \quad \text{für} \quad l \ll R \ll |a| \quad (2.47)$$

und ist damit attraktiv für positive wie negative Streulängen a . Für alle $n \geq 1$ und $R \ll |a|$ wird das Potential $V_0(R)$ repulsiv und Lösungen der hyperradialen Wellenfunktion $\phi_n(R, \alpha)$ fallen exponentiell für $R \rightarrow 0$ ab.

Allerdings führt dieser Ansatz im Skalierungslimit dazu, dass das tiefste adiabatische hypersphärische Potential mit seinem $1/R^2$ -Verhalten für $R \rightarrow 0$ divergiert und somit keine physikalische Lösung für die hyperradiale Wellenfunktion liefert. Dies kann umgangen werden, indem bei einem Abstand R_0 , der in der skalierungsinvarianten Region liegen soll, eine bekannte Lösung $f(R)$ in Übereinstimmung mit einer Lösung im Skalierungslimit gebracht wird. Dies soll gewährleistet werden, indem die logarithmische Ableitung $R_0 f'(R_0)/f(R_0)$ beider Funktionen an diesem Punkt R_0 identisch sein soll. Dazu sei eine sehr allgemeine hyperradiale Wellenfunktion angesetzt

$$f(R) = \sqrt{R} [A \exp(is_0 \ln(HR)) + B \exp(-is_0 \ln(HR))], \quad (2.48)$$

mit den freien Parametern A und B , sowie der Wellenzahlvariablen H , die das Argument des Logarithmus dimensionslos macht (näher behandelt in Abschnitt 2.2.4). Der Ansatz besteht also aus einer ein- und einer auslaufenden hyperradialen Welle, deren Wahrscheinlichkeitsfluss durch die Koeffizienten A und B bestimmt ist. Es sei hier

angenommen, dass dieser ausgeglichen und damit $|A| = |B|$ gilt. Das kurzreichweitige Potential reflektiert die einlaufende Welle somit vollständig. Die beiden Terme können sich folglich nur noch in ihrer Phase unterscheiden

$$A = -e^{2i\theta_*} B \quad \text{mit} \quad \theta_* = -s_0 \ln(H/\Lambda_0), \quad (2.49)$$

für einen Winkel θ_* , der von einer Funktion Λ_0 abhängt. Die Details dieser Funktion finden sich in [Bra06]. Wichtig ist, dass sie proportional zu $1/R_0$ ist und alle kurzreichweitigen Effekte auf $f(R)$ beinhaltet. Dabei kann gezeigt werden, dass sich die Funktion Λ_0 von dem Dreikörperparameter κ_* , der über das Efimov-Spektrum im Resonanzlimit definiert ist, nur um eine numerischen Konstante unterscheidet. Beide Ausdrücke bestimmen damit die Lage der tiefsten Efimov-Resonanz. Der Winkel θ_* kann also geschrieben werden in der Form

$$\theta_* = -s_0 \ln(cH/\kappa_*) \quad (2.50)$$

mit einer Proportionalitäts-Konstanten c .

2.2.4 Skalierungsinvarianz

Kontinuierliche Skalierungssymmetrie Für eine anschauliche Einführung dieses Begriffs sei auf ein Zweikörpersystem im Skalierungslimit zurückgegriffen. Die einzige relevante Längengröße ist damit die Streulänge a . Es fällt auf, dass in allen Observablen, wie etwa der Bindungsenergie (Gleichung 2.25) oder dem Wirkungsquerschnitt (Gleichung 2.14) neben Konstanten ausschließlich eine Abhängigkeit vom Parameter a besteht. Von kontinuierlicher Skalierungssymmetrie spricht man, wenn durch Reskalieren des Parameters a , der Ortskoordinaten \mathbf{r} und der Zeit t die Gültigkeit der physikalischen Aussagen unberührt bleibt. Die Skalierung soll dabei durch eine positive Zahl λ oder diese in einer höheren Potenz λ^n erfolgen. Diese Symmetrie hat weitreichende Konsequenzen und stellt eine strenge Bedingung dar. Sie ist für das Zweikörpersystem im Skalierungslimit für folgende Umskalierungen

$$a \rightarrow \lambda a, \quad \mathbf{r} \rightarrow \lambda \mathbf{r}, \quad t \rightarrow \lambda^2 t \quad (2.51)$$

erfüllt. Dies kann graphisch augenfällig in einem Streulängen-Energie-Diagramm gezeigt werden, siehe Abbildung 2.6. Dazu wird üblicherweise die Streulänge a invers aufgetragen. Die Singularität der Polstelle der Streulänge a wird bei der Größe $1/a$ glatt dargestellt. Zusätzlich ist es vorteilhaft, die Energie E in gleichen Einheiten wie $1/a$ auszudrücken, in der sogenannten Wellenzahlvariable K , definiert als

$$K = \text{sgn}(E) \sqrt{\frac{m|E|}{\hbar^2}}. \quad (2.52)$$

Alle Realisierungsmöglichkeiten von Zweikörperzuständen lassen sich auf der a^{-1} - K -

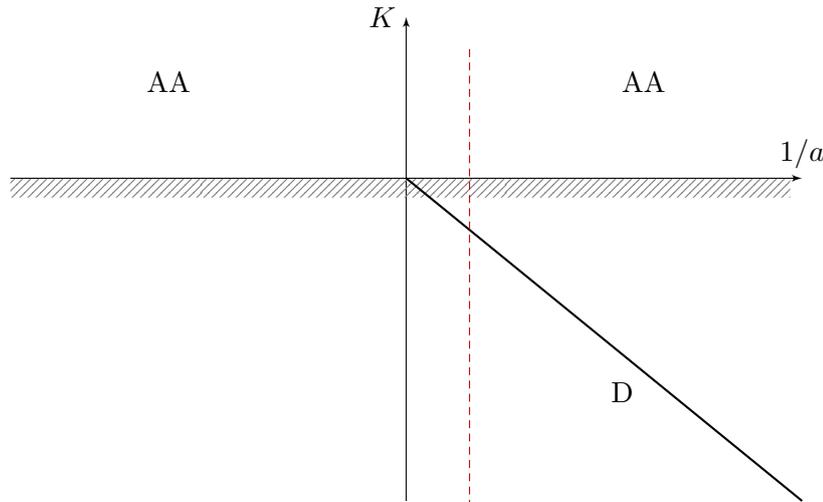


Abbildung 2.6 – Die a^{-1} - K -Ebene des Zweikörperproblems

Die beiden mit AA gekennzeichneten Quadranten sind die erlaubte Region für Atom-Atom-Streuzustände. Die Schraffur markiert die Zweiatomschwelle. Schwach gebundene Dimerzustände liegen um die mit D gekennzeichnete Linie $\xi = -1/4\pi$. Eine physikalische Realisation eines Systems mit der Streulänge a ist durch die vertikale Linie (rot) repräsentiert. Das Resonanzlimit tritt ein, wenn die vertikale Linie auf die K -Achse verschoben wird.

Ebene darstellen. Die Skalierungssymmetrie wird durch Polarkoordinaten

$$a^{-1} = H \cos \xi \quad \text{und} \quad K = H \sin \xi, \quad (2.53)$$

mit H als Radial- und ξ als Winkelvariable, geometrisch anschaulich. Die Reskalierung durch Gleichung 2.51 stellt eine simple Umskalierung der Radialkomponente $H \rightarrow \lambda^{-1}H$ dar.

Die kontinuierliche Skalierungssymmetrie ist nur gültig, wenn außer der Streulänge a alle weiteren Längengrößen vernachlässigt werden können.

Diskrete Skalierungssymmetrie Die vorangestellte kontinuierliche Skalierungssymmetrie gilt für das Zweikörperproblem. Sie kann auf das Dreikörperproblem erweitert werden, indem die Reskalierung durch Gleichung 2.51 um einen Term für den Dreikörperparameter κ_* erweitert wird

$$\kappa_* \rightarrow \lambda^{-1}\kappa_*. \quad (2.54)$$

Allerdings wird hierdurch die durch Gleichung 2.49 ausgedrückte Randbedingung verletzt. Sie bezieht sich auf die Phase und führt zu einer logarithmischen Skalierungsverletzung. Diese kann selbst im Skalierungslimit nicht als bloße Störung behandelt werden. Vielmehr stellt sie eine logarithmisch periodische Funktion von H/κ_* dar mit einer Periode von π/s_0 .

Es läßt sich innerhalb der trivialen kontinuierlichen Skalierungssymmetrie auch eine

Untergruppe einer diskreten Skalierungssymmetrie finden, die im Skalierungslimit eine exakte Lösung bleibt

$$\kappa_* \rightarrow \kappa_*, \quad a \rightarrow \lambda_0^n a, \quad \mathbf{r} \rightarrow \lambda_0^n \mathbf{r}, \quad t \rightarrow \lambda_0^{2n} t, \quad (2.55)$$

mit einer natürlichen Zahl n sowie dem Parameter $\lambda_0 = \exp(\pi/s_0)$, wobei s_0 die transzendente Gleichung 2.46 löst. Diese diskrete Skalierungssymmetrie der Dreikörperobservablen, wie etwa die Bindungsenergie und der Wirkungsquerschnitt, skalieren mit ganzzahligen Potenzen von λ_0 . Aus den beiden Symmetrien der Gleichung 2.51 und Gleichung 2.55 folgt, dass der Dreikörperparameter κ_* nur modulo λ_0 definiert ist.

Die Symmetrie lässt sich erneut anschaulich graphisch darstellen. Dazu seien die inverse Streulänge $1/a$ und die in Gleichung 2.52 definierte Variable K gegeneinander aufgetragen. Alle möglichen Realisierungen von Dreikörperzuständen für einen gegebenen Dreikörperparameter κ_* im Skalierungslimit seien als Punkte eingezeichnet. Die diskrete Skalierungstransformation der Gleichung 2.55 bewirkt in dieser Darstellung ausschließlich eine Skalierung der Radialvariablen H der Gleichung 2.53 durch $H \rightarrow \lambda_0^{-m} H$. Dabei bleiben κ_* und die Winkelvariable ξ unverändert.

Diese als Efimov-Szenario bekannte Darstellung der a^{-1} - K -Ebene findet sich in Abbildung 2.7. Drei ungebundene, freie Atome können eine beliebige positive Dreiteilchenenergie aufweisen, die gegeben ist durch ihre kinetische Energie. Die a^{-1} -Achse markiert die minimale Realisierungsmöglichkeit und wird nur von Zuständen unterschritten, die Energie in ihrer Bindung tragen. Im Fall positiver Streulänge $a > 0$ sind Dimere möglich, wobei ein Atom ungebunden verbleibt. Der Bereich ist bei verschwindender kinetischer Energie durch die diagonal verlaufende Dimerbindungsenergie begrenzt. In der verbleibenden Fläche sind Efimov-Trimerzustände möglich. Diese werden vom energetisch tiefsten Efimov-Zustand aufsteigend nummeriert. Oberhalb des ersten existierenden Efimov-Zustands folgt eine unendliche Serie hin zu $1/a = 0$. Ihre Schnittpunkte mit der vertikalen Achse sind gegeben durch $K = -\exp(-\pi/s_0)^{n-n_*} \kappa_*$.

Experimentell kann eine feste Streulänge a realisiert werden. Dies entspricht in Abbildung 2.7 einer vertikalen Linie, die alle präparierten Energien abdeckt. Ausgehend von verschwindenden negativen Streulängen a trifft man zunächst auf den ersten Efimov-Zustand, dessen Lage ausschließlich durch den Dreikörperparameter κ_* gegeben ist. Dieser entartet an der Stelle $a = a'_*$ mit der Schwelle zu drei ungebundenen Atomen. Mit steigender Streulänge $|a|$ nimmt die Bindungsenergie des Trimers $E_T^{n_*}$ rasch monoton zu. Weitere Efimov-Zustände kommen jeweils bei Streulängen, die um den Faktor $\exp(\pi/s_0)$ größer sind, hinzu, bis es bei $1/a = 0$ unendlich viele werden. An dieser Stelle nehmen sie das nicht triviale Limit $E_T^{n_*} \rightarrow \hbar^2 \kappa_*^2 / m$ an.

Für wieder kleiner werdende Werte $|a|$ auf positiver Streulängen-Seite steigt ihre Bindungsenergie weiter monoton an, allerdings nimmt die darüber hinaus existierende Dimerbindungsenergie E_D schneller zu. Die Differenz $E_T^{n_*} - E_D$ nimmt monoton ab,

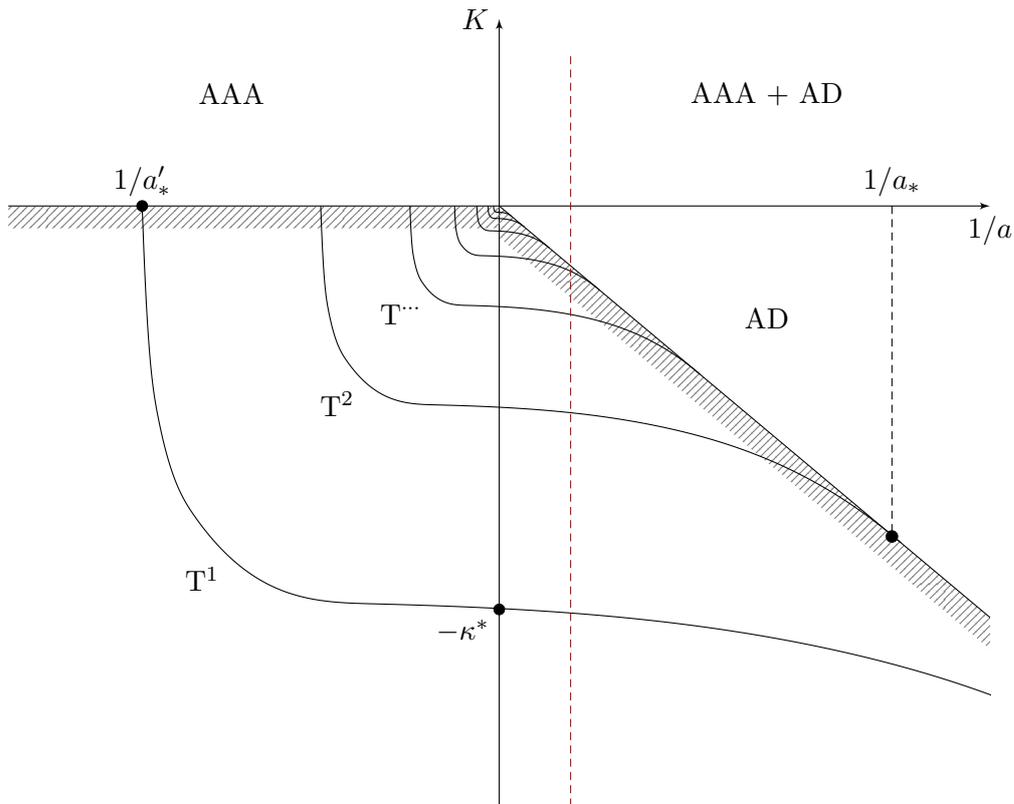


Abbildung 2.7 – Die a^{-1} - K -Ebene des Dreikörperproblems

Die Schraffur markiert die Schwelle für Streuzustände. Ist die Streulänge positiv, sind über der Schwelle Atom-Dimer-Streuzustände (AD) erlaubt. Unabhängig vom Vorzeichen kommen Dreiatomstreuzustände (AAA) vor, allerdings tragen diese keinerlei Bindungsenergie und sind folglich auf den Bereich $K > 0$ beschränkt. Unterhalb der Schwelle existieren unendlich viele Efimov-Zustände. Sie sind vom energetisch tiefsten beginnend durchnummeriert. An der Stelle $1/a'_*$ treffen sie auf die Grenze zu drei freien Atomen. Der Übergang zur Atom-Dimer-Grenze ist mit $1/a_*$ gekennzeichnet. Ihre Bindungswellenzahl im Resonanzlimit bei $a = \pm\infty$ beträgt $-\kappa_*$.

Eine physikalische Realisation eines Systems mit der Streulänge a ist durch die vertikale Linie (rot) repräsentiert.

sodass die Efimov-Trimere sukzessive an der Grenzlinie, gegeben durch die Dimerbindungsenergie, in Dimere $E_T^{n_*} = E_D$ übergehen. Diese Stellen werden mit $a = a_*$ bezeichnet und enden mit dem ersten Efimov-Zustand, jenseits dessen nur noch Dimere existieren können.

Efimov-Trimere Ein Efimov-Zustand kann als gebundener Zustand im tiefsten hypersphärischen Potential verstanden werden. Dessen Bindungsenergie ist eine Funktion der Streulänge a und des Dreikörperparameters κ_* . Im skalierungsinvarianten Teil des Potentials existiert eine allgemeine Lösung, vergleiche Gleichung 2.48. Sie besteht aus der Summe von einer ein- und einer auslaufenden hyperradialen Welle. Wenn die Energie einer am langreichweitigen Teil $R \sim |a|$ reflektierten Welle mit einer am kurzreichweitigen Teil $R \sim l$ entartet, treten diese gebundenen Zustände auf. Die Resonanzbedingung lässt sich durch eine universelle Funktion $\Delta(\xi)$ elegant ausdrücken als

$$2\theta_* + \Delta(\xi) = 0 \pmod{2\pi}. \quad (2.56)$$

Die Funktion $\Delta(\xi)/2$ gibt die Phasenänderung der am langreichweitigen Teil reflektierten hyperradialen Welle wieder. Dabei ist die Konstante c aus der Gleichung 2.50 für den Winkel θ_* in die Funktion $\Delta(\xi)$ verschoben, sodass das diese $\Delta(-\pi/2) = 0$ erfüllt.

Zusammen mit dem Ausdruck für den Winkel θ_* und der Definition von H und ξ aus Gleichung 2.53 kann die Efimov-Gleichung für die Bindungsenergie erhalten werden

$$E_T + \frac{\hbar^2}{ma^2} = \left[\exp\left(\frac{-2\pi}{s_0}\right) \right]^{n-n_*} \exp\left(\frac{\Delta(\xi)}{s_0}\right) \frac{\hbar^2 \kappa_*^2}{m}, \quad (2.57)$$

wobei für den Winkel ξ gilt

$$\tan \xi = -\sqrt{\frac{mE_T}{\hbar^2}} a. \quad (2.58)$$

Die Bindungsenergie E_T für beliebige Streulängen a und Dreikörperparameter κ_* können mit der Gleichung 2.57 für alle Efimov-Zustände berechnet werden. Die verschiedenen Zustände eines Systems unterscheiden sich dann nur noch durch den Term $[\exp(-2\pi/s_0)]^n$ auf der rechten Seite der Gleichung. Allerdings setzt dies Kenntnis über die universelle Funktion $\Delta(\xi)$ voraus. Sie wurde in [Bra03] auf einige Nachkommastellen¹ genau berechnet und findet sich mit mehr als zwölfstelliger Genauigkeit² in [Moh03]. Eine parametrisierte Form von $\Delta(\xi)$ mit einem Fehler² kleiner 1 % findet sich in [Bra06].

Die Funktion $\Delta(\xi)$ ist monoton fallend mit folgenden Werten an den basalen Stellen: $\Delta(-\pi/4) = 6,0273$, sowie $\Delta(-\pi/2) = 0$ und $\Delta(-\pi) = -0,89$. Damit kann das Spektrum E_T^n der Efimov-Zustände im Limit einer Resonanz, also $a \rightarrow \pm\infty$ und damit $\xi \rightarrow -\pi/2$ und $\Delta(\xi) \rightarrow 0$, durch die vereinfachte Gleichung 2.57 beschrieben werden

$$E_T^{(n)} = \left[\exp\left(\frac{-2\pi}{s_0}\right) \right]^{n-n_*} \frac{\hbar^2 \kappa_*^2}{m} \quad \text{für} \quad a = \pm\infty. \quad (2.59)$$

Die Schrödinger-Wellenfunktion für einen Efimov-Zustand im Schwerpunktsystem lautet

¹ für den gesamten Bereich $-\pi < \xi < -\pi/4$

² für den Bereich $a > 0$, also $-\pi/2 < \xi < -\pi/4$

dann

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = R^{-\frac{5}{2}} f_0(R) \sum_{i=1}^3 \frac{\sinh \left[s_0 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_i \right) \right]}{\sin(2\alpha_i)}. \quad (2.60)$$

Die hyperradiale Wellenfunktion ist dann gegeben durch

$$f_0(R) = \sqrt{R} K_{is_0}(\sqrt{2}\kappa R), \quad (2.61)$$

wobei $K_{is_0}(z)$ für eine Bessel-Funktion mit imaginärem Index steht. Die Größe des Trimerzustands kann über den mittleren-quadratischen Hyperradius errechnet werden

$$\langle R^2 \rangle^n = \exp(2\pi/s_0)^{n-n_*} \frac{2(1+s_0^2)}{3} \kappa_*^{-2}. \quad (2.62)$$

Jeder Efimov-Zustand ist damit um den Faktor $\exp(\pi/s_0)$ größer als sein Vorgänger.

2.2.5 Dreikörperrekombination

Dreikörperrekombination bezeichnet den Prozess, bei dem drei Atome stoßen, und sich ein zweiatomiges Molekül plus ein einzelnes Atom bilden. Dabei wird die Bindungsenergie des entstandenen Moleküls als kinetische Energie frei, welche sich auf das Molekül und den Rückstoß des freien Atoms aufteilt. Die Rate, mit der dieser Prozess abläuft, hängt von den Impulsen der drei einlaufenden Atome ab. Für sehr kleine Stoßenergien im Vergleich zur inversen Streulänge $|a|^{-1}$ kann die Energieabhängigkeit vernachlässigt werden. Die Rekombinationsrate vereinfacht sich zu einer Konstanten α , welche die Stoßereignisse pro Zeit und Volumen einer kalten Gaswolke mit einer Atomdichte n_A angibt, sodass für die Rate gilt αn_A^3 . Falls die frei werdende kinetische Energie jedes dieser Ereignisse zu einem Verlassen der Atome aus dem einschließenden Potential führt, gibt die Rekombinationsrate

$$\frac{d}{dt} n_A = -3\alpha n_A^3 \quad (2.63)$$

direkt die Abnahme der Atomanzahl im System an. Bei einem Bose-Einstein-Kondensat, bei dem die identischen Bosonen den gleichen Quantenzustand besetzen, müsste, um der besonderen Symmetrie ihrer Wellenfunktionen Rechnung zu tragen, noch ein Vorfaktor $1/3!$ in diese Gleichung eingefügt werden.

Die durch einen Stoß entstehenden Moleküle können sowohl tiefgebundene Dimere, als auch schwach gebundene Halo-Dimere sein, für deren Bindungsenergie $E_D = \hbar^2/ma^2$ gilt. Solche existieren allerdings nur für positive Streulängen $a > 0$, womit die weitere Diskussion diese separat betrachten müsste. Die Ergebnisse dieser Arbeit konzentrieren sich allerdings auf den negativen Streulängenbereich, sodass hier nur kurz die Folgen der Existenz schwach gebundener Moleküle genannt seien.

Der Beitrag zur Konstanten α durch Dreikörperrekombination in schwach gebundene Moleküle sei mit der Konstanten α_{schwach} bezeichnet. Sie ist proportional zu $\hbar a^4/m$ und

zu einer logarithmisch-periodischen Funktion mit Periode π/s_0 . Es gilt

$$\alpha_{\text{schwach}} = \frac{\hbar a^4}{m} \cdot \frac{128\pi^2(4\pi - 3\sqrt{3}) \sin^2[s_0 \ln(a/a_{*0})]}{\sinh^2(\pi s_0) + \cos^2[s_0 \ln(a/a_{*0})]} \quad (2.64)$$

$$\approx \frac{\hbar a^4}{m} \cdot 67,12 \sin^2\left(s_0 \ln \frac{a}{a_{*0}}\right), \quad (2.65)$$

wobei die Phase der $\ln(a)$ -periodischen Funktion durch eine Konstante im Nenner $a_{*0} = 4,5a_*$ verschoben ist [Bra06]. Die bemerkenswerten Minima in der Rate können als destruktive Interferenz der beiden Pfade interpretiert werden, die mit den am tiefsten liegenden adiabatischen hypersphärischen Kanälen verknüpft sind. Die experimentelle Realisierung ist sehr erschwert und die Interpretation ihrer Ergebnisse kaum belastbar. Die Abhängigkeit von der Stoßenergie ist groß und Beiträge tiefgebundener Dimere beeinflussen die Ergebnisse.

2.2.6 Einfluss tiefgebundener zweiatomiger Moleküle

Die allgemeine Lösung für die hyperradiale Wellenfunktion im tiefsten hypersphärischen Potential im skalierungsinvarianten Abstand $l \ll R \ll |a|$ ist in Gleichung 2.48 definiert. Für kleinere Abstände $R \lesssim l$ wurde zudem eine Randbedingung durch Gleichung 2.49 eingeführt, welche eine Reflektionswahrscheinlichkeit für eine einlaufende Welle von 100 % annimmt.

Durch die Existenz tiefgebundener Dimere ist diese Annahme nicht mehr haltbar. Die Streuzustände sollen nun neben den reflektierten, auslaufenden hyperradialen Wellen zum Teil aus tiefgebundenen Dimeren sowie einem freien Atom bestehen. Die Dimere haben sehr viel kinetische Energie bei gleichzeitig geringer Gesamtenergie und werden deshalb als Hochenergie-Atom-Dimer-Streuzustände bezeichnet.

Die Vielzahl an individuellen Wahrscheinlichkeiten, dass ein einzelner tiefgebundener Dimerzustand besetzt wird, kann aufsummiert in einem einzigen Parameter η_* zusammengefasst werden. Es existieren für Alkaliatome zwar sehr viele Zweikörpervibrationsenergieniveaus, aber um diese besetzen zu können, muss ein endlicher Wellenfunktionsüberlapp mit dem hypersphärischen Potential bestehen. Allein das energetisch tiefste hypersphärische Potential weist eine ausreichend kleine Ausdehnung auf, in der die Konstellation der drei Atome zu einem Hyperradius R führt, der in den Bereich von l oder kleiner fällt. Der Potentialverlauf dieses Zwischenzustands ist in der skalierungsinvarianten Region durch Gleichung 2.47 gegeben. Indes bleibt die Übergangsrate in ein individuelles tiefgebundenes Dimer stark von den Details der Wellenfunktion im kurzreichweitigen Bereich abhängig. Die Summe über alle Einzelraten in tiefgebundene Dimere ist allenfalls noch gering abhängig von den kurzreichweitigen Details.

Der Wahrscheinlichkeitsanteil, der nicht bei kleinen Abständen in Hochenergie-Atom-Dimer-Streuzustände fließt, sondern als hyperradiale Welle zu großen Abständen

reflektiert wird, ist bezeichnet durch $e^{-4\eta_*}$. Dabei wird der Inelastizitäts-Parameter η_* auch als Efimov-Breitenparameter bezeichnet.

Die Amplitude A der auslaufenden Welle ist somit kleiner als die einlaufende Amplitude B . Damit muss die bisherige Randbedingung aus Gleichung 2.49, die eine Änderung der Phase im Bereich kleiner Abstände einführt, erweitert werden zu

$$A = -e^{2i(\theta_* + i\eta_*)} B. \quad (2.66)$$

Dabei ist der Winkel θ_* abhängig vom Dreikörperparameter κ_* . Für die alte Randbedingung, dies entspricht Gleichung 2.66 mit $\eta_* = 0$, ist das universelle Ergebnis bereits als eine analytische Funktion von $\ln(\kappa_*)$ bekannt. Durch einen Vergleich kann gezeigt werden, dass dieses in Anwesenheit tiefgebundener Dimere gültig bleibt, wenn man die Ersetzung $\theta_* \rightarrow \theta_* + i\eta_*$ vornimmt. Damit muss die Resonanzbedingung aus Gleichung 2.56 als komplexwertige Funktion

$$2(\theta_* + in_*) + \Delta(\xi) = 0 \pmod{2\pi} \quad (2.67)$$

geschrieben werden. Das hat zur Folge das auch der Winkel ξ komplexe Werte annehmen können muss. Somit können die Verluste in die Efimov-Gleichung der Bindungsenergie (Gleichung 2.57) eingefügt werden zu

$$E_T + \frac{i}{2}\Gamma_T + \frac{\hbar^2}{ma^2} = \left[\exp\left(\frac{-2\pi}{s_0}\right) \right]^{n-n_*} \exp\left(\frac{\Delta(\xi) + 2i\eta_*}{s_0}\right) \frac{\hbar^2 \kappa_*^2}{m}, \quad (2.68)$$

und für den Winkel ξ (Gleichung 2.58) zu

$$\tan \xi = -\sqrt{\frac{m(E_T + i\Gamma_T/2)}{\hbar^2}} a. \quad (2.69)$$

Die Existenz tiefgebundener Dimere, in die ein Efimov-Trimer zerfallen kann, hat zur Konsequenz, dass diese Zustände eine gewisse Energiebreite Γ_T aufweisen müssen. Wenn η_* sehr klein ist, kann Gleichung 2.68 auf der rechten Seite in erster Ordnung von η_n entwickelt werden. Für die Breite Γ_T erhält man so

$$\Gamma_T \approx \frac{4\eta_*}{s_0} \left(E_T + \frac{\hbar^2}{ma^2} \right). \quad (2.70)$$

Der erste Efimov-Zustand hat damit eine Breite in der Größenordnung von $\eta_* \hbar^2 / ma^2$. Die weiteren sind proportional zu ihrer Bindungsenergie E_T , die durch Gleichung 2.59 gegeben ist.

Die in Gleichung 2.64 angegebene Teilrate α_{schwach} muss wegen der Existenz tiefe-

bundener Dimere erweitert werden. Es lässt sich der analytische Ausdruck finden

$$\alpha_{\text{schwach}} = \frac{\hbar a^4}{m} \cdot \frac{128\pi^2(4\pi - 3\sqrt{3})(\sin^2[s_0 \ln(a/a_{*0})] + \sinh^2 \eta_*)}{\sinh^2(\pi s_0 + \eta_*) + \cos^2[s_0 \ln(a/a_{*0})]} \quad (2.71)$$

$$\approx \frac{\hbar a^4}{m} \cdot 67,12e^{-2\eta_*} \left(\sin^2 \left(s_0 \ln \frac{a}{a_{*0}} \right) + \sinh^2 \eta_* \right), \quad (2.72)$$

wobei in der zweiten Zeile die Näherung $\sinh(\pi s_0 + \eta_*) \approx e^{\eta_*} \sinh(\pi s_0)$ zur Vereinfachung genutzt wurde. Es gilt weiterhin $a_{*0} \approx 4,5a_*$ [Bra06].

Wären keine tiefgebundenen Dimere vorhanden, gäbe es eine Dreikörperrekombination nur für positive Streulängen $a > 0$, da nur dann schwach gebundene Dimere existieren. Wenn sie allerdings existieren, tragen sie unabhängig vom Vorzeichen der Streulänge zur in Gleichung 2.63 eingeführten Rate bei. Diese Teilrate sei mit α_{tief} benannt und für positive Streulängen $a > 0$ findet sich der analytische Ausdruck

$$\alpha_{\text{tief}} = \frac{\hbar a^4}{m} \cdot \frac{64\pi^2(4\pi - 3\sqrt{3}) \coth(\pi s_0) \sinh(2\eta_*)}{\sinh^2(\pi s_0 + \eta_*) + \cos^2[s_0 \ln(a/a_*)]} \quad (2.73)$$

$$\approx \frac{\hbar a^4}{m} \cdot 16,84 (1 - e^{-4\eta_*}) \quad \text{für} \quad a > 0, \quad (2.74)$$

wobei in der zweiten Zeile erneut die für Gleichung 2.72 benutzte Näherung gebraucht wurde, weil der Koeffizient $\hbar a^4/m$ nur eine schwache logarithmisch-periodische Abhängigkeit von $a\kappa_*$ erfährt. Der genutzte numerische Wert für den Vorfaktor findet sich erstmals in [Bra04].

Für negative Streulängen $a < 0$ lässt sich entsprechend ein analytischer Ausdruck für die Dreikörperrekombinationsrate α_{tief} finden

$$\alpha_{\text{tief}} = \frac{\hbar a^4}{m} \cdot \frac{4590 \sinh(2\eta_*)}{\sin^2[s_0 \ln(a/a'_*)] + \sinh^2 \eta_*} \quad \text{für} \quad a < 0, \quad (2.75)$$

wobei $a'_* \approx -1,56(5)/\kappa_*$ ist. Der Wert 4590 ist nur numerisch bekannt [Bra04].

2.2.7 Streuung mit ungleichen Massen

Die in Abschnitt 2.1 eingeführten universellen Zusammenhänge für Zweikörperstöße sind für ein System mit verschiedenen Massen wenig komplizierter. Es seien zwei Atome mit den Massen m_1 und m_2 angenommen, die eine große Streulänge a_{12} aufweisen. Für den Fall großer, positiver Streulänge bilden diese ein schwach gebundenes Dimer mit einer Bindungsenergie

$$E_D = \frac{\hbar^2}{2m_{12}a_{12}^2}, \quad (2.76)$$

wobei die reduzierte Masse $m_{12} = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ eingesetzt ist.

In einem Dreikörpersystem können prinzipiell alle drei Massen unterschiedlich sein und jedwede Kombination von paarweisen Streulängen große Werte annehmen. Die

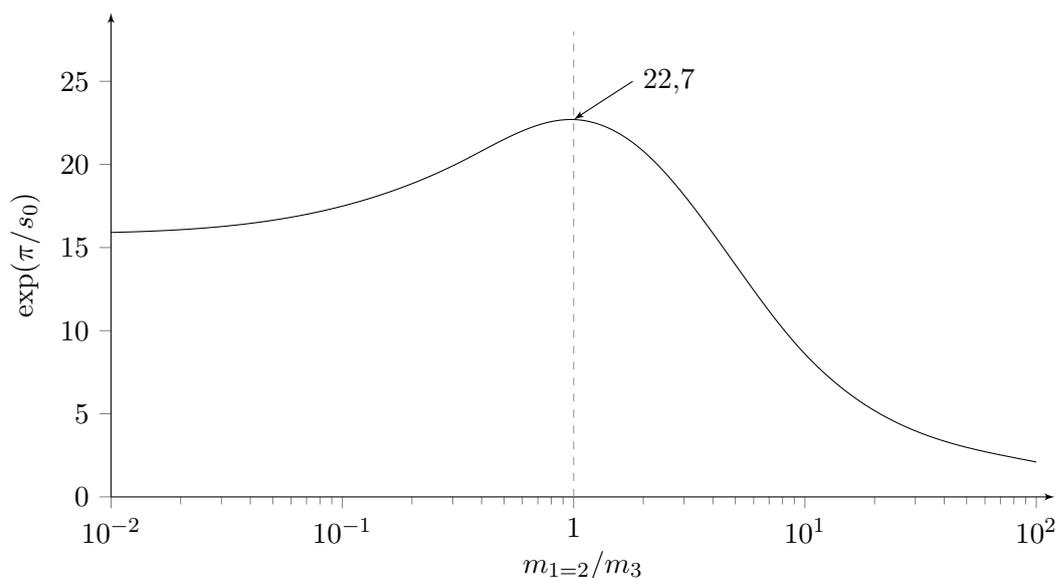


Abbildung 2.8 – Diskreter Skalierungsfaktor bei großer Wechselwirkung aller Paare

Der Skalierungsfaktor e^{π/s_0} als Funktion des Massenverhältnisses m_1/m_3 bei gleichen Massen $m_1 = m_2$ und großen Streulängen zwischen allen drei Paaren. Der Faktor wird für gleiche Massen $m_1 = m_3$ maximal (Pfeil). Dies kann nur von drei identischen Bosonen erfüllt werden. Für $m_1 \neq m_3$ ist es überdies ausreichend, wenn die Teilchen unterscheidbar sind.

Bedingung für die Existenz eines Efimov-Effekts und der Skalierungsfaktor der diskreten Serie sind abhängig vom Verhältnis der Massen.

In dieser Arbeit wurden Atome mit einem sehr großen Massenverhältnis verwendet. So soll mit dem Extremfall zweier identischer und einem entweder sehr viel leichteren oder schwereren dritten Teilchen begonnen werden. Im Fall zweier schwerer Teilchen und einem leichten tritt der Efimov-Effekt auf, vorausgesetzt die Streulänge zwischen den schweren und leichten Teilchen ist groß. Der Efimov-Effekt kann hier intuitiv mit Hilfe der Born-Oppenheimer-Näherung verstanden werden. Wenn die Situation umgekehrt ist und zwei gleiche leichte Teilchen und ein schweres angenommen werden, tritt der Efimov-Effekt nur noch auf, wenn alle drei paarweisen Streulängen groß sind.

Um den Einfluß der Massenverhältnisse zu zeigen, sei nun angenommen, dass alle drei paarweisen Streulängen groß seien. Dies schließt damit jedes Paar an identischen Fermionen aus. Die Bedingung für den Efimov-Effekt hängt zunächst nicht von den Werten der Streulängen ab, gesetzt den Fall, dass ihre absoluten Werte die Ausdehnung des Systems deutlich übersteigen. Der Efimov-Effekt tritt dann für alle beliebigen Massen auf und der diskrete Skalierungsfaktor nimmt seinen größten Wert an, wenn alle Massen gleich schwer sind. Dies ist der gleiche Wert, der vorangegangen für den Fall dreier identischer Bosonen angegeben war mit $e^{\pi/s_0} \approx 22,7$. Wenn zwei Massen gleich schwer sind, spielt es weiterhin keine Rolle, ob diese beiden identische Bosonen oder unterscheidbare Teilchen sind. In Abbildung 2.8 ist der diskrete Skalierungsfaktor

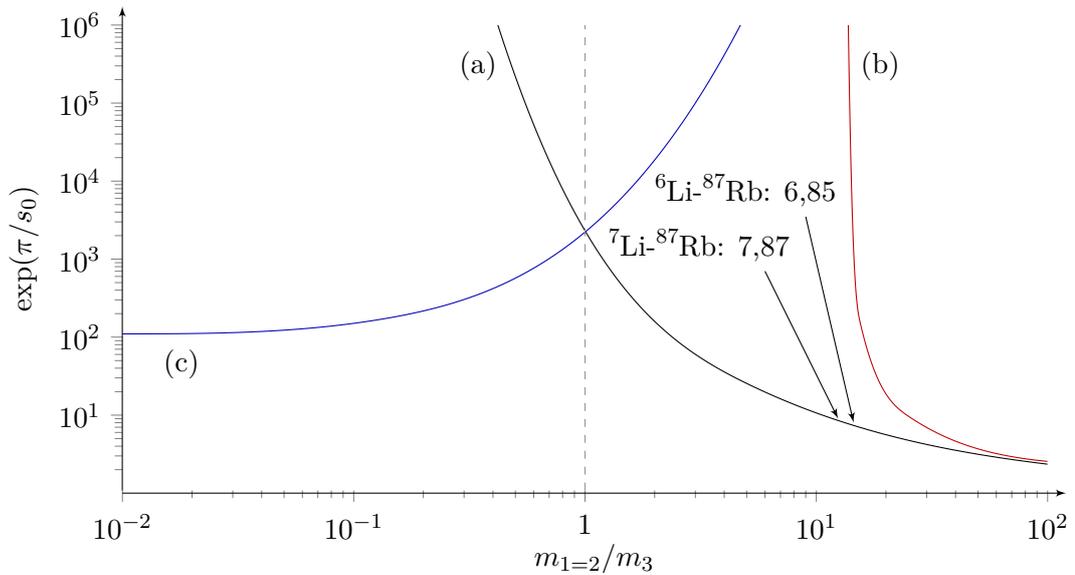


Abbildung 2.9 – Diskreter Skalierungsfaktor bei starker Wechselwirkung zweier Paare

Der Skalierungsfaktor e^{π/s_0} als Funktion des Massenverhältnisses m_1/m_3 bei gleichen Massen $m_1 = m_2$ und großen Streulängen zwischen zweier Paare. Die im Experiment realisierbaren Gemisch-Kombination sind mit ihren Faktoren eingezeichnet. Die drei Kurven zeigen:

- (a) Wenn a_{23} und a_{31} groß sind, können Teilchen 1 und 2 identische Bosonen oder unterscheidbare Teilchen sein (schwarze Linie).
- (b) Wie bei (a), aber wenn die Teilchen 1 und 2 identische Fermionen sind (rote Linie).
- (c) Wenn a_{12} und a_{31} (oder a_{12} und a_{23}) groß sind, müssen die Teilchen 1 und 2 unterscheidbare Teilchen sein (blaue Linie).

für diesen Fall $m_1 = m_2$ als eine Funktion des Massenverhältnisses $m_1/m_3 = m_2/m_3$ gezeigt. Dabei strebt die Funktion für $m_1 = m_2 \gg m_3$ gegen 1 und für $m_1 = m_2 \ll m_3$ gegen etwa 15,7.

Der allgemeinere Fall, bei dem nur zwei paarweise Streulängen große Werte besitzen, soll nun betrachtet werden. Hierbei soll die Diskussion beschränkt sein auf eine Situation, bei der zusätzlich zwei der Massen gleich sind, gewählt sei $m_1 = m_2$. Abbildung 2.9 zeigt für das freie Massenverhältnis $m_1/m_3 = m_2/m_3$ den diskreten Skalierungsfaktor. Allerdings sind drei Fälle zu unterscheiden:

1. Die Streulängen a_{23} und a_{31} sind groß und die Teilchen 1 und 2 sind entweder identische Bosonen oder unterscheidbar. Dann nimmt der diskrete Skalierungsfaktor e^{π/s_0} monoton fallende Werte an, von ∞ bis 1986,1 für ansteigende Werte von m_1/m_3 .
2. Die Streulängen a_{23} und a_{31} sind groß und die Teilchen 1 und 2 sind identische Fermionen. Dann tritt der Efimov-Effekt nur auf, wenn das Massenverhältnis m_1/m_3 den kritischen Wert von ungefähr 13,607 übersteigt. Er fällt dann monoton von ∞ auf 1 für ansteigende Werte von m_1/m_3 .

3. Die Streulängen a_{12} und a_{31} oder a_{12} und a_{23} sind groß und die Teilchen 1 und 2 sind unterscheidbar. Dann steigt der diskrete Skalierungsfaktor monoton von ungefähr 94,36 auf ∞ an für ansteigende Werte von m_1/m_3 . Bei $m_1/m_3 = 1$ erhält man die gleiche Lösung wie für den ersten Fall.

Kapitel 3

Apparativer Aufbau

Die vorliegende Arbeit basiert auf der Weiterentwicklung eines 2003 am Physikalischen Institut der Universität Tübingen begonnenen Experiments zur Erforschung der Eigenschaften eines ultrakalten Lithium-Rubidium-Gemisches. Die Wechselwirkungseigenschaften von Atomen unterschiedlicher Spezies wurden zunächst durch Photoassoziation in einer thermischen Wolke untersucht. Dazu wurden die Atome in einer magneto-optischen Falle (engl. *magneto-optical trap*, kurz MOT) gefangen [Sch03]. Durch den Aufbau von [Gün05, Sil06] wurde eine Abkühlung bis hin zur Entartung der Gase erreicht. Damit konnte die s -Wellen-Streulänge für die sympathetische Thermalisierung der beiden Spezies in ihren vollgestreckten Zuständen bestimmt werden, sowohl im bosonischen Gemisch ^7Li - ^{87}Rb als auch für die Fermi-Bose-Mischung ^6Li - ^{87}Rb . Mit den Mitteln der magnetischen Feshbach-Spektroskopie gelang es außerdem, die Wechselwirkungspotentiale der präparierbaren Zustandkombinationen zu ermitteln [Deh08b, Mar09b]. Der apparative Aufbau wurde durch die stetige Weiterentwicklung umfangreicher und komplexer, wie in den zitierten Arbeiten dokumentiert. Die vorliegende Darstellung beschränkt sich auf die neukonzipierten beziehungsweise wesentlich veränderten Teile des Experiments seit 2008.

Die vorliegende Arbeit beschreibt den erstmaligen Nachweis und die Charakterisierung eines heteronuklearen Efimov-Zustands im Lithium-Rubidium-Gemisch. Die Suche nach Efimov-Zuständen erfordert eine sehr feine Abrasterung einer Feshbach-Resonanz. Um die Dreikörperrekombinationsrate präzise bestimmen zu können, ist ein Ensemble bei möglichst geringer Temperatur und Dichte vonnöten. Die Anforderungen an die Präparation des Ensembles erhöht sich im Vergleich zu bisherigen Messungen. Im vorgefundenen Aufbau waren deshalb verschiedene qualitative Anpassungen nötig:

- Verdopplung der Anfangsatomzahlen
- Verringerung der Temperatur des Ensembles um eine Größenordnung
- Egalisierung der Temperatur der beiden Gase
- Reduktion der Atomdichten
- Senkung der Nachweisgrenze der Endatomzahlen

- Verbesserung der Kurz- und Langzeitstabilität

In den nachfolgenden Abschnitten sind die dafür nötigen Änderungen am vorgefundenen Experiment detailliert dargestellt.

3.1 Gesamtaufbau

Das Zusammenwirken aller wichtigen Funktionsgruppen des Experiments ist in Abbildung 3.1 schematisch dargestellt. Im Vergleich zum bestehenden Experiment werden dabei die folgenden Funktionsgruppen angepasst beziehungsweise neu konzipiert:

- Präparation von Lithium
 - Lasersystem für die Anregung von Lithium-Übergängen
 - Spektroskopie
 - Stromversorgung des Zeeman-Abbremsers
 - Lithium-Ofen
- Präparation von Rubidium
 - Laserfrequenzregelung
- optische Dipolfalle
- Kamerasystem

Ein zentraler Leitgedanke bei der Weiterentwicklung ist ein Abbau innerer Komplexität mit dem Ziel, ein möglichst einfaches System durch die kleinstmögliche Anzahl von Komponenten zu realisieren, die präzise und robust ihre Aufgabe erfüllen. Dem wird sich angenähert, indem Komponenten beziehungsweise Funktionsgruppen jeweils mehrere Aufgaben im Experiment übernehmen. Dabei zeigten sich flexible, elektronische Steuerungen und Regelungen als verlässlicher als oft wartungsanfällige mechanische und optische Komponenten.

3.2 Lasersystem für die Anregung von Lithium-Übergängen

Das Lasersystem für die Anregung von Lithium-Übergängen wurde neu realisiert. Das alte System wies eine große Störanfälligkeit auf, die aus dem Entwicklungsstand der eingesetzten Technik resultierte. Genannt seien die zwei wichtigsten Restriktionen:

1. Laserlichtquellen mit hohen Ausgangsleistungen $P_{\text{out}} > 100 \text{ mW}$ im Bereich von 670 nm waren bei Konzipierung des ursprünglichen Experiments noch nicht erhältlich. Einen Titan-Saphier-Laser (kurz TiSa) am kurzwelligen Rand seines Emissionsspektrums zu betreiben, ist extrem aufwändig [Gün05]. Deshalb wurden extern injizierte Halbleiterdiodenlasersysteme¹ verwendet. Im Normbetrieb

¹ Blue Sky Research, CircuLaser VPSL0658-080H5F: 80 mW @ 658 nm

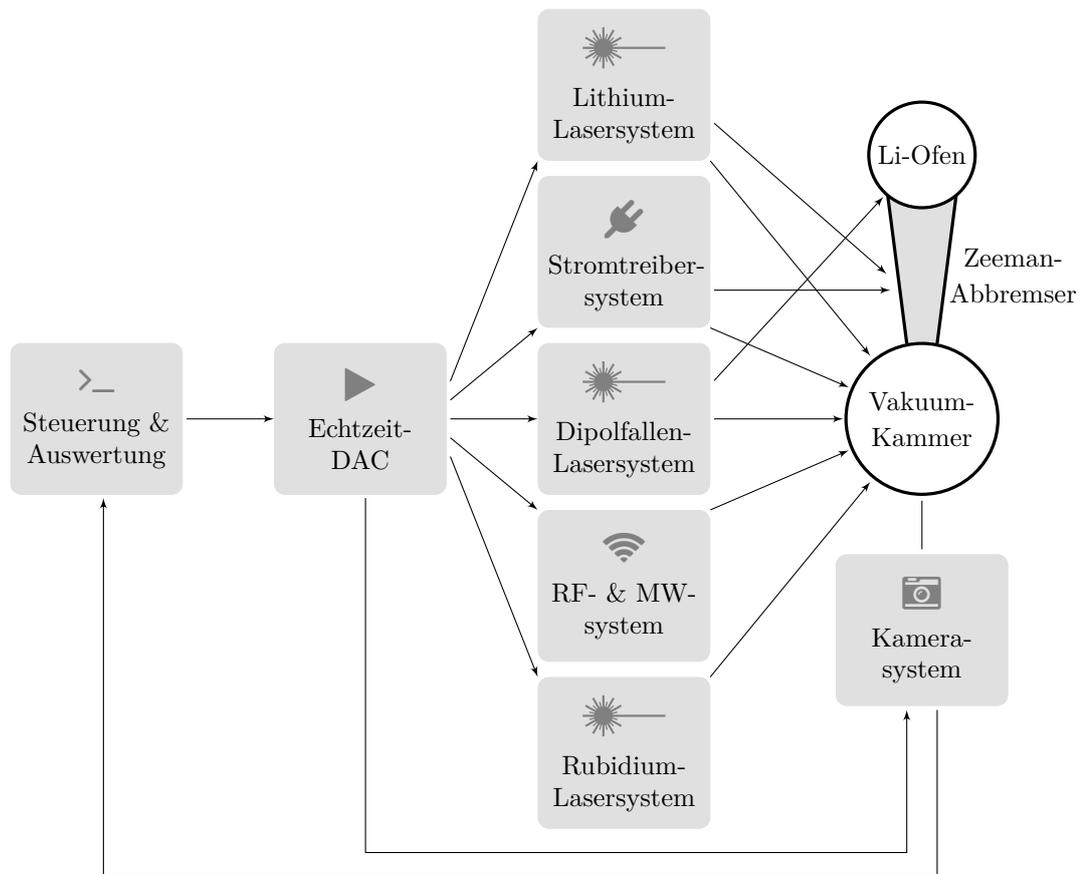


Abbildung 3.1 – Funktionsgruppen des Experiments

emittieren diese bei einer Wellenlänge von 658 nm. Die gewünschte Wellenlänge wurde durch Heizen der Dioden auf eine Temperatur von 60 °C erreicht. Dadurch verkürzte sich ihre Lebensdauer auf wenige Wochen. Das Ersetzen einer Laserdiode machte eine Rejustage ihres gesamten nachfolgenden Strahlengangs in diesem Intervall je Diode notwendig. Die erforderliche Strahlleistung für den Betrieb einer MOT wurde durch Kombinieren mehrerer solcher Laserquellen erreicht, wodurch der Umfang des Aufbaus weiter wuchs [Gün05].

- Elektronische Mikrowellenkomponenten waren zur Zeit des Erstaufbaus nicht zu einem vertretbaren Aufwand einsetzbar. Die Übergangsfrequenzen der D_1 - und D_2 -Linie, die etwa 11 GHz Differenz aufweisen, konnte nur durch zwei separate Spektroskopien ermittelt werden. Die Spektroskopiezelle musste dem im Experiment eingesetzten Isotop angepasst werden. Ihr Glaskolben hatte eine Lebensdauer von einigen Monaten. Jede im experimentellen Zyklus verwendete Wellenlänge wurde von einem separatem Laser erzeugt, sodass der Gesamtbedarf bei ^7Li auf elf Lasersysteme anwuchs.

Die Kurz- und Langzeitstabilität der Apparatur ist von essenzieller Wichtigkeit, da

die Suche nach einem Efimov-Zustand sehr viele einzelne Messdatenpunkte benötigt. Zum einen muss eine Feshbach-Resonanz sehr fein abgerastert werden, zum anderen kann der mittlere absolute Fehler durch viele Messungen kleiner als die zu messende Efimov-Resonanz werden. Im Folgenden werden die einzelnen Maßnahmen zur Minderung der Fehler vorgestellt.

Mechanische Stabilität Umgebungsklima, Materialermüdung sowie das Kriechen von kraftschlüssigen Verbindungen verringerte die geometrische Stabilität und führte zu einer Dejustage der optomechanischen Komponenten. Kurzfristige Beeinträchtigungen entstehen durch seismische und akustische Vibrationen. Durch folgende Maßnahmen wird ein hohes Maß an mechanischer Stabilität erreicht:

1. *Geometrische Maßnahmen*

Das Verkippen eines Spiegels führt bei kürzeren optischen Strecken zu geringerem Versatz. Der Gesamtaufbau ist deshalb sehr kompakt realisiert. Das Lasersystem ist auf eine Fläche von nur $75\text{ cm} \times 165\text{ cm}$ komprimiert. Dazu wurde die Anzahl der verwendeten optischen Komponenten auf ein Minimum reduziert. Daraus ergibt sich außerdem eine Reduktion von Fehlerquellen. Die Justage wird vereinfacht unter der Prämisse, dass die notwendigen Freiheitsgrade erhalten bleiben.

Die Höhe der Strahlachsen zum optischen Tisch werden von 150 mm auf 66 mm gesenkt. Die mechanische Steifigkeit und die Eigenfrequenzen der Baugruppe erhöhen sich dadurch intrinsisch. Die höhenverstellbaren Halter aus Aluminium und Kunststoff – also Werkstoffen mit geringem Elastizitätsmodul – ersetzen massive Bronze-Zylinder. Diese haben unterschiedliche fixe Höhen, sodass die optischen Achsen der unterschiedlich hohen Elemente zusammenfallen und eine instabile Höhenverstellbarkeit entfallen kann.

2. *Vermeidung von Vibrationen*

Sechs mechano-optische Guillotineverschlüsse (im Weiteren engl. *shutter*) dienen dem zeitweisen Unterbrechen von Teilstrahlgängen. Die Beschleunigung der Blenden verursacht einen Stoß, der sich als Schwingungen über den optischen Tisch ausbreitet. Das löst Störungen in der Laserfrequenzregelung aus. Der Regelfehler liegt typischerweise bei über 10 MHz und damit höher als die natürliche Linienbreite von Lithium oder Rubidium. Abhilfe ist durch ein vom optischen Tisch freistehendes Gerüst geschaffen, das diesen vollständig überspannt. Die Shutter sind daran befestigt und ragen von oben in den Strahlengang. So werden Vibrationen von diesen im optischen System ausgeschlossen.

Um den von der Position der Guillotine abhängigen Verschlusszeitpunkt exakt definiert zu halten, ist das Gerüst sehr steif ausgeführt. Die Konstruktion ist mit Hilfe einer Berechnung nach der Methode der Finiten-Elemente (kurz FEM) optimiert. Die erwartbare Deformation beträgt bei Annahme einer Kraft von

10 N an der Stelle der größten Kraftwirkung $10\ \mu\text{m}$. Damit verschiebt sich der Schaltzeitpunkt vernachlässigbar um weniger als $10\ \mu\text{s}$.

Die Zwischenräume des Gerüsts sind mit Dämmmaterial² verschlossen um Störeinflüsse durch Temperaturschwankungen, Luftbewegungen und Schall zu unterdrücken. Annähernde Spaltfreiheit der Dämmung hindert Streulicht am Verlassen des gekapselten Bereichs.

Frequenzstabilität Der neue Aufbau des Lasersystems enthält insgesamt vier akustooptische Modulatoren³ (kurz AOM). Sie dienen zum schnellen Schalten von Laserstrahlen und erreichen typische Schaltzeiten von unter $100\ \text{ns}$ Halbwertsbreite. Die Frequenz des gebeugten Lichtfelds setzt sich aus der Laser- und AOM-Frequenz zusammen. Um die Verstimmung durch den AOM driftfrei zu halten, ist eine stabile Radiofrequenzquelle zum Anregen der Schallwelle im AOM-Kristall notwendig. Diese ist durch eine programmierbare Phasenregelschleife⁴ (engl. *phase-locked loop*, kurz PLL) realisiert. Die PLL stabilisiert eine gebrochen-rationale Multiplikation einer $10\ \text{MHz}$ Referenzfrequenz. Die Genauigkeit ist damit über die Stabilität der Referenzfrequenz gegeben und weist eine relative Standardabweichung von 10^{-7} auf⁵.

Temperaturstabilität Im Ablauf eines Experiments wird an vielen Elementen Energie in Form von Wärme abgegeben. Besonders kritisch sind hierbei die Spulen im Vakuum, die durch thermische Ausdehnung ihre Position ändern. Ein thermisches Gleichgewicht der Gesamtanlage stellt sich erst nach vielen Stunden ein. Auf die Kühlung der Titan-Sublimationspumpe mit flüssigem Stickstoff wird daher verzichtet, da das Reservoir Stickstoff nur für einige Stunden speichern kann.

Die Dauer eines Experimentablaufs (typischerweise zwischen 50 und $70\ \text{s}$) setzt sich aus der Ablaufdauer des Echtzeitprogramms und der benötigten Zeit zur erneuten Programmierung zusammen. Letztere benötigt je nach Auslastung des Steuerungs- und Auswertungsrechners unterschiedlich lange (Schwankung bis zu $3\ \text{s}$). Um diese Schwankung zu eliminieren, setzt das Echtzeitprogramm am Ende ein Digitalsignal an einen Mikrocontroller⁶ ab, das dieser nach $5\ \text{s}$ als Starttrigger an das Echtzeitsystem zurück gibt. Durch diese Selbstreferenzierung wird die Lücke im Echtzeitprogramm geschlossen. Der Mikrocontroller unterlässt den Experimentstart, wenn der Druck in der Vakuumkammer über $1 \times 10^{-10}\ \text{mbar}$ liegt.

Polarisationsstabilität Der LiNbO_3 -Kristall eines AOM ist doppelbrechend und beeinflusst die Polarisation des Lichts abhängig von seiner Temperatur. Dieser Effekt

² Armaflex 40 mm

³ Crystal Technology 3080-122

⁴ E-Werkstatt Nr. 8214

⁵ Rohde-Schwarz SMR20 mit OCXO-Referenzoszillator (Option B1)

⁶ Atmel-AVR-Mikrocontroller mit $16\ \text{MHz}$ Schwingquarz

wird verringert, indem die Temperatur des AOM-Gehäuses konstant gehalten wird. Dazu ist das Gehäuse des AOM in Kontakt mit einem Kühlkreislauf, dessen Fluid auf $\pm 0,1$ K stabil gehalten ist. Dennoch führt die lokale Erwärmung des Kristalls durch den Wärmeeintrag des Piezotransducers zu Spannungsdoppelbrechung. In den relevanten 100 μ s nach Einschalten des AOM verläuft dieser Prozess deterministisch unter der Voraussetzung, dass der Kristall zuvor mit dem Kühlmittel thermalisiert ist. Im Experimentzyklus ist dies ausreichend gegeben. Bei der Strahljustage wird eine hinreichende Thermalisierung gewährleistet, indem der AOM gepulst betrieben wird mit einem Tastgrad von 1 %.

Überdies ist es möglich, die optische c -Achse des anisotropen Kristalls zu identifizieren, die nur eine vernachlässigbare Temperaturabhängigkeit aufweist. Dazu wird die Polarisation in Abhängigkeit von der Einschaltzeit und damit der Erwärmung mit einem Polarisationsanalysator⁷ gemessen. Eine Anpassung der Polarisation durch $\frac{\lambda}{2}$ - und $\frac{\lambda}{4}$ -Verzögerungsplättchen führt bei Annäherung an die c -Achse zu einer Reduktion der Polarisationsänderung. Dieses Verfahren liefert einen verbleibenden Drift unter 1° bezogen auf eine Darstellung der Stokes-Vektoren auf einer intensitätsnormierten Poincaré-Sphäre.

Polarisationserhaltende Glasfasern sind ebenfalls doppelbrechend und haben somit eine schnelle und eine langsame optische Achse. Auf diesen wird das Licht so geführt, dass weder thermischer noch mechanischer Stress zu einer Polarisationsänderung führt. Analog zur Justage der AOM wird die langsame optische Achse durch Analyse der Polarisation bei Temperaturänderung gefunden. Die Achse zeichnet sich als Mittelpunkt eines kreisförmigen Driftens auf der Poincaré-Sphäre ab. Bei präziser Anpassung der Polarisation auf die Achse wird der Polarisationsdrift minimiert. Der verbleibende Driftfehler reduziert sich ebenfalls auf weniger als 1° .

3.2.1 Laserfrequenzregelungen

Im Experiment werden Übergänge sowohl der D_1 - als auch der D_2 -Linie von ^6Li oder ^7Li optisch angeregt. Die Frequenz des Laserlichts muss dazu auf eine atomare Resonanz mit einer Genauigkeit der entsprechenden Linienbreite des Übergangs stabilisiert werden. Für alle verwendeten Übergänge der beiden Lithium-Isotope beträgt die natürliche Linienbreite 5,87 MHz [Geh03].

Laserquelle Ausgangspunkt der Lasersysteme sind gitterstabilisierte Diodenlaser in Littrow-Anordnung (engl. *external-cavity diode laser*, kurz ECDL) nach dem Prinzip von [Ric95]. Mechanisch sind die Laserköpfe auf einer wassergekühlten⁸, zentrierenden Grundplatte angebracht. Über diese wird die Abwärme der eigentlichen Temperaturregelung⁹

⁷ Schäfter + Kirchhoff Polarisationsanalysator SK010PA-VIS

⁸ stabil auf $\pm 0,1$ K

⁹ Toptica Temperaturcontroller

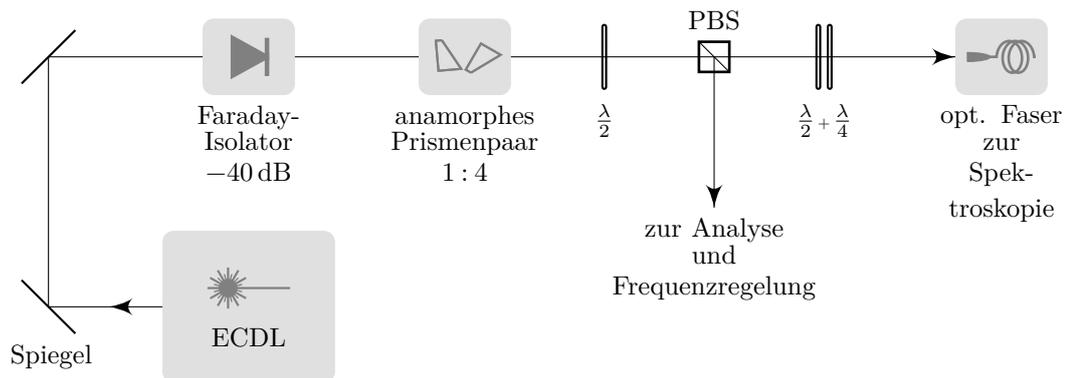


Abbildung 3.2 – Strahlengang des Referenzlasers

Der Diodenlaserkopf (ECDL) ist auf einer wassergekühlten, zentrierenden Grundplatte montiert. Er kann als Ganzes mit geringem Aufwand ausgewechselt werden. Mit den im Strahlengang ersten beiden Spiegeln kann der Strahl nach einem Diodenaustausch auf den vorherigen rejustiert werden. Der Faraday-Isolator verhindert, dass Rückreflexe folgender Optiken zu Modenrandbedingungen an den Laser führen. Eine Hauptachse des elliptischen Ausgangsstrahls der Halbleiterlaserdioden wird durch ein anamorphes Prismenpaar auf ein Viertel gestaucht, sodass das Strahlprofil annähernd kreisförmig wird. Über ein $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen und einen Polarisationsstrahlteilerwürfel (PBS) kann der Leistungsanteil eingestellt werden, der für einen Analysesonator und zur Frequenzregelung benötigt wird. Mit der $\frac{\lambda}{2}$ - $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchenkombination wird die Polarisation auf die polarisationserhaltende Glasfaser angepasst, die zum Aufbau der Spektroskopie führt.

der Laserdiode abgeführt, die ein Peltier-Element nutzt. Am Ende der Lebensdauer einer Laserdiode kann der Laserkopf vollständig gewechselt werden. Die empfindliche Justage des holographischen Gitters kann dadurch außerhalb des engen Experimentaufbaus durchgeführt werden, siehe Abbildung 3.2.

Die eingesetzten Laserdioden sind vom Typ HL6756MG der Firma Opnext. Diese Dioden können schadfrei deutlich über ihrem spezifizierten maximalen Strom¹⁰ betrieben werden. Die dadurch nach dem Farady-Isolator verfügbare Ausgangsleistung erhöht sich auf $P_{\text{out}} \approx 20 \text{ mW}$ und verbleibt weiterhin im nicht-gesättigten Bereich.

Die Lasersysteme sind auf eine große Durchstimmpbarkeit von mehr als 2 GHz optimiert. Dazu führt die Regelung neben der Position des holographischen Gitters auch den Laserdiodenstrom per Vorsteuerung (engl. *feed forward*) nach. Während des experimentellen Zyklus kommt es wiederholt zum Ausbleiben eines verlässlichen Fehlersignals durch Einstreuen von Mikrowellenstrahlung (siehe Abschnitt 3.2.1, Absatz „Relativfrequenzregelung durch optische Schwebung“). Das macht ein Aufheben der Rückkopplungsschleife notwendig. Ansonsten droht die Regelung, einen Extremwert anzunehmen. Dazu ist die Regelschleife¹¹ so modifiziert, dass sie per Digitalsignal geöffnet werden kann. Ein Abtast-Halte-Glied¹² (engl. *sample and hold*) überbrückt diese Zeit, indem sie den letzten

¹⁰ bei spezifizierten $I_{\text{max}} = 45 \text{ mA}$, $P_{\text{out}} = 15 \text{ mW}$ bei $I = 60 \text{ mA}$, $P_{\text{out}} = 30 \text{ mW}$

¹¹ Rohr F. Elektromechanik, Lock Box 4

¹² Precision Sample and Hold Amplifier LF398N

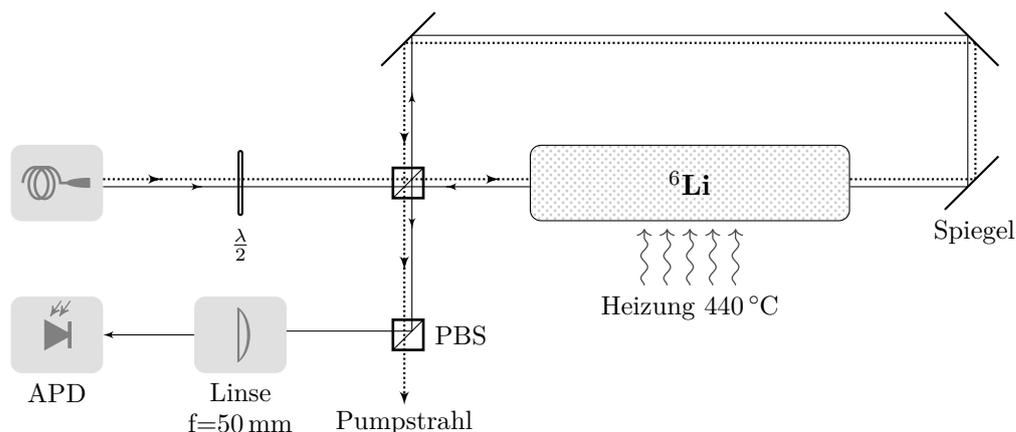


Abbildung 3.3 – FM-Spektroskopieaufbau

Die Spektroskopiezelle ist mit Helium-Puffergas und einigen Gramm fermionischem Lithium gefüllt. Eine um die Zelle gewickelte ohmsche Widerstandsheizung erwärmt die Zelle, bis ein ausreichender Lithium-Partialdampfdruck erreicht ist. Um die Abwärme vom Rest der Aufbauten fernzuhalten, ist sie von diesen räumlich getrennt. Das Licht des Referenzlasers gelangt über eine polarisationserhaltende Glasfaser zur Spektroskopie. Über ein $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen kann das Verhältnis von Pump- und Probelichtintensität eingestellt werden, das von einem ersten Polarisationsstrahlteilerwürfel (PBS) aufgespalten wird. Dieser vereinigt auch die beiden Strahlen, die senkrecht zueinander polarisiert sind (gepunktete bzw. durchgezogene Linie), nach Durchgang durch die Zelle in entgegengesetzten Richtungen wieder. Der zweite PBS trennt die beiden Strahlen erneut voneinander und nur das Probelicht fällt fokussiert auf eine schnelle Avalanche-Photodiode (kurz APD).

ausgegebenen Stellwert weiter konstant ausgibt. Steht ein gültiges Eingangssignal wieder zur Verfügung, befindet es sich gemeinhin noch im Einfangbereich der Regelung. Ein erneutes Schließen der Rückkopplungsschleife kann so erfolgreich gewährleistet werden.

Spektroskopie Ein Referenzlaser dient allen weiteren Lasern als Wellenlängennormal. Er ist auf einer festen Frequenz relativ zu einer atomaren Resonanz von ${}^6\text{Li}$ mit Hilfe einer Frequenzmodulationsspektroskopie¹³ (kurz FM-Spektroskopie) stabilisiert.

Das Herzstück der Spektroskopie ist eine beheizte Lithium-Dampfzelle. Die vormals eingesetzten Spektroskopiezellen bestanden aus einem Glaskolben. Glas ist allerdings gegen Lithium nicht chemisch inert. Nach einigen Monaten versprödet es so weit, dass die Zelle durch Risse belüftet wird.

Die neu entworfene Spektroskopiezelle besteht aus einem mit Glasfenstern¹⁴ verschlossenen Chromstahlrohr mit einer Länge von 50 cm und einem Durchmesser von 40 mm. Einige Gramm Lithium-Metall, bei dem das Isotop ${}^6\text{Li}$ angereichert wurde, befinden sich mittig in der evakuierten Zelle¹⁵. Ab einer Temperatur von etwa 440 °C entsteht ausreichend absorbierender Lithium-Dampf. Die mittlere freie Weglänge reduziert sich

¹³ E-Werkstatt Nr. 5264

¹⁴ aufgeklebt mit Loctite Hysol 1C, bekannt als Torr Seal

¹⁵ evakuiert über einen angeklebten Glasstutzen, der anschließend abgeschmolzen wurde

durch $1,4 \times 10^{-3}$ mbar Helium-Puffergas auf einige Millimeter. Damit verbleiben die Lithium-Atome sehr lange¹⁶ in der geheizten Zone¹⁷ (Länge 30 cm) bevor sie in den passiv gekühlten Randzonen kondensieren. Ein Transport bis zu den Glasfenstern findet praktisch nicht statt. Die durch das Puffergas vermehrten atomaren Stöße, und die damit einhergehende verkürzte Lebensdauer der angeregten Zustände, verbreitern die Spektrallinien vernachlässigbar. Ein feinmaschiges Chromstahlgewebe¹⁸ auf der Innenfläche soll das Lithium durch Kapillarkräfte zurück ins Zentrum transportieren. Dieses Prinzip ist als *Heat-Pipe-Oven* bekannt [Vid69].

Die Spektroskopiezelle gibt mehr als 70 W Wärme ab. Innerhalb der Kapselung des optischen Tisches führt die entstehende Konvektion der Luft zu Störungen. Nach Öffnen der Kapselung wird eine Rethermalisierung erst nach Stunden erreicht. Die thermische Ausdehnung der opto-mechanischen Komponenten verändert die Strahlengänge. Diese Probleme wurden durch den neuen Aufbau der Spektroskopie auf einem separaten Tisch vermieden. Seine fehlende seismische Dämpfung hat keinen Einfluss auf das Spektroskopiesignal, da dieses nicht von der Phase des Lichts abhängt. Das Problicht des Referenzlasers wird durch eine polarisationserhaltende Glasfaser¹⁹ zur Spektroskopie geleitet.

Der Strahlengang gleicht dem einer dopplerfreien Sättigungsspektroskopie, vergleiche Abbildung 3.3. Die Lithium-Spektroskopie unterscheidet sich dabei von der Umsetzung für Rubidium, da die Absorption in der Lithium-Gaszelle wesentlich schwächer ist. Der räumliche Überlapp von Pump- und Probstrahl ist 100 %, um den spektralen Kontrast zu erhöhen. Die beiden Strahlen sind hierfür senkrecht zueinander polarisiert und können durch zwei Polarisationsstrahlteilerwürfel überlagert und wieder getrennt werden. Überdies wird der Probstrahl nicht zuvor – wie bei der Rubidium-Spektroskopie in Retroreflexionsanordnung üblich – als Pumpstrahl genutzt. Die spektrale Intensitätsverteilung des Probstrahls ist hierdurch nicht bereits innerhalb der Dopplerbreite der Resonanzen vermindert.

Der Referenzlaser wird auf die Frequenz eines atomaren Übergangs mit einer PI-Regelschleife²⁰ stabilisiert. Ein Signalextremum im Spektrum zeigt diesen an und bietet damit keinen Gradienten, der für die Regelrichtung benötigt würde. Deshalb wird dem Laserdiodenstrom ein Wechselstrom von 20 MHz induktiv überlagert, sodass sich die Frequenz des Laserlichts mit der Radiofrequenz leicht ändert. Das Problicht fällt nach Passieren der Dampfzelle auf eine schnelle Avalanche-Photodiode²¹. Der erzeugte Photostrom wird mit dem phasenverschobenen Wechselstrom der Laserdiode elektronisch abgemischt. Dies führt zu einem dispersiven Signal, das an der Stelle des

¹⁶ bisherige Laufzeit > 3 Jahre

¹⁷ Konstantendraht, Doppelhelixwicklung, Gesamtimpedanz $R = 11 \Omega$

¹⁸ Maschenweite: 0,125 mm, Drahtstärke: 80 μm , Länge: 35 cm, Anzahl der Lagen: 4

¹⁹ Schäfter + Kirchhoff GmbH, PMC-670-APC

²⁰ Rohr F. Elektromechanik, Lock Box 4

²¹ E-Werkstatt Nr. 5578

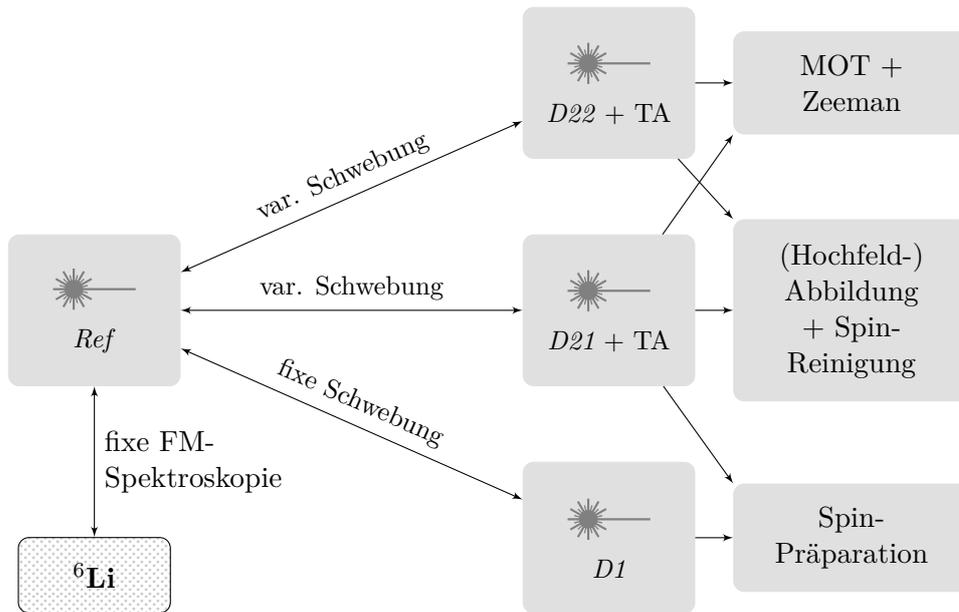
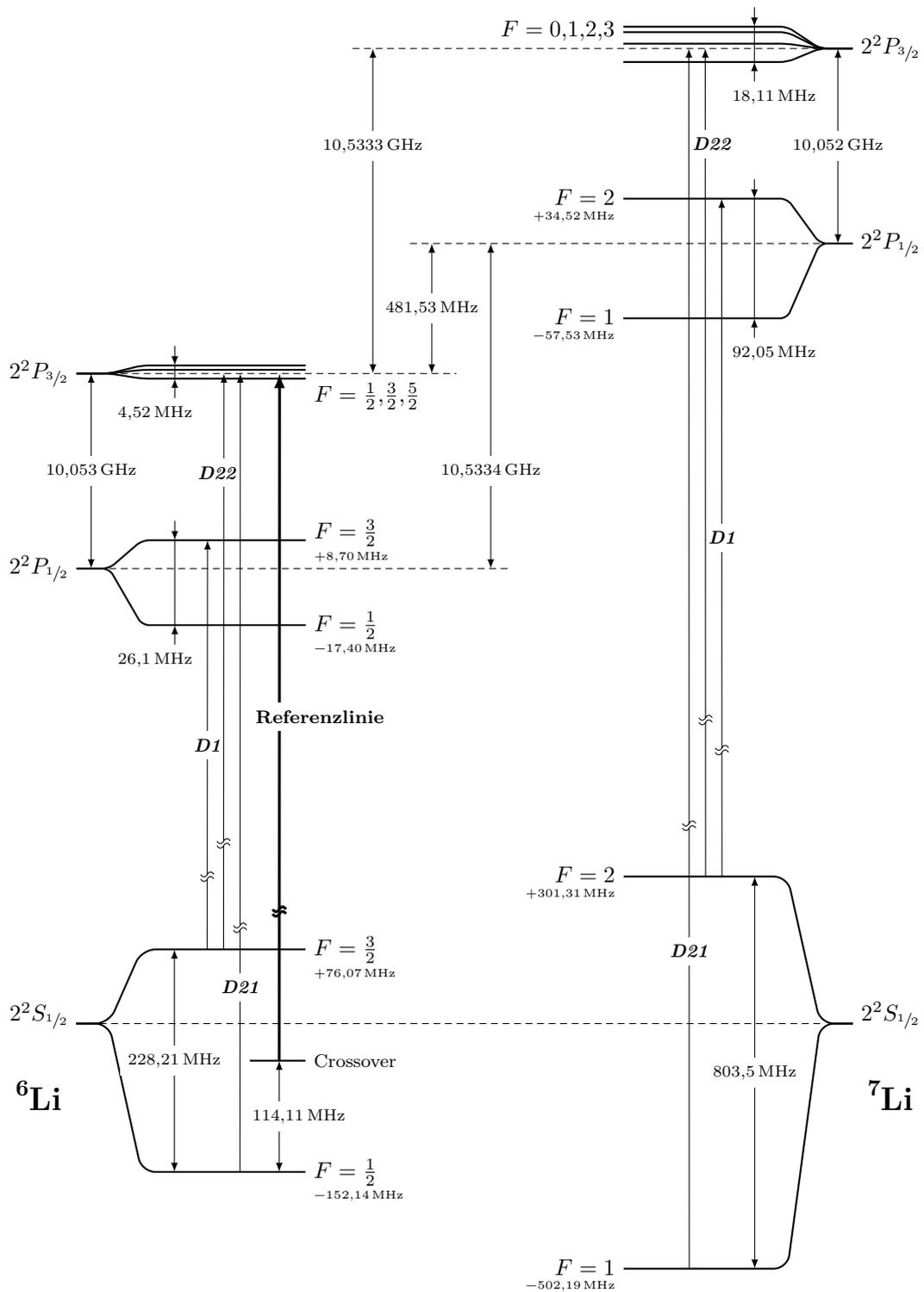


Abbildung 3.4 – Übersicht der Laserfrequenzregelungen und die Funktionen der Laser
 Die Wellenlänge des Referenzlasers *Ref* ist relativ zu einer atomaren Resonanz – ermittelt durch die ${}^6\text{Li}$ -Spektroskopie – fix stabilisiert. Teilstrahlen der drei Laser *D1*, *D21* und *D22* sind jeweils mit dem Referenzlaser optisch geschwebt. Die Regelelektronik eines jeden Lasers stabilisiert die Schwebungsfrequenz passend zur Aufgabe im experimentellen Zyklus.

atomaren Übergang einen Nulldurchgang mit Vorzeichenwechsel aufweist und damit als Fehlersignal einer Regelung geeignet ist. Dieses Verfahren ist bekannt als Pound-Drever-Hall-Verfahren [Dre83]. Die mit diesem Schema erreichte spektrale Linienbreite ist mit unter 10 MHz ausreichend schmal.

Laserfrequenzregelschema Grundgedanke des neu konzipierten Laserfrequenzregelschemas ist es, die Laser durch flexibles Verstimmen für mehrere Aufgaben im experimentellen Zyklus nutzbar zu machen. Statt den bisher für je eine Aufgabe dedizierten elf Lasern können jetzt mit nur vier Lasern sämtliche Aufgaben abgedeckt werden. Dafür sind drei Laser relativ zu einem Referenzlaser stabilisiert. Das Regelschema und die Funktionen der Laser sind in Abbildung 3.4 skizziert.

Der Referenzlaser ist auf die Frequenz des Crossover-Übergangs zwischen $2^2\text{S}_{1/2}^0$ $|F = \frac{1}{2}\rangle$ und $|F = \frac{3}{2}\rangle$ nach $2^2\text{P}_{3/2}^0$ von ${}^6\text{Li}$ stabilisiert. Der Übergang ist ausgewählt, da seine Frequenz inmitten aller benötigten Übergänge beider verwendeter Lithium-Isotope liegt. Der größte Frequenzabstand bleibt durch diese Wahl kleiner als 12 GHz. Das entspricht etwa 0,02 nm. Die Resonanzen sind der Abbildung 3.5 zu entnehmen, welche die Termschemata der beiden Isotope zeigt.

Abbildung 3.5 – Energieniveaus von ${}^6\text{Li}$ und ${}^7\text{Li}$

Jedes Hyperfeinstrukturniveau ist mit seiner Quantenzahl F und seiner Verstimmung (klein darunter) relativ zum Schwerpunkt des Zustands bezeichnet. Die im Experiment verwendeten Übergänge sind mit $D1$, $D21$ und $D22$ gekennzeichnet. Sie werden alle relativ zur Referenzlinie stabilisiert (in fett). Die Übergänge der $D2$ -Linie sind nicht vollständig aufgelöst.

Die Isotopenverschiebung der D_2 -Linie zwischen ${}^6\text{Li}$ und ${}^7\text{Li}$ beträgt 10,533 GHz und liegt nahe dem Betrag der Feinstrukturaufspaltung von 10,052 GHz für ${}^7\text{Li}$. Dank dieser Besonderheit fällt die D_2 -Linie von ${}^6\text{Li}$ annähernd auf die D_1 -Linie von ${}^7\text{Li}$. Die Differenz beträgt gerade noch 481,53 MHz. [Das07]

Die Hyperfeinstrukturaufspaltung der D_2 -Linie von Lithium ist geringer als seine natürliche Linienbreite und damit nicht spektral aufgelöst. Daraus folgt, dass kein geschlossener Übergang angeregt werden kann. Eine Anregung zerfällt zufällig in einen der beiden Grundzustände. Es sind daher für den Betrieb der MOT, des Zeeman-Abbremsers und der Absorptionsabbildung jeweils zwei Frequenzen der D_2 -Linie gleichzeitig notwendig, siehe auch Abbildung 3.10 auf Seite 52. Dafür werden die zwei Laser ($D21$, $D22$) im Frequenzbereich der D_2 -Linie stabilisiert.

Der detaillierte zeitliche experimentelle Ablauf ist in [Mar09b] anschaulich dargestellt. Die dort beschriebenen Verstimmungen der bis zu elf Laser lassen sich nun analog auf eine Verstimmungssequenz der drei neuen Laser übertragen. Eine komplexere Experimentsteuerung gibt die Folge an Verstimmungen an die jeweilige Frequenzregelung der Laser zu den vorgesehenen Zeitpunkten aus, siehe Tabelle 3.1 auf Seite 53.

Eine Ausnahme bildet die Spinpräparation in den vollgestreckten Zustand $|F, m_F\rangle = |\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\rangle$ für ${}^6\text{Li}$ bzw. $|2, 2\rangle$ für ${}^7\text{Li}$ am Ende der MOT-Ladephase. Sie erfolgt über einen Dunkelzustand, der nur in der D_1 -Linie existieren kann, da die D_2 -Linie spektral nicht aufgelöst ist. Um den Grundzustand $m_F = \frac{1}{2}$ für ${}^6\text{Li}$ bzw. $m_F = 1$ für ${}^7\text{Li}$ zu entvölkern, ist zusätzlich resonantes Licht der D_2 -Linie erforderlich. Die magnetischen Unterzustände können adressiert werden, wenn die Atomwolke einem homogenen Magnetfeld ausgesetzt ist. Der räumliche magnetische Einschluss des Gases ist aufgehoben und es bleiben für die Spinpräparation nur einige 100 μs Zeit, bevor die Atomwolke kritisch expandiert. Zu Beginn dieser Phase sind die Laser $D21$ und $D22$ mehr als 20 MHz zur atomaren Resonanz rot verstimmt. Die Bandbreite der Laserfrequenzregelung liegt im kHz-Bereich, da sie durch die Trägheit der mechanischen Kavität des ECDL begrenzt ist. Somit ist eine Verstimmung der Laser in der erforderlichen Zeit nicht möglich. Da auch die Schaltzeit des Laserlichts entsprechend kurz sein muss, ist hierfür ein AOM eingesetzt, siehe Abbildung 3.10. Durch das Zusammenspiel mit einem weiteren AOM wird eine Verstimmung der Laser umgangen. Dazu verstimmt der erste AOM die Frequenz um 80 MHz blau, der zweite AOM verstimmt um 60 MHz rot, sodass effektiv um 20 MHz blau verstimmt wird. Damit ist die MOT-Verstimmung getilgt und das Licht resonant.

Die D_1 -Linie liegt gänzlich außerhalb des möglichen Verstimmungsbereichs des Lasers $D22$ unabhängig von der limitierten Regelbandbreite. Dies macht einen zusätzlichen ECDL notwendig, der ausschließlich bei Spinpräparation Verwendung findet und daher stets auf einer fixen Frequenz stabilisiert ist. Dessen Strahl wird mit dem des Lasers $D21$ überlagert und kann zeitlich präzise mit dem zweiten AOM mitgeschaltet werden. Mit dessen Frequenzverschiebung ergeben sich die Relativfrequenzen des Lasers $D1$ zum Referenzlaser zu 10,098 GHz bei ${}^6\text{Li}$ und 236,8 MHz bei ${}^7\text{Li}$.

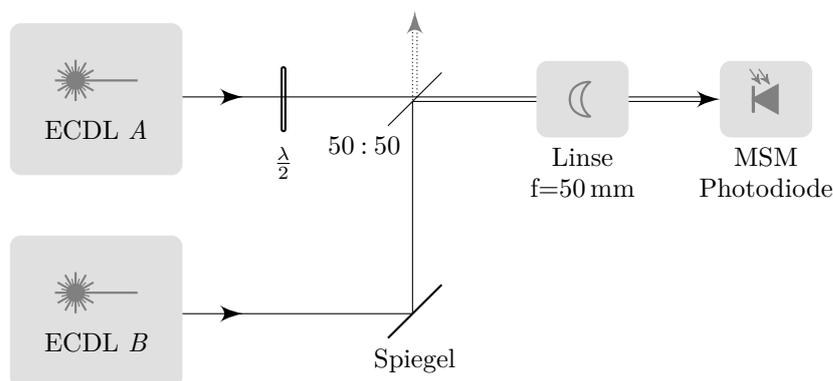


Abbildung 3.6 – Optische Schwebung

Die Strahlen zweier Laser A/B sind durch ein unpolarisierendes $50:50$ -Strahlteilerplättchen räumlich überlagert. Die Polarisation kann durch das $\frac{\lambda}{2}$ -Verzögerungsplättchen angeglichen werden. Auf die kleine aktive Fläche der Photodiode fokussiert eine kurzbrennweitige Linse. Der entstehende Photostrom alterniert mit der Differenz der beiden Laserfrequenzen. Diese Frequenz wird durch eine Regelschleife stabilisiert.

Nach der Präparationsphase werden die Laser $D21$ und $D22$ um 80 MHz rot zur respektiven Resonanz verstimmt. Damit ist sichergestellt, dass während der langen Phasen des magnetischen Transports und des Kühlens mögliches Streulicht keine Wechselwirkung mit den Atomen hat. Für die Absorptionsabbildung ist ihr Licht von jeweils einem AOM geschaltet und wird erst dadurch resonant.

Abbildungen sind überdies auch bei hohen Magnetfeldstärken möglich, bei denen die Zustände durch den Zeeman- und Paschen-Back-Effekt [Geh03] stark verschoben sind. Die Laser $D21$ und $D22$ können dafür um bis zu ± 1 GHz verstimmt werden.

Relativfrequenzregelung durch optische Schwebung Das neue Laserfrequenzregel-schema bietet den Vorteil, dass es mit einer einzigen ${}^6\text{Li}$ -Spektroskopie auskommt. Es basiert auf Messungen von Schwebungsfrequenzen bis 12 GHz. Von der gewählten Referenzlinie aus liegen bei ${}^6\text{Li}$ in diesem Mikrowellenbereich die D_1 -Linie, bei ${}^7\text{Li}$ entsprechend die Übergänge der D_2 -Linie. Dagegen fallen die Übergänge der D_2 -Linie bei ${}^6\text{Li}$ und die D_1 -Linie bei ${}^7\text{Li}$ in den Bereich von Radiofrequenzen. Zur Messung der Relativfrequenz zweier Laser werden ihre beiden Strahlen räumlich überlagert und auf eine Photodiode fokussiert, siehe Abbildung 3.6. Die Intensität der resultierenden Interferenz alterniert mit der Differenzfrequenz der Laser. Der Interferenzkontrast ist maximal, wenn die Wellenfronten, die Intensität und die Polarisation der beiden Strahlen übereinstimmen. Ein Abweichen reduziert den gewünschten AC- und generiert einen DC-Photostromanteil.

Zur zeitlichen Auflösung der avisierten Frequenzen ist eine extrem schnelle Photodiode²² eingesetzt, die auf einem Metall-Halbleiter-Metall-Übergang basiert. Durch

²² Hamamatsu G4176-03

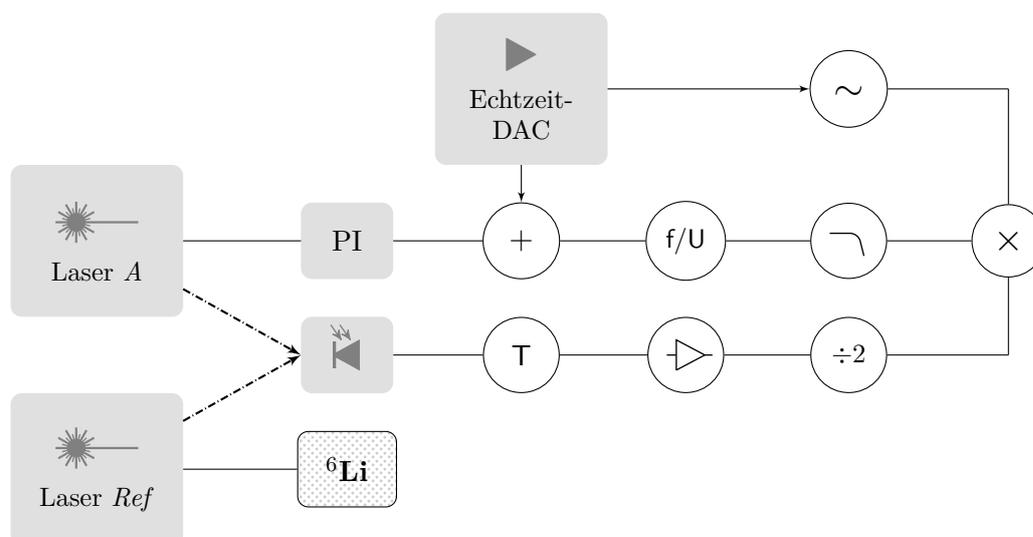


Abbildung 3.7 – Laserfrequenzregelung im GHz-Frequenzbereich

Die optische Schwebung der beiden Strahlen (gestrichelten Linien) der Laser *A* und *Ref* (auf eine ${}^6\text{Li}$ -Spektroskopie stabilisiert) wird von einer extrem schnellen Photodiode aufgenommen. Diese ist per Fernspeisung (T) vorgespannt. Das Signal wird anschließend verstärkt und seine Frequenz halbiert ($\div 2$). Dieses wird mit dem Signal eines programmierbaren Lokaloszillators (\sim) abgemischt (\times). Das resultierende Radiofrequenzsignal wird gefiltert und in eine Spannung gewandelt (f/U) und dient einer Regelschleife (PI) als Fehlersignal. Die zentrale Experimentsteuerung (Echtzeit-DAC) kann den Laser *A* um ± 100 MHz verstimmen (Pfeile), indem sie dem Fehlersignal eine Spannung hinzufügt (+), oder indem sie die diskrete Frequenz des Lokaloszillators per Digitalsignal neu programmiert.

Vorspannen der Photodiode per Fernspeisung²³ (engl. *Bias-Tee*) reduziert sich die Anstiegszeit auf nur 30 ps. Das Signal wird mit einem sehr rauscharmen Vorverstärker²⁴ aufbereitet, siehe Abbildung 3.7. Im weiteren Signalweg wird die Frequenz durch einen Frequenzteiler²⁵ halbiert. Der Teiler besteht aus einer Digitalschaltung, die ab einer Eingangsschwelle von -10 dBm ein Signal mit konstanter Leistung von -1 dBm ausgibt und damit ebenfalls als Diskriminator wirkt. Das gewonnene Signal wird mit einem im Bereich von 5 bis 5,5 GHz programmierbaren Oszillatorsignal²⁶ abgemischt²⁷. Dieses Lokaloszillatorsignal wird durch eine PLL auf ein Referenzsignal mit 10 MHz stabilisiert. Die beim Abmischen resultierende Differenzfrequenz im Radiofrequenzbereich wird herausgefiltert und mit Hilfe eines Frequenz-zu-Spannungswandlers²⁸ einer PI-Regelung als Fehlersignal zugeführt. Der Regelkreis stabilisiert nun die Differenzfrequenz der beiden Laser und erreicht eine Linienbreite von unter 5 MHz.

Stufenlose Verstimmung um etwa 100 MHz ist durch Aufaddieren einer Spannung

²³ Mini-Circuits ZX85-12G-S+, Vorspannung 12 V

²⁴ Miteq AMF-6F-08001200-09-10P, Gain 56 dB, Noise Figure 0,8 dB

²⁵ Alexander Meier Elektronik RFD-1210mod

²⁶ Alexander Meier Elektronik LO-45B-500, Schrittweite 100 kHz

²⁷ Mini-Circuits ZX05-73L-S+

²⁸ E-Werkstatt Nr. 6256, Version 3

zum Fehlersignal möglich. Größere Verstimmungen sind implementiert durch Ändern der Lokaloszillatorfrequenz. Dafür wird der gebrochen-rationale Multiplikationsfaktor des eingesetzten PLL-Oszillators umprogrammiert. Im Experimentzyklus wird dieser gemeinsam für MOT-, Abbildungs- und Hochfeldabbildungsfrequenzen fortlaufend programmiert. Ausgelöst wird die Umprogrammierung²⁹ durch die zentrale Experimentsteuerung.

3.2.2 Optischer Halbleitertrapezverstärker

Prinzipiell sind im Bereich der D_2 -Linie von Lithium in keiner Phase des Experiments mehr als zwei Laserfrequenzen gleichzeitig notwendig. Dem Leitgedanken, wenige Laserquellen nutzen zu wollen, entspräche dies zwei Laserquellen, die durch flexibles Verstimmen alle im Experiment benötigten Lichtfelder im Bereich der D_2 -Linie erzeugen können.

Der Leistungsbedarf ist dominiert durch die Anforderung für den Betrieb der MOT, deren sechs Strahlen optimalerweise die Sättigungsintensität von $2,54 \text{ mW/cm}^2$ erreichen sollten [Geh03]. Die Strahlen sind auf 40 mm Durchmesser aufgeweitet, um ein großes Einfangsvolumen der MOT zu erreichen. Somit ergibt sich ein Gesamtleistungsbedarf von ungefähr 190 mW pro Übergang. Diese Leistung ist mit einer einzelnen Halbleiterlaserdiode bei 670 nm nicht verfügbar. Es sind einmodige Laserdioden nur bis zu einer Leistung von 30 mW erhältlich.

Die Verwendung eines einzelnen ECDL ist deshalb nur in Kombination mit einem optischen Verstärker möglich. Seit 2010 sind Halbleitertrapezverstärker³⁰ (engl. *tapered amplifier*, kurz TA) für 670 nm verfügbar. In einen solchen Halbleiter-Chip einfallendes Licht wird durch stimulierte Emission lawinenartig kohärent verstärkt. Im Gegensatz zu einer Laserdiode bilden die Endfacetten des Halbleiters keinen optischen Resonator, sodass trotz starker Besetzungsinversion nur verstärkte spontane Emission (engl. *amplified spontaneous emission*, kurz ASE) entsteht. Erst eingehende Photonen führen zu stimulierter Emission. Der entlang der Achse ansteigenden Leistungsdichte im Halbleiter wird durch einen sich aufweitenden, trapezförmigen Kanal entgegengewirkt. Die Geometrie des Kanals sorgt für eine adiabatische Änderung der Eingangsmode, sodass der Strahl einmodig bleibt. Vor und nach dem TA-Chip sind Faraday-Isolatoren mit hoher Rückdämpfung eingesetzt. Der erste verhindert, dass Rückreflexe an der Eingangsfacette des im Fokus stehenden TA-Chips zurück in den ECDL gelangen und dadurch zu einer ungewollten Modenrandbedingung führen. Der zweite Faraday-Isolator (im Ausgangsstrahl des TA-Chips) verhindert, dass Streulicht in Gegenrichtung verstärkt wird. Sonst würde sich die Leistungsdichte im in Gegenrichtung verjüngenden Kanal überkritisch erhöhen.

Der eingesetzte TA erreicht einen Verstärkungsfaktor von 20 dB mit einer maximalen

²⁹ Alexander Meier Elektronik PLL-Controller, modifiziert mit Chip ULN-2003A zur Fernsteuerung per Digitalsignal

³⁰ Toptica BoosTA 670

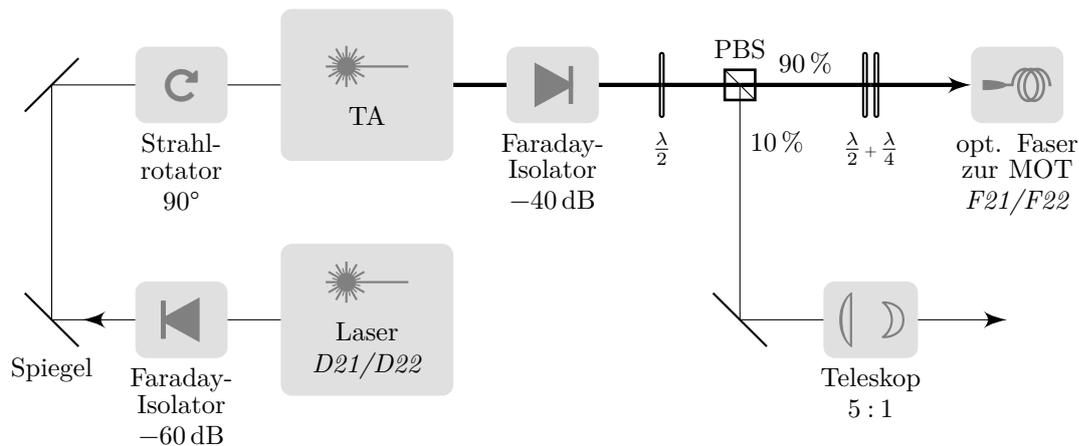


Abbildung 3.8 – Schema der Injektion für die beiden optischen Halbleitertrapezverstärker

Als Pumplaserlichtquelle dient ein ECDL, dessen Strahl mit zwei Spiegeln als Pumplicht in den TA-Chip eingekoppelt und auf maximale Ausgangsleistung justiert wird. Die elliptische Ausgangsmode des ECDL ist ohne weitere Anpassung in gutem Überlapp mit der Eingangsmode des TA-Chips. Die senkrecht zueinander stehenden Polarisationen und die Hauptachsen des Strahlquerschnitts werden durch einen Strahldreher zu Deckung gebracht. Der um ca. 20 dB verstärkte Ausgangsstrahl des TA splittet sich durch einen PBS auf. Das Leistungsverhältnis ist durch ein $\frac{\lambda}{2}$ -Verzögerungsplättchen so eingestellt, dass der vorwiegende Teil der Leistung direkt in die polarisationserhaltende Faser zur MOT geleitet wird. Durch eine $\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4}$ -Kombination ist der Strahl auf die langsame Achse der Faser justiert. Ein Teleskop verkleinert den Teilstrahl, der für weitere Aufgaben dient, insbesondere die Frequenzregelung.

Ausgangsleistung von 400 mW. Die benötigte Leistung von 190 mW erfordert folglich eine Pumpleistung durch den ECDL von mehr als 19 mW und eine optimale Modenanpassung der beiden aktiven Komponenten. Bedingt durch die geringe Ausgangsleistung des ECDL ist es notwendig, alle Verluste bis zur Verstärkung klein zu halten. Durch folgende Maßnahmen, siehe hierzu Abbildung 3.8, konnte dies erreicht werden:

1. Analyse- und Regellichtentnahme erst nach Verstärkung

Für die Frequenzregelung durch optische Schwebung ist etwa 3 mW Lichtleistung auf der Photodiode notwendig. Bis zu weiteren 3 mW sind in einen optischen Resonator zur Analyse des Modespektrums eingekoppelt. Um diese Intensität als Pumplicht für den TA zur Verfügung zu haben, wird diese Lichtleistung erst nach der Verstärkung entnommen. Das Modenspektrum ist im Allgemeinen durch nicht-lineare Mischung im TA-Chip verändert. Da aber lediglich der einmodige Betrieb des ECDL kontrolliert werden soll, stört dieser Effekt nicht. Eine Laserfrequenzregelung mit TA in der Regelstrecke erwies sich als unproblematisch.

2. Verzicht auf Faseroptik

Die erhältlichen TA sind üblicherweise mit Faserkopplern an Ein- und Ausgang ausgestattet. Beim Einkoppeln des ECDL-Strahls in eine einmodige Glasfaser entstehen Verluste von über 50 %. Die dadurch ausgefilterte Gauß-Grundmode

weist aber keinen optimalen Überlapp zur Eingangsmode des TA-Chips auf. Der Einsatz einer Glasfaser ist deshalb unvorteilhaft. Vielmehr haben TA und ECDL eine vergleichbare Mode mit einem Strahlaspektverhältnis von 1 : 4, sodass auf ein anamorphes Prismenpaar verzichtet werden kann. Der Strahldurchmesser des ECDL ist mit einer Kollimatorlinse mit einer Brennweite von 4,5 mm gut angepasst.

Ebenfalls wurde auf die übliche Faserkopplung direkt am Ausgang des TA verzichtet. Dadurch kann der Strahl aufgespalten werden. Der Teilstrahl, der nicht der MOT dient, wird für die Frequenzregelung, die Modenanalyse, für die Abbildung sowie für die Spin-Präparation verwendet.

3. *Strahldrehung*

Die Polarisation und die Hauptachse des elliptischen Strahlprofils des ECDL-Ausgangsstrahls stehen senkrecht zur TA-Pumpmode. Für einen einfachen Aufbau hat sich das Drehen des Strahls nur mit Spiegeln als robust erwiesen. Im Gegensatz zu Zylinderlinsen, $\frac{\lambda}{2}$ -Verzögerungsplättchen oder Prismen, kann der Strahl annähernd verlust- und deformationsfrei mit fünf Spiegeln gedreht werden. Der erste Spiegel lenkt den Strahl zunächst senkrecht zum Tisch nach oben, der zweite Spiegel lenkt parallel zur Tischebene, aber senkrecht zum Eingangsstrahl. Der dritte und vierte Spiegel lenken den Strahl wieder auf die Höhe des Eingangsstrahls, ohne seine Richtung zu ändern. Der letzte Spiegel lenkt den Strahl wieder in die anfängliche Ausbreitungsrichtung, aber nun mit $\frac{\pi}{2}$ gedrehter Strahlhauptachse.

Es wäre auch möglich die beiden Übergangsfrequenzen der D_2 -Linie mit nur einem TA zu generieren. Dazu werden die entsprechenden Lichtfelder von zwei ECDL überlagert in den TA-Chip gemeinsam eingekoppelt. Trotz des Effekts der nicht-linearen Mischung ist es möglich, die beiden Übergangsfrequenzen von ${}^6\text{Li}$ mit nur einem TA erfolgreich zu verstärken [Lom11]. Es bleibt fraglich, ob dies bei ${}^7\text{Li}$ mit 803 MHz statt 224 MHz Grundzustandsaufspaltung auch noch möglich ist. Die Lösung mit zwei getrennten TA bietet neben doppelter Leistung höhere Flexibilität. Die zwei Wellenlängen verbleiben dadurch in zwei getrennten Strahlen. Dies bietet Vorteile bei der Abbildung, die dadurch antiparallel zurück gepumpt werden kann und somit die Beschleunigung der Atome durch Streuung verringert. Darüber hinaus ist es möglich, nur einen Grundzustand gezielt anzuregen. Dieser Vorteil wird in der Phase der Spinpräparation genutzt, wobei in einen Dunkelzustand angeregt wird. Damit wird ein spinselektiver Reinigungsschritt vermieden, der zu Lasten der Atomzahl ginge.

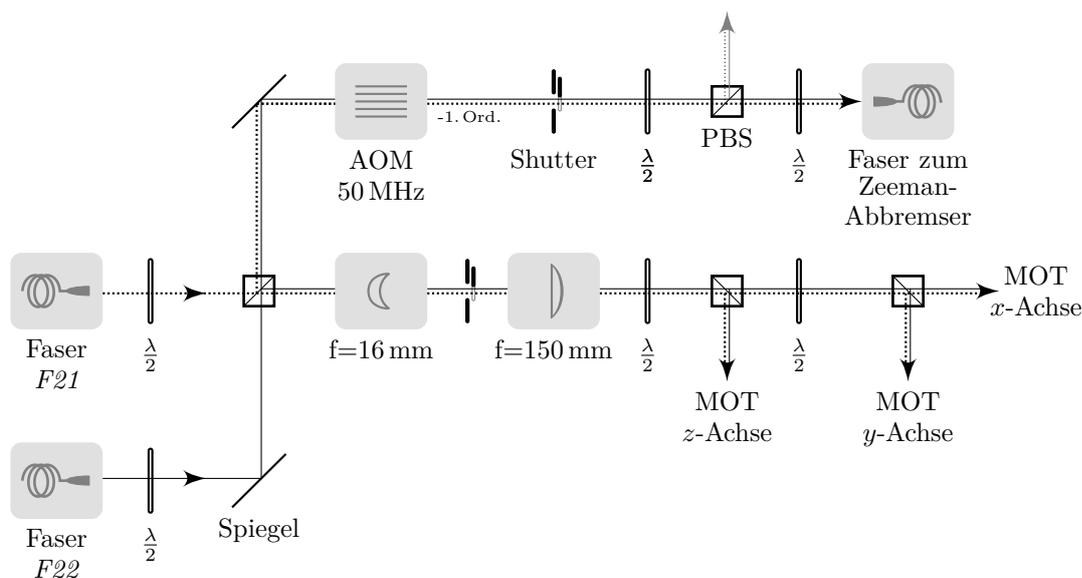


Abbildung 3.9 – Lithium-MOT-Strahlenteilung

Aus getrennten polarisationserhaltenden Glasfasern gelangt um 20 MHz zum jeweiligen Grundzustand der D_2 -Linie rot verstimmtes Licht. Die beiden Strahlen werden an einem Polarisationsstrahlteiler (PBS) überlagert. Die danach senkrecht stehenden Polarisationen werden später aufeinander projiziert.

Im MOT-Ast bilden zwei Linsen ein Teleskop zur Strahlaufweitung. In dessen Zwischenfokus, also in der Fourier-Ebene des Strahls, steht ein mechanischer Shutter mit kurzer Schaltzeit. Mit einem $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchen wird die Polarisation um $\frac{\pi}{4}$ gedreht und die Polarisationen durch ein PBS aufeinander projiziert. Einer der Ausgangsstrahlen wird für die z -Achse genutzt, der andere weiter in x - und y -Achse aufgeteilt. Die drei Strahlen (nicht gezeigt) werden durch jeweils einen weiteren PBS in antiparallele Paare aufgeteilt, deren Leistungsverhältnisse wieder mit $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchen justiert werden können.

Das Licht im Ast des Zeeman-Abbremsers wird durch ein AOM um weitere 50 MHz rot verstimmt und die Polarisation der beiden Eingangsstrahlen aufeinander projiziert, wobei nur ein Teilstrom genutzt und in die Glasfaser, die zum Abbremsers führt, eingekoppelt werden kann.

3.2.3 Strahlenteilung für die Lithium-MOT

Bedingt durch die geringe Hyperfeinstrukturaufspaltung der D_2 -Linie von Lithium können keine geschlossenen Übergänge angeregt werden. Benötigt wird für die MOT somit Licht für beide Grundzustände der D_2 -Linie in gleicher Intensität. Jeweils ein separater TA liefert die hohe Lichtleistung. Diese gelangt über getrennte polarisationserhaltende Glasfasern zur Strahlenteilung in die MOT-Strahlen.

Die Überlagerung und Aufteilung in die sechs MOT- und einen Zeeman-Abbremsstrahl ist so konzipiert, dass sich allfällige Polarisationschwankungen als Intensitätsschwankungen auswirken. Die Strahlungsdrücke auf die Atomwolke bleiben dabei immer ausgeglichen, da erst nach der Projektion der Polarisation in antiparallele Strahlpaare aufgeteilt wird. Der Strahlengang ist in Abbildung 3.9 dargestellt. Die Lichtfelder, die aus den Glasfasern ankommen, werden zunächst in einem Polarisationsstrahlteilerwürfel

(engl. *polarizing beam splitters*, kurz PBS) überlagert. Beide Ausgangsstrahlen des PBS werden aus Lichtfeldern mit senkrecht zueinander stehenden Polarisierungen gebildet. Diese werden anschließend durch jeweils einen weiteren PBS aufeinander projiziert. Bei einer ungeraden Anzahl von Strahlpaaren kann die Leistung nicht gleichverteilt werden. Daraus ergibt sich für ein Strahlpaar die doppelte Leistung. Dies ist dienlich, da der Quadrupolgradient entlang der Spulenachse der MOT ebenfalls doppelt so groß ist. Im Falle des Zeeman-Abbremsstrahls ist nur ein Ast der Projektion nutzbar.

Die Schaltung der MOT-Strahlen geschieht durch einen einzigen mechanische Shutter, der im Fokus einer sehr kurzbrennweitigen Linse³¹ steht. Die Schaltzeit verkürzt sich dadurch auf $\tau \approx 15(35) \mu\text{s}$. Die Blende befindet sich zudem in der Fourier-Ebene, sodass der Strahl während des Schaltvorgangs eine homogene Intensitätsänderung erfährt. Dies hält die Strahlungsdrücke auf die in der MOT gefangenen Atome beim Abschalten ausgeglichen. Eine nachfolgende Linse erweitert das System zum Teleskop, das den Strahl auf das Zehnfache seines ursprünglichen Durchmessers aufweitet.

In den Zeeman-Abbremsers wird mit einer geringen Leistung von etwa 16 mW eingestrahlt. Das Licht des Abbremsstrahls wird durch ein AOM um weitere 50 MHz auf insgesamt 70 MHz zum atomaren Übergang rot verstimmt. Der AOM schaltet außerdem den Strahl zeitlich präzise ab und minimiert die Laderate des Abbremsers. Ein mechanischer Shutter mit größerer zeitlicher Schwankungsbreite blockiert den Strahl anschließend vollständig.

3.2.4 Strahlengänge der Experimentphasen

Die Mehrfachnutzung der Laser in allen Experimentphasen machen unterschiedliche Strahlengänge, Verstimmungen und Lichtleistungen notwendig. Zur Vakuumkammer führen – neben den beiden Fasern $F21$ und $F22$ für den Betrieb der MOT – drei polarisationserhaltende, einmodige Glasfasern³². Die zum Abbildungssystem führenden Fasern $F1$ und $F3$ beleuchten die Atome am Ort der kleinen Fallenspulen in antiparallelen Richtungen, wobei der Strahl aus der Faser $F3$ auf das Kamerasystem ausgerichtet ist. Licht aus der Glasfaser $F2$ in Abbildung 3.10 strahlt entlang der z -Achse der MOT-Spulen und dient der Spin-Präparation. Mit jeweils einer Kombination aus einem $\frac{\lambda}{2}$ - und $\frac{\lambda}{4}$ -Verzögerungsplättchen ist die Polarisation des einzukoppelnden Lichts präzise auf die langsame Achse der polarisationserhaltenden Glasfasern angepasst.

Durch AOM und mechanische Shutter können unterschiedliche Strahlengänge zwischen den Laserquellen und Fasern geschaltet werden. Ein AOM eignet sich besonders für zeitlich präzises Schalten mit einer Anstiegszeit von unter 100 ns. Allerdings ist die Spannungsdoppelbrechung des im AOM verwendeten LiNbO_3 -Kristalls zeitlich nicht permanent gleich. Die Polarisation des einfallenden Lichts wird auf die c -Achse des Kristalls mit einer weiteren Kombination von $\frac{\lambda}{2}$ - und $\frac{\lambda}{4}$ -Verzögerungsplättchen ange-

³¹ Achromat mit Brennweite $f = 16 \text{ mm}$

³² Schäfer + Kirchhoff GmbH, PMC-670-APC

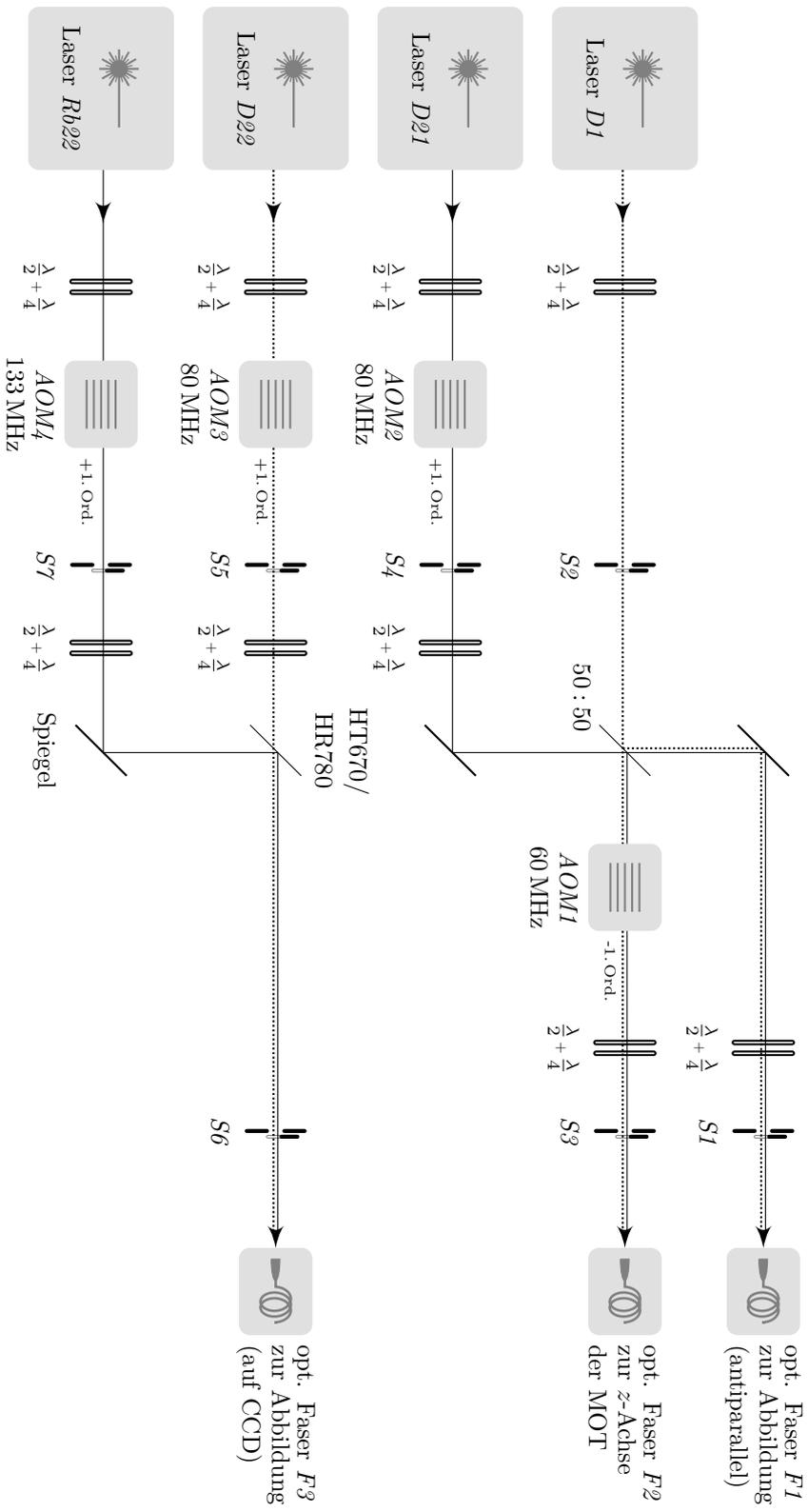


Abbildung 3.10 – Strahlengänge in den verschiedenen Experimentphasen

Experimentphase	Laser		AOM				Shutter		Faser
	Bez.	Δ/MHz	1	2	3	4	1	2	
Li-MOT	<i>D21</i>	-20,0							<i>F21</i>
	<i>D22</i>	-20,0							<i>F22</i>
Spin-Präparation	<i>D1</i>	60,0	×	×				×	<i>F2</i>
	<i>D21</i>	-20,0	×	×				×	<i>F2</i>
Li-Abbildung	<i>D21</i>	-80,0		×	×		×		<i>F1</i>
	<i>D22</i>	-80,0		×	×		×		<i>F3</i>
Li-Hochfeld-Abb.	<i>D22</i>	± 1000			×				<i>F3</i>
Rb-Abbildung	<i>Rb22</i>	133,325				×			<i>F3</i>
Rb-Hochfeld-Abb.	<i>Rb12</i>	± 1000				×			<i>F3</i>

Tabelle 3.1 – Schaltzustände in den einzelnen Experimentphasen

Für die verschiedenen Experimentphasen sind die eingestrahlenen Laser und ihre Verstimmung Δ zur atomaren Resonanz aufgelistet. Eingeschaltete AOM beziehungsweise geöffnete Shutter sind mit einem \times gekennzeichnet. Die letzte Spalte gibt die Glasfaser an, welche das Licht zur Vakuumkammer leitet. Die Bezeichnungen sind der Abbildung 3.10 zu entnehmen.

passt. Analog zu einer mechanisch vorgestressten Glasfaser führen Änderungen der Spannungsdoppelbrechung nicht zu Änderungen der Polarisation des Ausgangstrahls, wenn das Lichtfeld entlang der c -Achse propagiert.

Die Schaltzustände für alle Experimentphasen sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Die durch ein AOM bewirkte Verstimmung der Lichtfrequenz wird üblicherweise durch den Einsatz eines zweiten AOM kompensiert. Die variabel verstimmbaren Laser in diesem Aufbau können diese Kompensation direkt übernehmen, indem sie selbst um den Frequenzbetrag des AOM verstimmt werden. Ein zweiter AOM kann eingespart werden. Die Verstellung der Laserverstimmung benötigt etwa 100 ms und muss daher rechtzeitig vor dem Schalten des AOM eingeleitet werden. Bei abgeschalteten AOM existiert im gesamten Lasersystem keinerlei resonantes Licht und mögliches Streulicht hat annähernd keine Auswirkung auf die Atomwolke.

Mechanische Shutter sind vor jedem Faserkoppler und vor den Überlagerungen der einzelnen Laserstrahlen eingebaut. Sie weisen eine typische Schaltzeit von 200 μs mit einer großen Schwankungsbreite von 100 μs auf. Die Shutter werden deshalb bereits 5 ms vor dem Schalten eines AOM geöffnet und entsprechend später geschlossen. Durch den Einsatz von verbesserten Radiofrequenzschaltern³³ für die AOM wurden die wartungsanfälligen Shutter obsolet. Ein Einfluß durch Restbeugung auf die Anzahl oder Temperatur der Atome fällt unter die Nachweisgrenze. Einzig für die Unterbrechung des zeitunkritischen Strahlengangs in die Faser *F1* bleiben die Shutter *S1* und *S2* eingesetzt.

³³ Mini-Circuits ZASWA-2-50DR+, Dämpfung > 100 dB

Von den Atomwolken der beiden Spezies sind getrennte Absorptionsabbildungen aufnehmbar. Der Strahlengang findet sich in [Deh08b]. Für die Lithium- und Rubidium-Abbildung gelangt Licht durch eine gemeinsame Glasfaser, deren Einkopplung zu dem neu aufgebauten Experimentteil gehört. Beide Strahlen werden individuell von AOM geschaltet. Aufnahmen mit unabhängigen Flugzeiten für die beiden Spezies sind so möglich. Überlagert sind die Strahlen mit einem Kurzpassfilter (HT670/HR780) und werden mit identischer Polarisierung in die Faser eingekoppelt. Vor der Überlagerung wird das Licht für die Rubidium-Abbildung mit einem optischen Aufzug auf die geringere Strahlhöhe des neuen Lasersystems für Lithium gespiegelt, siehe Abschnitt 3.2, Absatz „Mechanische Stabilität“.

Die Absorptionsabbildung von Lithium verliert durch Besetzen des zweiten Grundzustands nach wenigen Streuungen ihren Kontrast. Deshalb muss dieser Zustand für die Abbildung stetig entvölkert werden. Um den Impulsübertrag des Abbildungslichts zu verringern, wird das Licht des Lasers D_{21} antiparallel eingestrahlt. Ein Heizen der Atomwolke durch isotrope Streuung bleibt erhalten. Für Abbildungen bei homogenen Magnetfeldern verstimmen sich die Zustände. Dank der variabel verstimmbaren Laser kann dies einfach adressiert werden. Bei Magnetfeldstärken, welche die Zustände in das Paschen-Back-Regime bringen, wird das Entvölkern des zweiten Grundzustands unnötig, da in diesem Bereich die angeregten Hyperfeinzustände der D_2 -Linie auflösbar werden und somit zyklische Übergänge existieren.

3.3 Zeeman-Abbremsler

Die im Lithium-Ofen freigesetzten Atome haben wegen ihrer geringen Masse eine mittlere Geschwindigkeit von mehr als 1000 m/s. Im Einfangbereich der MOT können nicht hinreichend viele Photonen gestreut werden, um die kinetische Energie der Atome unter die Falltiefe der MOT zu senken. Deshalb werden die Atome in einem Zeeman-Abbremsler vorgekühlt. Die detaillierte Beschreibung des verwendeten Zeeman-Abbremslers findet sich in [Sil00].

Stromversorgung Der Abbremsler ist aus dreizehn Spulen aufgebaut. Elf davon erzeugen ein örtlich variierendes Magnetfeld. Zwei weitere dienen als Kompensationsspulen für das Restfeld am Ort der MOT. Der bisherige Schaltvorgang der Spulenströme erzeugt durch seine steile Schaltflanke starke Selbstinduktion in den Spulen. Der präzise Abgleich der Magnetfelder ist durch die unterschiedlich starke Selbstinduktion in den einzelnen Spulen gestört. Die Position des Fallenzentrums der MOT verschiebt sich unkontrolliert. Zur Verbesserung der Reproduzierbarkeit des Ladevorgangs der MOT, und um stabilere Atomanzahlen zu erhalten, ist die Stromversorgung neu konzipiert.

Die bestehenden fünf separaten Stromquellen sind durch einen einzigen, stufenlos einstellbaren Stromtreiber ersetzt. Dem Leitgedanken der minimalen Komponentenzahl

durch Mehrfachnutzung folgend ist die leistungsfähige Stromquelle für diese Aufgabe ausgewählt, die zu einem späteren Experimentzeitpunkt die Feshbach-Spulen versorgt. Die vierzehn Spulen sind zu einer günstigen Gesamtimpedanz von $1,59\ \Omega$ durch Reihen- und Serienschaltung zusammengefasst. Der empfindliche Abgleich der Kompensationsspulen erfolgt über einstellbare Leistungspotentiometer mit geringer Temperaturabhängigkeit. Halbleiterrelais³⁴ (engl. *solid state relais*, kurz SSR) schalten die Stromquelle zwischen den Feshbach-Spulen und den Zeeman-Abbremserspulen um. Die Stromquelle basiert auf einer PI-Regelschaltung, die einen Stromwandler³⁵ (engl. *current transducer*) für den Ist-Wert und einen Leistungs-MOSFET³⁶ als Stellglied verwendet, siehe [Mar09b]. Ein Öffnen der Regelschleife führt zu einem Extremum des Integral-Teils der Regelung. Dies wird vermieden, indem am Ende der MOT-Ladephase zunächst die Feshbach-Spulen zusätzlich in den Stromkreis geschaltet werden und erst anschließend die Zeeman-Spulen getrennt werden, sodass der Regelkreis zu jedem Zeitpunkt geschlossen ist.

Durch die stufenlose Stromquelle ist es möglich, den Strom durch eine lineare Rampe über 100 ms abzuschalten. Im Experiment hat sich gezeigt, dass die Selbstinduktionen der Spulen dadurch hinreichend klein bleiben und die Position des Zentrums der MOT unbeeinflusst bleibt.

3.4 Lithium-Ofen

Thermische Lithium-Atome werden in die Vakuumkammer durch Evaporieren in einem Ofen freigesetzt. Der Ofen besteht aus zwei Keramikheizplatten, die einen Kupfertiegel zwischen sich halten, der mit Lithium gefüllt ist. Durch eine kleine Bohrung auf Achse des Zeeman-Abbremsers kann das Lithium-Gas entweichen. Das Ofensystem befindet sich vollständig im Vakuum (dargestellt in [Sil00] und später erweitert, siehe [Sch09]). Chemische Prozesse führen zu einer Zerstörung der Keramikheizplatten nach etwa 1-2 Jahren. Dabei sinkt deren ohmscher Widerstand kontinuierlich und die elektrische Leistung fällt zunehmend in den Zuleitungen ab. Eine Kompensation durch Erhöhung des Heizstroms ist limitiert durch die Stromfestigkeit der elektrischen Durchführungen der Ofenvakuumkammer. Ein neues Konzept mit einem chemisch inerten Ofensystem, das die Heizung außerhalb der Vakuumkammer realisiert, ist konzeptioniert und wird in [Eis] dargestellt.

Ein alternatives Heizsystem ist im Rahmen dieser Arbeit umgesetzt: Heizen durch intensive Lichtbestrahlung. Das ursprüngliche Ofensystem wird hierzu weiter genutzt, aber lediglich zum Erwärmen des Lithium-Reservoirs unterhalb seiner Verdampfungstemperatur. Für einige Sekunden wird das Lithium durch einen fokussierten Laserstrahl weiter erhitzt, wodurch es lokal verdampft. Beim Abschalten des Laserlichts rethermali-

³⁴ Crydom D06D Serie

³⁵ Danfysik 867-200I, Fehler 80 ppm

³⁶ Semikron SKM 111AR

siert das Reservoir und der Lithium-Dampfdruck sinkt wieder unter den Hintergrunddruck. Die Lithium-Quelle verhält sich hierdurch in der Anwendung vergleichbar zu den verwendeten Rubidium-Dispensern.

Die Laserlichtquelle der optischen Dipolfalle wird hierzu erneut verwendet. Die MOT- und Dipolfallenphase weisen weder örtlichen noch zeitlichen Überlapp auf. Wie in Abbildung 3.12 zu sehen, wird das Licht der ersten Beugungsordnung des Leistungsregelungs-AOM im Dipolfallenaufbau als Ausgangspunkt verwendet. Dieser Strahl wird mit einem Bandpassfilter mit dem Zeeman-Abbremsstrahl überlagert und auf den Lithium-Ofen mit einer langbrennweitigen Linse fokussiert.

Die Steuerungselektronik der Dipolfallenleistungsregelung, siehe Abschnitt 3.6, wird hierzu nur minimal erweitert. Der zweite, langsame Regelkreis der Leistungsregelung, der die Ausgangsleistung des Faserlasers selbst ansteuert, wird von der Experimentsteuerung übergangen und auf seinen maximalen Wert gezwungen. Die schnelle Leistungsregelung versucht dies zu verhindern und beugt ohne weitere Modifikationen der Steuerelektronik die höchstmögliche Lichtleistung in die erste Beugungsordnung des AOM. Die Leistung in diesem Ast beträgt dann in etwa 10 W. Damit heizt sich das Lithium innerhalb weniger Sekunden oberflächlich auf. Der Druck der Ofenkammer steigt dadurch schnell auf über 2×10^{-7} mbar und die Atomzahl in der MOT sättigt nach etwa 5 s. Im Gegensatz zur kontinuierlichen ohmschen Heizung sinkt der Kammerdruck nach Ende der optischen Bestrahlung in wenigen Sekunden ab. Der niedrigere Druck schafft vorteilhaftere Bedingungen in der Hauptkammer während des Experiments.

Um wechselseitig die Dipolfallen- beziehungsweise Ofenheizstrahllast zu blockieren, ist ein aufwändiger Shutter für hohe Strahlleistungen nicht notwendig. In der MOT-Phase hat das Restlicht der nullten Ordnung keinen Einfluss, da es räumlich die Position der MOT nicht kreuzt. Allerdings ist während der Dipolfallenphase eine Bestrahlung des Lithium-Reservoirs unerwünscht. Das Ofensystem ist mit einem metallischen Verschluss ausgestattet, der das Zeeman-Rohr ofenseitig blockiert, um schnelle Atome nach der Ladephase aufzuhalten und das Licht nun mit abhält.

Das optische Heizen bringt einen weiteren signifikanten Vorteil mit sich: Im Gegensatz zur konventionellen ohmschen Heizung, die den Tiegel und das ganze Lithium-Reservoir thermalisiert hält, kann die Verdampfungsrate und damit die MOT-Laderate schnell geändert werden. Das ermöglicht eine aktive Regelung. Damit lassen sich die vorhandenen bedeutenden Langzeitdrifts der Verdampfungsrate von Lithium verringern. Das Fluoreszenzlicht der gefangenen Wolke spiegelt die enthaltene Atomzahl wieder und dient als Regelgröße. Mit einer großen 2"-Linse wird das Fluoreszenzlicht der Atomwolke auf eine Photodiode abgebildet, die durch einen sehr schmalen Wellenlängenfilter³⁷ mit einer Bandbreite von 2 nm vor dem Licht der Rubidium-Atomwolke sowie dem Umgebungslicht abgeschirmt ist. Der erzeugte schwache Photodiodenstrom wird durch

³⁷ Ealing Catalog Inc.

einen rauscharmen Transimpedanzverstärker³⁸ mit 10^8 V/A gewandelt und mit einem Tiefpassfilter von 10 Hz geglättet. Eine Schwellwertschaltung³⁹ beendet den optischen Heizprozess bei einer gewünschten Anzahl von Atomen in der MOT. Der Schwellwert ist über die Experimentsteuerung einstellbar.

3.5 Lasersystem für die Anregung von Rubidium-Übergängen

Die vorliegend behandelten Experimente erfordern ausschließlich optische Übergangsfrequenzen der D_2 -Line von ^{87}Rb und liegen damit im nahinfraroten Bereich bei 780 nm. Der Aufbau des Lasersystems ist in [Gün05] dargestellt. Die Weiterentwicklung im Rahmen dieser Arbeit umfasst:

- Verringern der Frequenzdrifts der AOM
- Reduzieren der Anzahl von ECDL von drei auf zwei
- Halbieren der Anzahl an Spektroskopieaufbauten

3.5.1 Titan-Saphir-Laser

Die hohe Strahlleistung von etwa 350 mW, die für den Betrieb der MOT benötigt wird, generiert ein Titan-Saphir-Laser (kurz TiSa). Sein Aufbau ist in [Gün05] dokumentiert. Optisch gepumpt wird der Titan-Saphir-Kristall von einem „Diodenlaser-gepumpten Festkörperlaser“⁴⁰ (engl. *diode pumped solid state*, kurz DPSS) mit 4,55 W bei 532 nm. In den Stehwellenresonator des TiSa sind Filterelemente eingebaut, die alle Moden bis auf zwei unterdrücken. Dies sind in absteigender Filterbreite:

- dielektrische Beschichtung des Spiegelsatzes
- Lyotfilter
- Etalon
- Auskoppetalon
- Länge des Resonators

Die Notwendigkeit, die Frequenzmoden aktiv nachzuregeln, folgt der umgekehrten Reihenfolge.

Länge des Resonators Durch einen Hochspannungspiezoaktor, auf den einer der Resonatorspiegel geklebt ist, kann die Länge des Resonators verändert werden. Eine PI-Regelschaltung stabilisiert damit die Laserfrequenz. Die bisherige Gewinnung des Fehlersignals für die Regelung entsprach nicht mehr den neuen Stabilitätsanforderungen.

Das Fehlersignal basierte auf einer optischen Schwebung. Um in den optimalen Frequenzbereichen des verwendeten Frequenz-zu-Spannungswandlers⁴¹ zu gelangen und um

³⁸ Femto DLPCA-200

³⁹ Komparator LM393

⁴⁰ Coherent Verdi V10

⁴¹ E-Werkstatt Nr. 6256

ein ausreichendes Signal-Rauschverhältnis zu erhalten, wurde die Schwebungsfrequenz um 200 MHz mit Hilfe eines AOM erhöht. Die Frequenzquelle für den AOM war ein Schwingkreis, dessen Eigenfrequenz von der Temperatur anhängt. Einen ausreichenden Interferenzkontrast der beiden zu schwebenden Laserstrahlen konnte erst durch eine als Raumfilter wirkende Glasfaser erreicht werden.

Das neue Konzept zur Generierung des Fehlersignals ersetzt optische Elemente durch Elektronik. Damit ist sowohl der AOM, und mit ihm der ungenaue Frequenzbeitrag, als auch die Glasfaser obsolet. Eine sehr empfindliche Photodiode⁴² und eine elektronische Signalaufbereitung⁴³ führt zu einem Signal-Rauschverhältnis, sodass das Signal direkt für den Frequenz-zu-Spannungswandler verwendet werden kann.

Auskoppeletalon Das Auskoppeletalon ist nach der Resonatorlänge der schmalste Filter. Der stabile Betrieb des TiSa-Lasers auf zwei Moden erfordert eine Rejustage des Auskoppeletalons nach etwa einer Stunde. Eine Regelung, die als Fehlersignal eine kleine Veränderung der Relativfrequenz der zwei Ausgangsmode nutzt, erwies sich als nicht ausreichend stabil.

Ein alternatives Verfahren wurde erfolgreich erprobt. Dabei ist der TiSa in drei Moden betrieben. Dieser Zustand tritt ein, wenn das Filtermaximum des Auskoppeletalons mit einer Mode des Resonators zusammenfällt. Die Ausgangsleistung in dieser Mode ist dann etwa um 20 % erhöht. Das Verhältnis der Leistungen beider Nebenmode gibt hochempfindlich die Resonanzposition des Auskoppeletalons wieder. Gewonnen werden kann dieses Verhältnis durch einen Analyseresonator. Das ermittelte Modenspektrum wird von einem schnellen Mikrocontroller⁴⁴ verarbeitet. Der Algorithmus des erstellten Programms erfasst die Digitalwerte eines AD-Wandlers und übergibt sie einem digitalen PI-Algorithmus. Dieser errechnet den nächsten Stellwert und steuert die Position des Auskoppeletalons. Das Etalon wird damit so geregelt, dass die Leistung in den beiden Nebenmode gleich ist.

Dieses Regelverfahren erwies sich für einen tagelangen Dauerbetrieb als noch nicht genügend ausgereift. Die aufwändige Weiterentwicklung stünde in keinem Verhältnis zum Nutzen. Stattdessen wurde eine einfachere Lösung realisiert, die keine durchgängige Anwesenheit erfordert. Durch Einrichten einer Video-Fernübertragung des Modenspektrums via Internet konnte der Zustand ortsunabhängig überwacht werden. Notwendige Nachregelungen können ortsunabhängig vorgenommen werden. Dazu werden die neuen Stellwerte an den Mikrocontroller gesendet.

⁴² Hamamatsu G4176-03

⁴³ Mini-Circuits ZKL-1R5+

⁴⁴ ARM Cortex M3, Abtastrate 300 kHz

3.5.2 Diodenlaser

Das Lasersystem für Rubidium-Übergänge besteht neben dem TiSa aus zwei ECDL-Systemen. Der erste ECDL *Rb22* ist fest auf den Crossover einer FM-Sättigungsspektroskopie der Übergänge $|F = 2\rangle$ nach $|F' = 2\rangle$ und $|F' = 3\rangle$ stabilisiert. Seine Laserfrequenz wird als Referenz für den TiSa verwendet und sein Licht für die Abbildung sowie zur Spin-Präparation benutzt. Dafür wird die Laserfrequenz durch zwei separate AOM resonant zu $|F' = 3\rangle$, beziehungsweise für die zweitgenannte Aufgabe zu $|F' = 2\rangle$ verstimmt. Der Frequenzunterschied beträgt jeweils 133,325 MHz und wurde bisher durch eine Schwingkreisquelle erzeugt. Zur Erfüllung der neuen Anforderungen ist diese driftende Quelle durch eine programmierbare PLL ersetzt, siehe Abschnitt 3.2, Absatz „Frequenzstabilität“.

Der zweite ECDL *Rb12* wurde bisher bei einer festen Frequenz betrieben. Diese wurde mit einer weiteren FM-Spektroskopie bestimmt, wobei eine Regelung auf den Übergang $|F = 1\rangle$ nach $|F' = 2\rangle$ stabilisiert. Die Neukonzeption ersetzt die Spektroskopie durch eine optische Schwebungsmessung. Die Relativfrequenz der beiden Laser entspricht der Grundzustandaufspaltung von ^{87}Rb , liegt also im Bereich 6,8 GHz [Ste03].

Eine elektronische Schaltung mischt das Photodiodensignal der optischen Schwebungsmessung mit einem Lokaloszillator zu einer Radiofrequenz von 100 MHz ab. Daraus wird durch einen Frequenz-Spannungswandler das Fehlersignal für den bestehenden Regelaufbau gewonnen, analog zum Verfahren in Abschnitt 3.2.1, Absatz „Relativfrequenzregelung durch optische Schwebung“. Dieses Vorgehen ermöglicht es, den Laser während eines experimentellen Zyklus variabel zu verstimmen. Der aufwändige und wartungsintensive FM-Spektroskopie-Aufbau kann dadurch entfallen.

Um eine Rubidium-Wolke im Zustand $|F = 1\rangle$ abzubilden, werden die Atome zunächst in den Zustand $|F = 2\rangle$ optisch umgepumpt. Dieser Zustand bietet einen zyklisch anregbaren Übergang. Bisher war hierfür ein dritter ECDL stabilisiert. Da der zweite ECDL nun flexibel verstimmbar ist, kann durch ihn die Funktion des bisherigen dritten ECDL übernommen werden. Sein Strahl ist hierfür mit dem Abbildungsstrahl überlagert und seine Frequenz wird um 133 MHz (*AOM*4, siehe Abbildung 3.10) gesenkt. Die Neuerung spart so den dritten ECDL vollständig ein.

Die Atome im Zustand $|1, 1\rangle$ sollen bei den Experimenten dieser Arbeit auch bei hohen homogenen Magnetfeldern abgebildet werden. Dazu muss das Laserlicht weitergehend verstimmt werden. Die atomaren Übergangsfrequenzen für die Abbildung des Zustands $|1, 1\rangle$ ändern sich im Magnetfeld von 600 G bis 700 G um 1,5 GHz bis 1,8 GHz. Diese große Verstimmung kann nicht allein durch Ändern der Position des holographischen Gitters eines ECDL erreicht werden. Ebenfalls muss die zweite Randbedingung angepasst werden, gegeben durch die optische Länge des Halbleiterresonators. Diese hängt vom Diodenstrom ab, welcher den Brechungsindex des Halbleiters beeinflusst. Ein ermittelter proportionaler Teil des Steuersignals für das holographische Gitter

wird per Vorsteuerung (engl. *feedforward*) der Diodenstromregelung zugeführt. Der modensprungfrei durchstimmbare Bereich vergrößert sich so auf 7 GHz.

Eine so große Frequenzänderung lässt sich am einfachsten in der Laserfrequenzregelung implementieren, indem die Lokaloszillatorfrequenz manipuliert wird. Von einer Festfrequenzquelle wird dazu auf einen Mikrowellensynthesizer⁴⁵ umgeschaltet⁴⁶. Der Synthesizer dient während der Phase des erzwungenen Evaporierens der Rubidium-Wolke als Frequenzquelle. Mit dem Synthesizer ist es möglich, mit diskreten Schritten zur gewählten Endfrequenz zu gelangen. Die Sprungantwort der Laserfrequenzregelung beträgt 10 ms und die Regelflanke erlaubt Sprünge bis zu 200 MHz. Da beim Schrittwechsel für etwa 10 ms das Mikrowellensignal ausbleibt, wird für diesen Zeitraum die Regelschleife aufgehoben, auf ihren aktuellen Stellwert festgehalten und erst danach wieder geschlossen, analog zu Unterabschnitt 3.2.1.

3.6 Optische Dipolfalle

Die Streueigenschaften von Atomen ändern sich in einem Magnetfeld, wenn die atomaren Zustände, welche die relevanten Wechselwirkungspotentiale erzeugen, ein magnetisches Moment aufweisen. Auftretende Feshbach-Resonanzen kommen typischerweise bei Feldstärken von einigen hundert Gauß vor, siehe Unterabschnitt 2.1.1. Zum einen ist ein Feld mit einem derartig hohen lokalen Minimum praktisch nicht realisierbar, zum anderen werden die Streueigenschaften nur in einem homogenen Magnetfeld über die Atomwolke isotrop. Ein Einschluss durch ein ortsabhängiges magnetisches Fallenpotential ist damit ausgeschlossen beziehungsweise würde die Auflösung der Feshbach-Spektroskopie stark herabsetzen. Zum Studium der magnetischen Feshbach-Resonanzen ist also ein anderer Einschluss der Atome erforderlich.

Für den Einschluss wird eine optische Dipolfalle eingesetzt. Ein zum atomaren Übergang rot verstimmtes Lichtfeld induziert ein Dipolmoment im Atom mit einer resultierenden attraktiven Kraft. Eine sehr gute Zusammenfassung der Theorie von fernverstimmtten Dipolfallen findet sich in [Gri00].

Die bisherige Realisierung einer optischen Dipolfalle ist in [Mar09b] dokumentiert. Die dort beschriebene Lichtleistungsregelschleife besteht aus einer Photodiode, einem PI-Regler⁴⁷ und einem AOM als Stellglied. Der PI-Regler vergleicht die Führungsgröße der Experimentsteuerung mit der durch die Photodiode gemessenen Lichtintensität. Die Rückkopplung erfolgt durch Veränderung der Beugeeffizienz des AOM. Damit wird die Soll-Intensität durch das AOM in die erste Ordnung gebeugt, nicht aber überschüssige Intensität und Rauschen.

Das Licht der ersten AOM-Beugungsordnung wurde als Dipolfallenstrahl genutzt.

⁴⁵ Rohde-Schwarz SMR20

⁴⁶ Mini Circuits MSP2TA-18

⁴⁷ E-Werkstatt Nr. 6613

Allerdings weist dieser keinen zeitlich konstanten Pointing-Vektor auf, da sich der im AOM verwendete Kristall durch die vom Piezotransducer eingetragene Schallwelle erwärmt und seine optische Brechung ändert. Die Nutzleistung ist in diesem Schema auf die maximal erreichbare Beugeffizienz des AOM begrenzt. Sie beträgt typischerweise weniger als 70 %.

3.6.1 Neukonzeption

Im Folgenden ist der Neuaufbau der Dipolfalle für die Suche nach Efimov-Zuständen beschrieben. Die hohen Wechselwirkungsstärken im Bereich einer Feshbach-Resonanz erzeugen hohe Dreikörperverluste und können nur bei geringen Atomdichten experimentell hinreichend genau ermittelt werden, siehe Unterabschnitt 2.2.5. Deshalb sollte das optische Fallenpotential hierfür eine möglichst geringe Fallenfrequenz und damit geringe Atomwolkendichten aufweisen. Durch eine adiabatische Dekompression der Wolken soll die Temperatur um eine Größenordnung gesenkt werden. Für eine ausreichende Ladeatomzahl der optischen Dipolfalle muss zusätzlich auch ihre Falltiefe erhalten bleiben. Diese Anforderungen bedingen eine Vergrößerung der Gesamtlichtleistung um bei gleichem Intensitätsmaximum des Gauß-Strahls den Strahldurchmesser vergrößern zu können.

Laserquelle Dafür ist zusätzlich zur vorhandenen Laserquelle ein neuer stärkerer Faserlaser eingesetzt. Beide sind linear polarisierte und räumlich einmodige Ytterbium Faserlaser⁴⁸ mit einer Ausgangsleistung von 10 W und 20 W bei einer Wellenlänge von 1064 nm beziehungsweise 1070 nm. Das Licht verteilt sich auf viele Frequenzmoden in der Gesamtlinienbreite von je 2 nm. Ihre Ausgangsintensitäten sind lediglich auf 2 % stabil und machen eine zusätzliche Leistungsregelung erforderlich. Die Strahlen beider Laser sind über einen Hochleistungspolarisationsstrahlteilerwürfel⁴⁹ überlagert.

3.6.2 Lichtintensitätsregelung

Die neukonzeptionierte Lichtintensitätsregelung soll den Nutzlichtanteil erhöhen und die räumliche Stabilität des Strahlengangs verbessern. Dazu wird das bisherige Regelkonzept umgekehrt: Anstatt das Licht aus der ersten Beugungsordnung des AOM zu nutzen, soll nun das Licht nullter Beugungsordnung verwendet werden. Dies löst zwei Restriktionen auf:

1. Die volle Ausgangsleistung (abzüglich des Regelhubs) des Faserlasers steht als geregeltes Nutzlicht zur Verfügung.

⁴⁸ IPG Photonics YLR-10-LP und YLR-20-LP

⁴⁹ Dünnschichtpolarisator

2. Der Strahl wird nur noch vernachlässigbar durch den Kristall gebrochen und Temperaturänderungen führen nahezu zu keinem Versatz oder Änderungen des Beugungswinkels.

Allerdings ergeben sich zwei unerwünschte Nebeneffekte:

1. Der Strahl ist jetzt nur noch um die maximale Beugeffizienz abschwächbar, das heißt er ist nicht abschaltbar.
2. Das Strahlintensitätsprofil weicht von einer räumlichen Gauß-Verteilung ab, da nicht alle Wellenvektoren eines Gauß-Strahls die Bragg-Bedingung eines AOM vollständig erfüllen. Der gebeugte Teil führt zu einem Einbruch in der Intensitätsverteilung. Dieser Effekt läßt sich zwar durch ein schmales Spektrum an Wellenvektoren verringern. Die damit einhergehende Vergrößerung des Strahldurchmessers ist aber letztlich durch die Apertur des AOM begrenzt.

Beide Nebeneffekte sind für das Experiment inakzeptabel. Zum einen erfordert der adiabatische Transfer aus der Ioffe- in die Dipolfalle, dass die Intensität von Null erhöht werden kann. Zum anderen muss die Lichtleistung für die Flugzeitabbildung instantan abschaltbar sein. Das Abweichen des Strahlintensitätsprofils von einer Gauß-Verteilung erschwert die theoretische Beschreibung der Wolken in Bezug auf Dichte und Temperatur.

Die beiden Nebeneffekte lassen sich durch eine zweite Regelschleife minimieren. Diese hat eine geringe Bandbreite und hält die Ausgangsleistung des 20 W-Lasers etwa 5 % über der Soll-Intensität des Dipolfallenstrahls. Damit steht für die bestehende Rauschamplitude ein ausreichender Regelhub zur Verfügung. Über einen Analogeingang mit geringer Bandbreite ist die Ausgangsleistung des Faserlasers angesteuert. Der AOM beugt dadurch nur etwas mehr als die Rauschamplitude in die erste Ordnung und das Strahlintensitätsprofil ist quasi erhalten, da nur wenig Licht gebeugt wird. Als Ist-Wert dient der zweiten Regelung die Steuergröße der ersten Regelung, also der AOM-Leistung, siehe Abbildung 3.11. Damit steht 95 % der vollen Intensitätsdynamik des Lasers als Dipolfallen-Licht zur Verfügung. Der zweite Regelkreis stellt sicher, dass der schnelle Regelkreis in einem günstigem Arbeitsbereich betrieben ist und der AOM dadurch fern seiner maximalen Beugeffizienz bleibt. Die geringe Beugung erhält das Gauß-Profil des Strahls und der Wärmeeintrag in den AOM ist zudem gering.

Die Reaktionszeit des langsamen Regelkreises ist allerdings nicht hinreichend kurz, um die Atome für eine Flugzeitabbildung instantan fallen zu lassen. Die Regelung ignorierend kann der Faserlaser auch digital ein- und ausgeschaltet werden. Die maximale Bandbreite dieses Vorgangs ist 50 kHz. Die daraus resultierende Ausschaltzeit von etwa 20 μ s ist für eine Flugzeitabbildung gänzlich ausreichend.

Sobald der Laser vollständig ausgeschaltet oder der Soll-Wert auf Null gesetzt ist, befindet sich der langsame Regelkreis in einem undefinierten Zustand. Dies hat

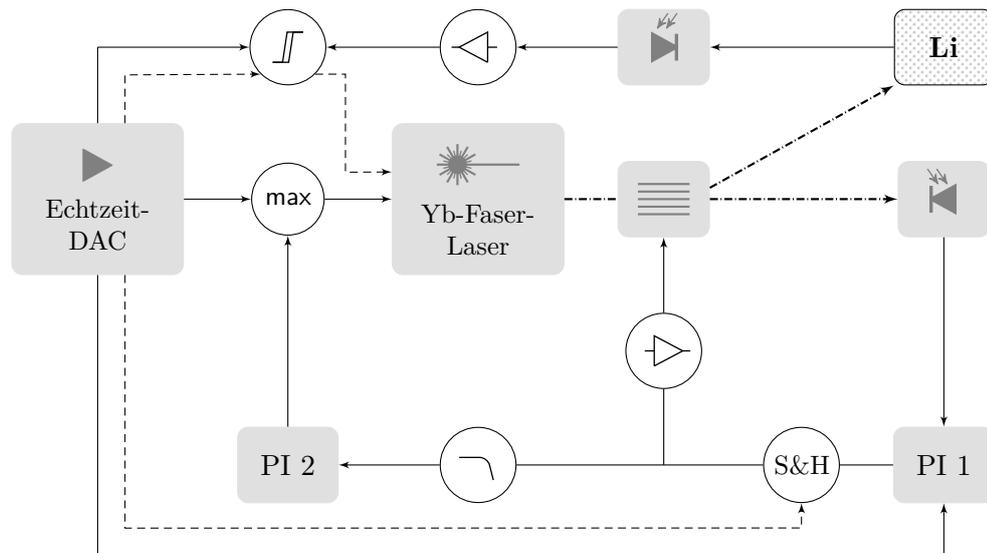


Abbildung 3.11 – Leistungsregelung der optischen Dipolfalle

Die Experimentsteuerung (Echtzeit-DAC) gibt zwei Digital- (gestrichelt) und drei Analogsignale (durchgezogen) aus: Ein Analogsignal (nach unten) legt die Intensität der optischen Dipolfalle fest, die durch den Regelkreis PI 1 durch Ändern der Beugeffizienz des AOM stabilisiert wird. Erreicht die Intensität ihr Minimum (unipolarer Arbeitspunkt), wird über ein Digitalsignal (nach unten) der Regelkreis auf einem kleinen positiven Ausgangswert gehalten (S&H). Ein zweiter Regelkreis PI 2 mit kleiner Regelbandbreite (Tiefpass) hält den Arbeitspunkt von PI 1 konstant durch Ändern der Ausgangsleistung des Lasers.

Das zweite Analogsignal (nach oben) gibt den Schwellwert für die Fluoreszenzmessung (obere Zeile) der Lithium-MOT aus. Ein drittes Analogsignal (nach rechts) legt die optische Heizleistung des Lithium-Ofens fest. Dank der Maximalwertschaltung (max) kann PI 2 nun den Arbeitspunkt von PI 1 nicht mehr stabil halten und PI 1 sorgt für maximale Beugeffizienz des AOM in die erste Beugungsordnung (Lithium-Ofen). Ein Digitalsignal (nach oben) schaltet den Laser ein und wird nur bei Erreichen des Schwellwerts des Komparators entsprechend unterbrochen.

zur Folge, dass der Integralteil der Regelschaltung seinen maximalen negativen Wert annimmt. Bei unipolaren Stellgrößen folgt dann eine große Soll-Abweichung beim erneuten Schließen des Regelkreises. Als Abhilfe ist die Regelschaltung so modifiziert, dass bei ausgeschaltetem Laser die Schleife geöffnet und der Integralteil auf einen kleinen, positiven Wert gehalten wird. Der erneute Sprung in den geschlossenen Regelzustand ist dann schnell und ohne Überschwingen der Regelung möglich.

3.6.3 Strahlanpassung

Die Fallenpotentiale für die beiden Atomwolken sind durch die Strahlgeometrie der Dipolfalle bestimmt. Die Atome sind im Kreuzungspunkt zweier Strahlen gefangen. Die Modenanpassung zwischen gewünschter Fallenmode und der Ausgangsmode des Lasers ist mit nur drei Linsen realisiert. Die ersten beiden Linsen bilden ein Teleskop mit verstellbarem Fokus, die letzte Linse fokussiert den Strahl auf die gewünschte Position in der Vakuumkammer.

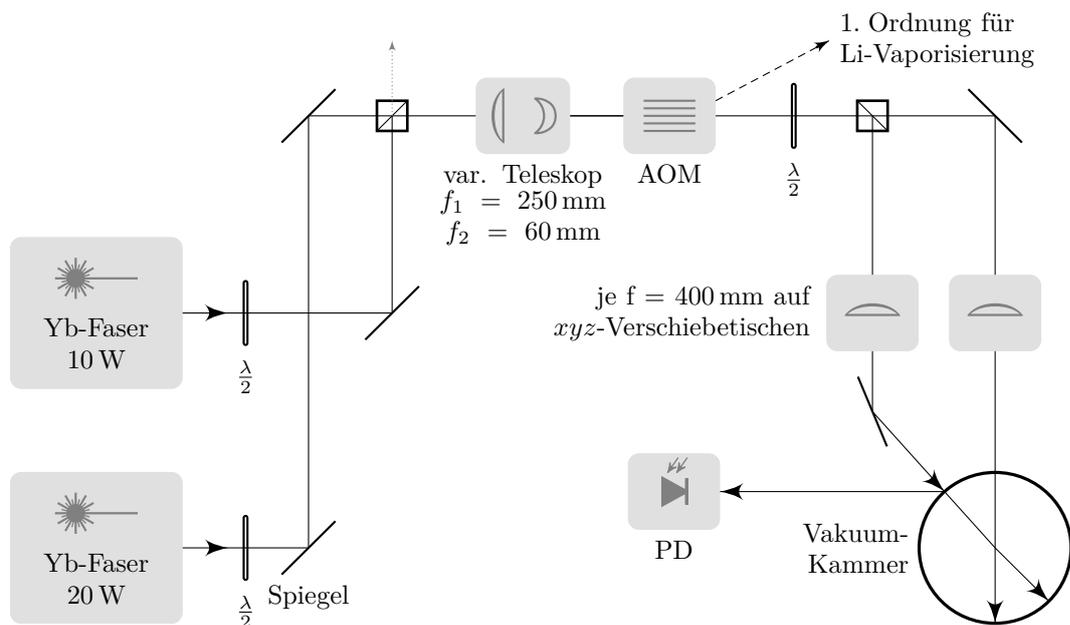


Abbildung 3.12 – Überlagerung und Leistungsregelung der optischen Dipolfalle

Die beiden Laserquellen verfügen über den gleichen Faserauskoppler. Die Strahldurchmesser⁵⁰ sind mit etwa 5 mm und einem konfokalen Parameter $b_0 \approx 38$ m ähnlich. Die beiden Strahlen werden mit gekreuzter Polarisation räumlich überlagert, wie in Abbildung 3.12 skizziert. Ein $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchen orientiert die Polarisation vor dem Hochleistungspolarisationsstrahlteilerwürfel auf minimalen Verlust. Zwei nachstehende Linsen⁵¹ reduzieren den Strahldurchmesser auf die Apertur eines AOM der beschriebenen Leistungsregelung. Die zweite Linse ist auf einem linearen Verschiebetisch montiert. Der Durchmesser der Strahltaile am Ort der Atome kann damit in einem Bereich von 100 μm bis 400 μm verändert werden. Versatzfreiheit der Atomwolken ist durch exakte Deckung der Strahlachse mit der optische Achse der Linse erreicht. Bedingt durch den langen Strahlweg von etwa 3 m ist die notwendige Genauigkeit der Ausrichtung des Verschiebetisches in einem Bereich, in dem sich selbst die Elastizität des Strukturmaterials durch das Anzugsmoment der Befestigungsschraube auswirkt.

Ein weiterer Hochleistungspolarisationsstrahlteilerwürfel bewirkt die Aufspaltung des Strahls in die beiden Dipolfallenäste. Ein vorangestelltes $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchen sorgt für gleiche Verteilung der Leistung. Die beiden Äste sind senkrecht zueinander polarisiert und eine Interferenz ist so ausgeschlossen.

Die Linsen mit einer Brennweite von $f = 400$ mm fokussieren die Strahlen auf den Ort der Atome. Durch Verschiebetische sind die Linsen präzise in allen drei Raumrichtungen translätierbar. Verschiebungen der Linse normal zur Strahlrichtung versetzen den Fokus im gleichen Maße.

⁵⁰ Feldamplitude abgefallen auf $1/e$ bzw. Intensität auf $1/e^2$

⁵¹ mit Brennweite $f_1 = 250$ mm und $f_2 = 60$ mm

Die Strahlen treten unter einem Winkel von 36° durch ein CF100-Flanschfenster in die Vakuumkammer ein. Die Fenster sind für die Wellenlängen 670 nm und 780 nm entspiegelt und reflektieren den Dipolfallenstrahl von 1070 nm mit 12 %. Der Reflex eines Strahls, der von der Fensterinnenseite hervorgerufen ist, ist auf eine Photodiode umgelenkt und dient der oben beschriebenen Leistungsregelung als Eingangssignal. Die Leistung in dieser Reflexion spiegelt die tatsächliche Strahlleistung am Ort der Atome bestmöglich wieder und die Regelung erfasst alle Störungen im Strahlengang. Dem Strahl muss so keine nutzbare Leistung entzogen werden.

Die Fenster sind vor Einbrennen von Verschmutzungen geschützt, indem die bestrahlten Stellen mit gefilterter Druckluft laminar angeströmt sind. Die beiden Strahlen treten aus der Vakuumkammer nicht mehr aus, sondern treffen auf ihre Innenseite. Diese besteht aus diffus streuendem Chromstahl, der durch die Erwärmung nicht messbar ausgast, nachdem er zuvor einmalig intensiv bestrahlt wurde.

3.7 Kamerasystem

Neue CCD-Kameras⁵² bieten zwar weniger Rauschen und eine bessere Quanteneffizienz bei den Abbildungswellenlängen von 53 % bei 670 nm und 34 % bei 780 nm. Auch ist die Bittiefe eines Bildpunktes auf 14 Bit erhöht und kann somit die maximale Elektronenanzahl pro Bildpunkt gänzlich auflösen⁵³. Diese Information verliert aber durch die Mittelwertbildung über viele Messungen an Signifikanz. Einen großen Stabilitätsgewinn bei Abbildungen von Wolken mit sehr geringer Atomzahlen bietet dagegen ein besserer Bildauswertalgorithmus.

Bildauswertung Besondere Bedeutung kommt der Auswertung der Flugzeitbilder zu, da aus ihnen die zweidimensionale Verteilung der optischen Dichten der Wolke bestimmt wird. Daraus wird anschließend die Atomzahl und die Temperatur der Wolke ermittelt. Eine lange Wechselwirkungszeit im Bereich einer Feshbach-Resonanz führt zu kleinen Atomzahlen und damit zu einem schwachen Signal. Zeitlich sich ändernde Belichtungsbedingungen führen in der Bildebene zu Rauschen. Ursächlich sind hier vor allem Interferenzen optischer Elemente und Streulicht an den Spulenkörpern. Kleine Vibrationen zwischen den Zeitpunkten der Aufnahme des Absorptions- und Referenzbildes führen nach dem Normieren der Bilder zu Beugungsmustern und Inhomogenitäten.

Allerdings kann dieses Rauschen in der Auswertung der Bilder sehr stark unterdrückt werden. Der verwendete Algorithmus [Ock10] macht dabei keinerlei Annahmen über die atomare Dichteverteilung. Er basiert darauf, dass für jedes Absorptionsbild ein optimales Referenzbild Q durch Linearkombination aus vielen Referenzbildern R_k (typischerweise $N \approx 1000$) konstruiert wird mit $Q = \sum_k c_k R_k$ [Kro07]. Die optimalen Koeffizienten c_k

⁵² Apogee Ascent A285

⁵³ maximal 20×10^3 Elektronen pro Pixel, Fehler des ADC unter 6 Elektronen

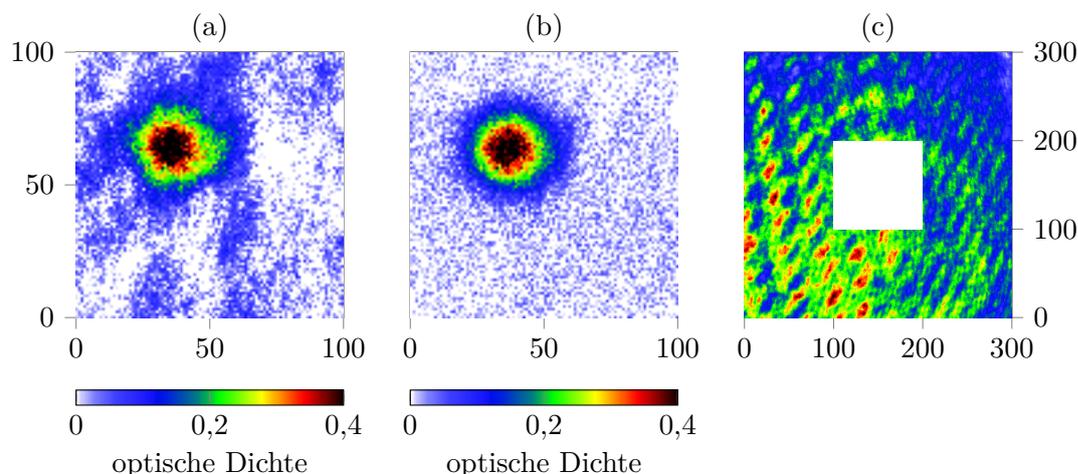


Abbildung 3.13 – Verbesserte Bildauswertung

(a) Absorptionsabbildung einer Atomwolke (Atomzahl 87×10^3). Das Bild wurde mit dem im gleichen experimentellen Zyklus aufgenommenen Referenzbild verrechnet.

(b) Gleiches Absorptionsbild wie in (a), aber mit einem optimierten Referenzbild verrechnet.

(c) Rohdaten des Referenzbildes. Dieser Rahmen umgibt den Ausschnitt von (a) und (b). Eine Linearkombination vieler Referenzbilder minimiert die optische Dichte in diesen Bereich. Anschließend wird der innere Bereich für die Verrechnung der optischen Dichte verwendet.

Auf den Achsen sind die Pixelnummern aufgetragen.

erhält man, indem die Summe der Quadrate der Abweichungen $\sum_x m_x (A_x - Q_x)^2$ für alle Pixel mit Index x minimiert wird. Die Maske m_x sei nun $m_x = 1$ für die Region in der das Bild keine optische Dichte liefern sollte und in der Region des Signals $m_x = 0$. Die Hintergrundregion wurde als rechteckiger Rahmen um das Signal festgelegt, siehe Abbildung 3.13.

Wenn man die partielle Ableitung nach c_j gleich Null setzt, erhält man das lineare Gleichungssystem $\sum_k c_k B_{j,k} = \sum_x m_x R_{x,j} A_x$ mit der quadratischen Matrix $B_{j,k} = \sum_x m_x R_{x,j} R_{x,k}$, was leicht durch c_k gelöst werden kann [Gol96]. Dabei muss die aufwändige Zerlegung von B mit Hilfe der LU-Zerlegung für alle Bilder nur einmal gemacht werden. Das Lösen der Gleichung, um c_k für die Einzelbilder zu erhalten, benötigt dann sehr wenig Rechenzeit.

Kapitel 4

Ergebnisse

4.1 RF-Spektroskopie von Quasi- ${}^6\text{Li}_2$ -Molekülen

In diesem Abschnitt werden Messungen an einem stark wechselwirkenden, fermionischen Lithium-Gas vorgestellt, wobei [Mai10] gefolgt wird. Mit einer Radiofrequenzspektroskopie wurde eine ultrakalte ${}^6\text{Li}$ -Wolke untersucht, die in der Nähe der bekannten p -Wellen-Feshbach-Resonanz bei einer Magnetfeldstärke von 159,15 G [Zha04] präpariert wurde. Es konnten quasi-gebundene p -Wellenmoleküle in Anwesenheit freier Atome nachgewiesen werden. Die Bindungsenergie kann durch Radiofrequenzassoziation direkt gemessen werden. Dabei wurde besonders darauf geachtet, dass die Messungen keinem störenden Zielzustandseffekt (engl. *final-state effect*) unterliegen [Per08]. Darüber hinaus konnte die Molekülproduktionseffizienz durch adiabatisches Rampen der Magnetfeldstärke bestimmt werden. Diese Messungen stellen einen wichtigen Schritt hin zur Photoemissionspektroskopie eines stark wechselwirkenden p -Wellen-Fermi-Gases dar.

Methodik Das fermionische ${}^6\text{Li}$ -Gas ist im Zustand $|1\rangle := |F, m_F\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ präpariert. Dabei bezieht sich die Angabe auf den Zustand im geringen Magnetfeld. Die Hyperfeinstruktur weist dann noch keine Zustandsentmischung durch den Paschen-Back-Effekt auf. Es konnten quasi-gebundene Moleküle und freie Atome beobachtet werden durch Anregung eines Radiofrequenzübergangs in den nur sehr schwach wechselwirkenden Zustand $|2\rangle := |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$, bezogen auf $B = 0$. Für unterschiedliche Magnetfelder wurde die Verstimmung der Molekülresonanz relativ zur freien Atomresonanz bestimmt. Dadurch konnten die in [Fuc08] beschriebenen relativen magnetischen Momente der Molekül- und Atomzustände bestätigt werden.

Durch adiabatische Magnetfeldrampen konnten ähnlich wie in [Ina08] gebundene Moleküle mit negativer Bindungsenergie generiert werden. Dazu wurden die verbliebenen ungebundenen Atome durch einen selektiven, resonanten Lichtpuls entfernt, sodass anschließend die Anzahl gebundener Moleküle durch eine Flugzeitabbildung nachgewiesen

werden konnte. Die beobachtete Lebensdauer der Moleküle in Anwesenheit der verbliebenen ungebundenen Atome ist vergleichbar mit dem durch inelastische Kollisionen [Ina08] verursachten Zerfall.

Präparation Ein Messzyklus durchläuft zu Beginn die im Kapitel 3 dargestellten Schritte: Thermisches Verdampfen aus den Atomquellen (hierbei wurde ein mit dem ${}^6\text{Li}$ -Isotop angereichertes Lithium-Gemisch verwendet), Laden in einer bichromatischen magneto-optischen Falle (orts- und zeitgleich), optische Spinpräparation in vollgestreckte Zustände (${}^6\text{Li}$ in $|F, m_F\rangle = |\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\rangle$ und ${}^{87}\text{Rb}$ in $|F, m_F\rangle = |2, 2\rangle$), magnetischer Transfer in eine Ioffe-Pritchard-Falle, sympathetisches Kühlen durch selektives Entfernen der heißesten ${}^{87}\text{Rb}$ -Atome bei simultanem Beseitigen von mitgefangenen Atomen in zwei weiteren unerwünschten Zuständen. Der letzte Mikrowellenkühlschritt wurde schließlich bei einer Temperatur von $3\ \mu\text{K}$ mit 3×10^6 ${}^{87}\text{Rb}$ - und 1×10^5 ${}^6\text{Li}$ -Atomen beendet. Örtlich gefangen bleiben die Atome durch die zylindersymmetrische Ioffe-Pritchard-Falle, die für ${}^6\text{Li}$ eine Fallenfrequenz von $(\omega_r, \omega_z)/(2\pi) = (762, 190)$ Hz aufweist, für ${}^{87}\text{Rb}$ $(\omega_r, \omega_z)/(2\pi) = (200, 50)$ Hz, und ein Magnetfeld von $B_{\text{offset}} = 3,5$ G im Fallenminimum realisiert. Die beiden Wolken werden dann in eine horizontale, rechtwinklig gekreuzte optische Dipolfalle geladen. Diese wird generiert durch einen leistungsstabilisierten Laser mit einer Wellenlänge von $1064(2)\ \text{nm}$ ¹. Mit einer Leistung von 2,9 W und 3,2 W in den beiden einzelnen Strahlkästen (orthogonal linear polarisiert) und gleichen Strahltaillen von $58\ \mu\text{m}$ erhält man eine Falltiefe von $130\ \mu\text{K}$ für ${}^{87}\text{Rb}$ und $45\ \mu\text{K}$ für ${}^6\text{Li}$. Die Fallenfrequenzen betragen für ${}^{87}\text{Rb}$ $\hat{\omega}_{87\text{Rb}}/(2\pi) \approx (610 \times 440 \times 440)^{\frac{1}{3}}$ Hz und für ${}^6\text{Li}$ entsprechend $\hat{\omega}_{6\text{Li}}/(2\pi) \approx (1,3 \times 0,9 \times 0,9)^{\frac{1}{3}}$ kHz. Nach dem Transfer in die optische Dipolfalle steigt die Temperatur durch adiabatische Kompression für ${}^6\text{Li}$ auf etwa $9\ \mu\text{K}$. Unter diesen Bedingungen entspricht diese dem 2,2-fachen der Fermi-Temperatur.

Die Fallenspulen werden nun zum Generieren eines kleinen homogenen Magnetfelds verwendet, was einen selektiven Landau-Zener-Transfer im Bereich um 228 MHz ermöglicht. Anschließend befinden sich die ${}^6\text{Li}$ -Atome im absoluten Grundzustand $|1\rangle := |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$. Die ${}^{87}\text{Rb}$ -Atome dagegen werden aus der Falle durch einen 1 ms langen optischen Puls entfernt, der resonant ist mit dem zyklischen Übergang $5^2S_{1/2} |F = 2\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} |F' = 3\rangle$.

Messungen In einem ersten Experiment wird das Magnetfeld linear zu einem immer gleichen, festen Wert von 159,15 G aufgebaut. Dort wird ein Radiofrequenzspektrum aufgenommen indem für unterschiedliche Radiofrequenzen die Anzahl der Atome bestimmt wird, die in den Zustand $|2\rangle$ transferiert wurden. Ein typisches Spektrum ist in Abbildung 4.1 gezeigt. Dabei wurde das Magnetfeld auf einen Wert 60 mG unterhalb des Maximums der Dreikörperverluste der Feshbach-Resonanz [Zha04, Sch05] gehalten, bis der Radiofrequenzpuls von 2 ms Dauer erfolgt. Anschließend wird innerhalb von $50\ \mu\text{s}$ das Magnetfeld um 150 mG erhöht und die einschließende Dipolfalle

¹ IPG YLR-10LP

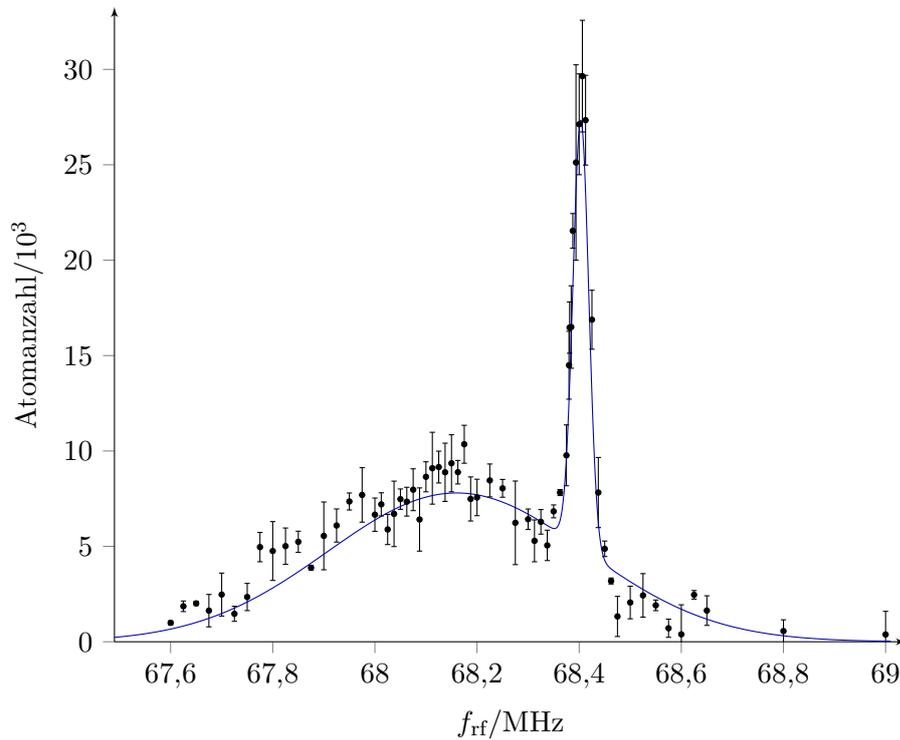


Abbildung 4.1 – Radiofrequenzspektrum quasi-gebundener p -Wellenmoleküle

Dieses typische Radiofrequenzspektrum wurde bei einer Verstimmung von -60 mG relativ zum Magnetfeld mit maximalen Dreikörperverlusten aufgenommen. Die breite Molekülresonanz ist um 270 kHz zu tieferen Frequenzen relativ zur schmalen atomaren Resonanz verschoben. Diese negative Verschiebung spiegelt eine positive Bindungsenergie der quasi-gebundenen Moleküle wieder, die durch die Zentrifugalbarriere der p -Wellenwechselwirkung stabilisiert werden. Jeder Datenpunkt zeigt den Durchschnittswert von bis zu sieben experimentellen Einzelzyklen. Die dazugehörige Standardabweichung ist als schwarzer Fehlerbalken dargestellt. Die blaue Kurve ist eine gefittete Funktion, die aus einer Summe von zwei Gauß-Funktionen besteht. Die Fit-Parameter wurden verwendet um die Position der atomaren und der molekularen Resonanz zu bestimmen.

abgeschaltet. Die Anzahl der Atome im Zustand $|2\rangle$ werden nach einer Flugzeit von $50\ \mu\text{s}$ durch eine Absorptionsabbildung detektiert. Dazu wird der zyklische Übergang von $2^2S_{1/2} |J = \frac{1}{2}, m_J = -\frac{1}{2}, I = 1, m_I = 0\rangle$ nach $P_{3/2} |J' = \frac{3}{2}, m'_J = -\frac{3}{2}, I' = 1, m'_I = 0\rangle$ angeregt.

Beobachtet wird zum einen eine schmale Resonanz, die durch eine Anregung innerhalb der ungebundenen Atome entsteht, zum anderen eine breite Resonanz, die um 270 kHz zur atomaren Resonanz verschoben ist. Diese Verschiebung ist der Radiofrequenzdissoziation der p -Wellenmoleküle geschuldet, die in Folge als einzelne Atome im schwach wechselwirkenden Referenzzustand $|2\rangle$ vorliegen. Dieser Frequenzunterschied relativ zur atomaren Resonanz spiegelt also die Bindungsenergie der Moleküle wieder. Dabei entspricht eine negative Frequenzverschiebung einer positiven Bindungsenergie. Die Moleküle sind somit quasi-gebunden und die zwei Atome lokalisieren sich auf Abstän-

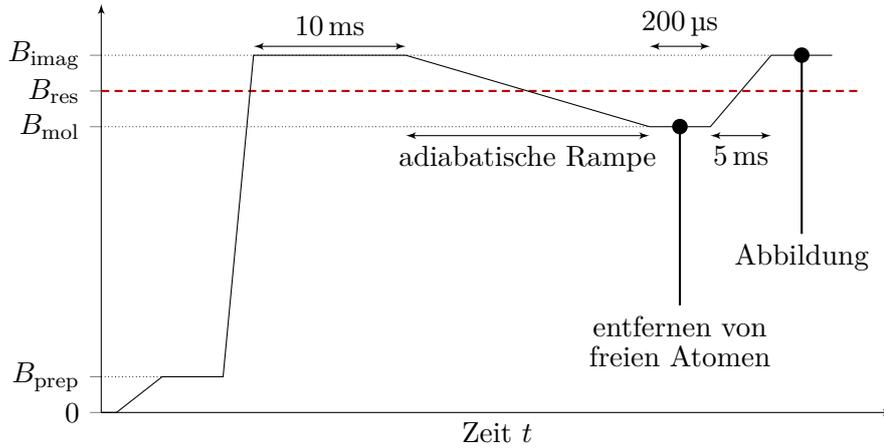


Abbildung 4.2 – Zeitliche Magnetfeldsequenz zur Molekülproduktion

Zeitlicher Verlauf der Magnetfeldstärke für die Produktion von p -Wellenmolekülen aus einem Spin-polarisierten Fermi-Gas. Nach der Präparation des Zustands [1] bei Feldstärke B_{prep} wurde innerhalb ≈ 1 ms auf den Wert $B_{\text{imag}} > B_{\text{res}}$ gerammt, bei dem die Molekülenergie über dem atomaren Schwellwert liegt. Das Magnetfeld wurde auf diesem Wert für 10 ms gehalten, um mögliches Überschwingen des Felds abklingen zu lassen. Anschließend wurde das Magnetfeld in unterschiedlichen Geschwindigkeiten auf den Wert $B_{\text{mol}} < B_{\text{res}}$ gesenkt. Dabei transformieren sich die Atome adiabatisch zu Molekülen. In dem darauf folgenden kurzen Zeitfenster von $200 \mu\text{s}$ werden alle ungepaarten Atome durch einen $25 \mu\text{s}$ langen Reinigungspuls entfernt. Schließlich werden die Moleküle adiabatisch innerhalb von 1 ms wieder zu freien Atomen dissoziiert und bei dem Magnetfeld B_{imag} abgebildet. Aufgrund der geringen produzierten Molekülanzahl wurde die Abbildung *in situ* aufgenommen um ein höheres S/N-Verhältnis zu erhalten.

de innerhalb der Zentrifugalbarriere des p -Wellenkollisionskanals. Die Lebensdauer dieser quasi-gebundenen Zustände ist durch Tunneln durch die Zentrifugalbarriere limitiert.

Die beobachtete Bindungsenergie von 270 kHz korrespondiert zu einem Magnetfeld von 85 mG oberhalb des Schnittpunktes von molekularem und atomarem Zustand [Fuc08]. Da die in Abbildung 4.1 gezeigte Messung bei 60 mG unterhalb des Maximums der Dreikörperverluste der Feshbach-Resonanz aufgenommen wurde, zeigt sich, dass die Position des Verlustmaximums nicht der Stelle der Entartung von Molekül- und Atomzustand entsprechen kann, welche die tatsächliche Position einer Feshbach-Resonanz wäre. Diese Abweichung kann auf die endliche Kollisionsenergie der ${}^6\text{Li}$ -Atome bei einer Temperatur von $9 \mu\text{K}$ zurückgeführt werden. In [Che05] wird die Verschiebung der Feshbach-Resonanz theoretisch berechnet und liefert für eine endlichen Temperatur von $10 \mu\text{K}$ eine Verschiebung von $+0,1$ G. Dies ist in guter Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert von $+145$ mG. Das einschließende optische Potential, das zu einem dynamischen Stark-Effekt der beteiligten Zustände führt, wurde hierbei nicht mit betrachtet [Chi00].

Ein kleine Änderung der Magnetfeldstärke ΔB führt zu einer Verschiebung der Molekülresonanz um (115 ± 30) kHz, während sich die atomare Resonanz lediglich um $(2,7 \pm 0,3)$ kHz verschiebt. Die Verstimmung der atomaren Resonanz wird durch die

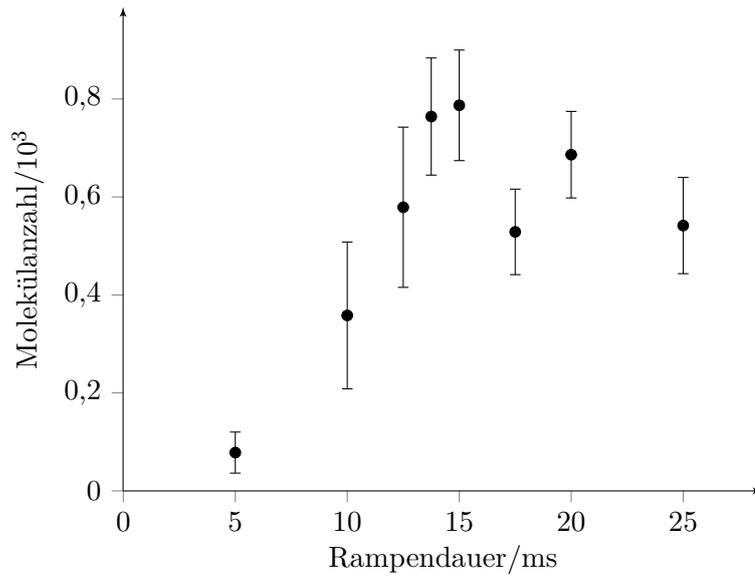


Abbildung 4.3 – Anzahl produzierter p -Wellenmoleküle

Die Anzahl der Moleküle mit Bindungsenergie $E_{\text{mol}} < 0$, die sich durch adiabatisches Rampen des Magnetfelds um 305 mG über eine Feshbach-Resonanz gebildet haben. Nur ein kleiner Anteil gebundener Moleküle wurde produziert. Dies deutet auf einen kleinen Phasenraumüberlapp bei einer Temperatur von $9 \mu\text{K}$ hin. Die Fehlerbalken geben eine Standardabweichung der fünf bis acht Einzelmessungen an, deren Mittelwert gezeigt ist (Punkte).

präzise bekannte Hyperfeinstrukturänderung im Paschen-Back-Regime verursacht und ist damit der bestmögliche Zugang zum tatsächlichen Wert von ΔB . In der Nähe der Feshbach-Resonanz hängt die atomare Verstimmung linear vom Magnetfeld mit einer Rate von 87 kHz/G ab, womit sich eine Magnetfeldänderung $\Delta B = (30 \pm 4)$ mG ergibt. Die Verschiebung der Molekülresonanz kann nun mit früheren Messungen, beschrieben in [Fuc08], verglichen werden. Darin wird die relative Verschiebung zwischen atomarer und molekularer Resonanz des Zustands $|1\rangle$ mit der Rate 2,354 MHz/G angegeben. Wenn der Zeeman-Effekt des Referenzzustands $|2\rangle$ mit eingerechnet wird, ergibt sich eine Verschiebung des molekularen Zustands relativ zum Referenzzustand $|2\rangle$ von 2,267 MHz/G. Folglich wäre bei der vorgenommenen Magnetfeldänderung ΔB eine Verschiebung des molekularen Zustandes um (70 ± 8) kHz zu erwarten. Dies stimmt mit der präsentierten Messung der Verschiebung um (115 ± 30) kHz noch annehmbar überein und bestätigt die ermittelten relativen magnetischen Momente des molekularen Zustands und des Zustandes $|1\rangle$ aus [Fuc08].

In einem zweiten Experiment wurde die Produktionseffizienz von p -Wellenmolekülen untersucht. Dazu wurden Magnetfeldstärken unterhalb der Feshbach-Resonanz angelegt, bei denen sich Atome zu gebundenen Molekülen mit negativer Bindungsenergie formen. Wie in Abbildung 4.2 gezeigt, wurde analog zum Verfahren vorgegangen, das in [Ina08] dargestellt wurde. Nach der Präparation des Zustandes $|1\rangle$ bei geringem Magnetfeld B_{prep} wird schnell über die Feshbach-Resonanz mit einer Rate von

$dB/dt = 71,7 \text{ G/ms}$ gerampt zum Wert B_{imag} , der ungefähr 150 mG größer ist als das Magnetfeld der Feshbach-Resonanz B_{res} . Das Magnetfeld B_{imag} wurde für 10 ms gehalten, um ein mögliches Überschwingen des Stromstärkenregelkreises des Spulenpaars abklingen zu lassen, das durch das vorangegangene schnelle Rampen verursacht werden könnte. Die Magnetfeldstärke wurde anschließend um 305 mG auf einen Wert $B_{\text{mol}} < B_{\text{res}}$ gesenkt. Die Geschwindigkeit dieses Schrittes wurde auf die höchste Molekülproduktionseffizienz optimiert. Innerhalb der sich anschließenden 200 μs wurden die verbliebenen ungebundenen Atome durch einen 25 μs langen optischen Puls entfernt, der zum Übergang $|1\rangle = 2^2S_{1/2} |J = \frac{1}{2}, m_J = -\frac{1}{2}, I = 1, m_I = 1\rangle$ nach $P_{3/2} |J' = \frac{3}{2}, m'_{J'} = -\frac{3}{2}, I' = 1, m'_{I'} = 1\rangle$ resonant ist. Die reine Molekülprobe wurde nachgewiesen, indem das Magnetfeld innerhalb 1 ms zurück auf den Wert B_{imag} gerampt wurde. Dabei dissoziieren die Moleküle wieder zurück in freie Atome, die durch eine Absorptionsabbildung detektiert werden können. Um keine Einbußen im Signal-Rausch-Verhältnis S/N zu erhalten, wurde auf eine Flugzeit gänzlich verzichtet und die Atome *in situ* abgebildet. Die Anzahl der damit generierten Moleküle sind in Abbildung 4.3 gezeigt. Im Gegensatz zu den in [Ina08] berichteten 15% wurden hierbei nur etwa 3% aller Atome in Moleküle transformiert. Dies könnte auf die höhere Temperatur von 9 μK (statt den 1 μK in [Ina08]) zurückzuführen sein und den damit einhergehenden schlechteren Phasenraumüberlapp. Die Lebensdauer der Molekülprobe in Anwesenheit der ungebundenen Atome wurde untersucht durch variieren der Haltezeit nach der adiabatischen Rampe und vor dem Reinigungspuls. Der Wert für den inelastischen Atom-Dimer-Koeffizienten $K_{dd} = 2,4_{-0,3}^{+0,5} \times 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{s}$ für $|1\rangle$ - $|1\rangle$ -Moleküle, wie in [Ina08] berichtet, ist mit diesen Messungen konsistent.

4.2 Efimov-Spektroskopie von ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}_2$ -Trimeren

Die Darstellung der Messungen des Kollisionsheizens eines ultrakalten ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Gemisches, das nahe einer breiten Feshbach-Resonanz bei einer Magnetfeldstärke von 661 G präpariert wurde, folgt der Beschreibung in [Mai15]. Auf der Hochfeldseite dieser Resonanz findet sich eine erhöhte Dreikörperrekombinationsrate, die als heteronukleare Efimov-Resonanz interpretiert wird. Die dazu entwickelte verbesserte Feshbach-Spektroskopie wurde auf zwei weitere Resonanzen nahe 535 G und 570 G angewandt. Mit den gewonnenen Resonanzpositionen, die wesentlich präziser als bisherige Messwerte sind, konnte ein Molekülpotentialmodell entwickelt werden, das erstmals konsistent alle bekannten Feshbach-Resonanzen in unterschiedlichen Lithium-Rubidium-Isotopengemischen beschreibt. Die bisher nicht zuzuordnende Resonanz bei 535 G kann damit als d -Wellenresonanz identifiziert werden. Dieses Modell wird nun eingesetzt um die Streulänge des beobachteten Efimov-Zustands zu bestimmen. Der sich ergebende Wert von $-1870 a_0$ Bohrradien unterstützt die aktuell diskutierte Vermutung der Universalität des Dreikörperparameters ebenfalls für heteronukleare Gemische.

Präparation Der experimentelle Aufbau ist in Kapitel 3 respektive den hierhin genannten älteren Dokumentationen beschrieben. In Kürze: ${}^7\text{Li}$ - und ${}^{87}\text{Rb}$ -Atome werden in einer zeitlich und räumlich überlappenden magneto-optischen Falle angesammelt, anschließend durch zwei optische Pulse jeweils in den Zeeman-Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ gepumpt und in eine Ioffe-Pritchard-Falle magnetisch transportiert. Das ${}^{87}\text{Rb}$ -Gas wird dort durch Mikrowellen-induziertes erzwungenes Evaporieren abgekühlt, während das ${}^7\text{Li}$ -Gas durch elastische Kollisionen thermische Energie an das ${}^{87}\text{Rb}$ -Gas abgibt. Gegen Ende dieser Kühlprozedur werden die Fallenfrequenzen so weit abgesenkt, dass die beiden Gase thermisch entkoppeln. Das ${}^{87}\text{Rb}$ -Gas kann nun alleine weiter gekühlt werden. Dies erlaubt eine Präparation der beiden Gase mit unterschiedlicher Temperatur vor dem Transfer in eine optische Dipolfalle. Diese wird aus zwei Laserstrahlen geformt, die sich horizontal unter einem Winkel von 36° kreuzen (die Winkelhalbierende soll im weiteren die x -Achse definieren) und jeweils eine Leistung von 7 W bei einer Wellenlänge von 1070 nm aufweisen. Die Strahltaile ist manuell justierbar auf einen festen Wert zwischen $\omega_0 = (50 \dots 200) \mu\text{m}$ (Radius). Geladen wird die Dipolfalle durch langsames Erhöhen der Laserlichtleistung. Erst danach wird das magnetische Feld ausgeschaltet. Am Ende dieses adiabatischen Transfers liegt die Temperatur im unteren Mikrokelvinbereich. Die niedrigsten Temperaturen stellen sich bei einer Dipolfalle mit großen Strahltaillen ein. Dabei ist die adiabatische Temperaturänderung für die beiden Spezies leicht unterschiedlich, da das einschließende Potential für Lithium flacher als für Rubidium ist. Die vorjustierte Temperaturdifferenz in der Magnetfalle wird benutzt, um diesen Effekt zu kompensieren, sodass die finalen Temperaturen in der Dipolfalle gut kontrolliert sind. Mit dem Spulenpaar der Ioffe-Pritchard-Falle wird daraufhin ein moderates, homogenes

Magnetfeld generiert, in welchem die Atome mit Hilfe einer schnellen, adiabatischen Mikrowellenpassage (engl. *rapid adiabatic microwave passage*) in ihren Grundzustand $|F = 1, m_F = 1\rangle$ transferiert werden. Das Magnetfeld wird schließlich erhöht zu einer Feldstärke, bei der die zu untersuchende Feshbach-Resonanz auftritt.

Die Fallenspulen befinden sich innerhalb der Vakuumkammer, wobei ihre Symmetrieachse in vertikale Richtung (hier z -Achse mit Ursprung zwischen den beiden Spulen) zeigt. Der Innenradius der Spulen beträgt nur 5 mm [Sil05] und generiert am Ort der Atome ein annähernd homogenes Magnetfeld mit einer kleinen Inhomogenität. Das Minimum der optischen Dipolfalle liegt zwar auf der Symmetrieachse, aber vom Ursprung etwas zur oberen Spule hin verschoben. An dieser Stelle wird gerade das gravitationsbedingte Absenken (engl. *gravitational sag*) der Lithium-Atome durch den lokalen Feldgradienten ausgeglichen. Diese Kompensation maximiert die Falltiefe für die Lithium-Atome. In dieser Anordnung werden die Rubidium-Atome durch die Gravitation unter den Ursprungspunkt gezogen und dort durch den lokalen Feldgradienten weiter nach unten geschoben. Die resultierende Separation der beiden Wolken beträgt bis zu 24 μm . Darüberhinaus verursacht die Feldinhomogenität ein zusätzlich einschließendes, harmonisches Potential in horizontaler (x - y -Ebene) und ein repulsiv-harmonisches Potential in vertikaler Richtung (z -Achse). Letzteres drückt die Atome aus dem Fallenzentrum und limitiert die Falltiefe der Kombination aus magnetischem und optischem Potential. Die Fallenparameter können durch eine detaillierte Kalkulation der Magnetfeldgeometrie gewonnen werden [Eis]. Für ein Magnetfeld um 665 G und einer typischen Strahltaile $\omega_0 = 180 \mu\text{m}$ erhält man entlang der z -Achse eine Falltiefe von 1,6 μK für ${}^7\text{Li}$ und 8,4 μK für ${}^{87}\text{Rb}$. Die Fallenfrequenzen im Fallenminimum ergeben sich zu $\nu_x^{87\text{Rb}} = 46 \text{ Hz}$, $\nu_y^{87\text{Rb}} = 109 \text{ Hz}$, $\nu_z^{87\text{Rb}} = 95 \text{ Hz}$ für Rubidium und $\nu_x^{7\text{Li}} = 154 \text{ Hz}$, $\nu_y^{7\text{Li}} = 271 \text{ Hz}$, $\nu_z^{7\text{Li}} = 159 \text{ Hz}$ für Lithium. Aufgrund der geringen Falltiefe entlang der z -Achse werden ständig Atome verloren, sodass das Gemisch nur für eine Haltezeit von einigen 10 ms beobachtet werden kann, bevor die Atomzahl unter das Grundrauschen (engl. *noise floor*) der Einzelmessungsschwankung fällt. Die Falltiefe kann durch kleinere Strahltaillen ω_0 zwar erhöht werden. Das erhöht allerdings die Temperatur nach dem adiabatischen Transfer aus der Magnetfalle.

Messungen Eine Übersichtsmessung in Abbildung 4.4 zeigt die verbleibende Anzahl von Lithium-Atomen nach einer Wechselwirkungszeit von 50 ms bei einem Magnetfeld mit (520 . . . 770) G. Dieses Spektrum ist mit einer initialen Temperaturdifferenz zwischen den beiden Gasen aufgenommen. Auf Resonanz führt die erhöhte Kreuzthermalisierung mit dem etwas heißeren Rubidium-Gas zum Evaporieren des Lithium-Gases aus der Dipolfalle. Die schmalen Resonanzen bei 535 G und 570 G wurden mit Gauß-Funktionen gefittet. Die resultierenden Positionen sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst aufgeführt.

Die breite Resonanz um 661 G wurde mit einem wesentlich verbesserten Signal-Rausch-Verhältnis verglichen zu früheren Messungen [Mar09a] aufgenommen, aber

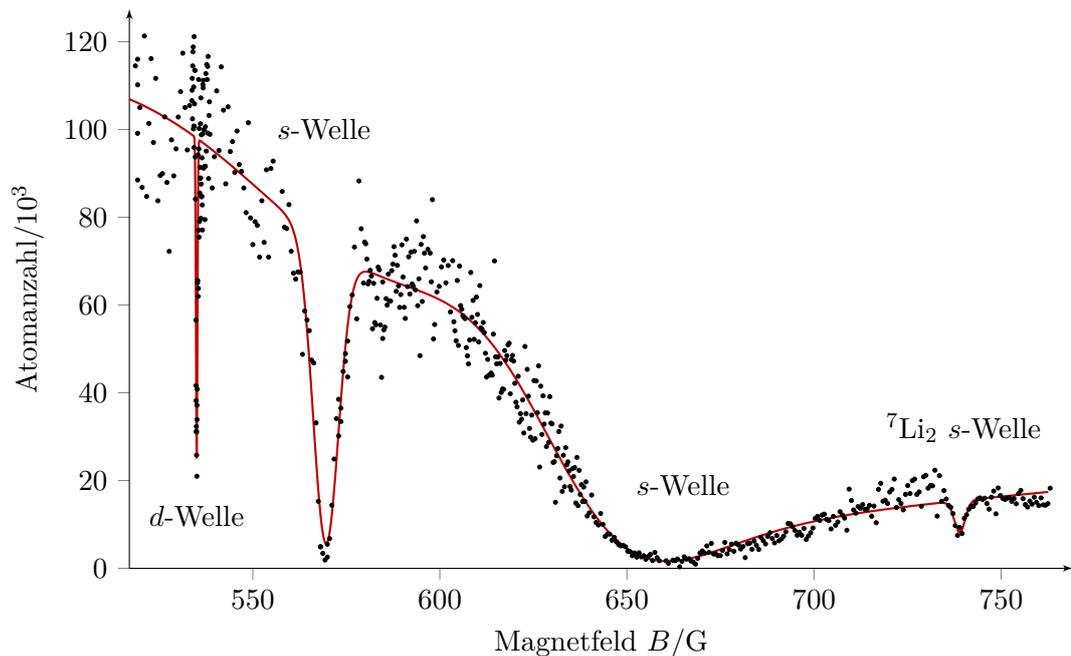


Abbildung 4.4 – Feshbach-Übersichtsspektrum

Lithium-Verluste durch Thermalisieren mit Rubidium für unterschiedliche Magnetfelder. Die Rubidium-Atomzahl von 5×10^5 bleibt während der Wechselwirkung annähernd konstant. Nach einer Interaktionszeit von 50 ms wird die Dipolfalle ausgeschaltet und die Atomzahlen aus einer Analyse von Flugzeitbildern gewonnen. Neben der s - und d -Wellenresonanz des ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Gemisches, ist die bekannte s -Wellenresonanz von ${}^7\text{Li}_2$ bei 737 G [Pol09a] zu sehen. Die Punkte zeigen Einzelmessungen ohne Mittelung.

sie zeigt trotzdem noch eine starke Asymmetrie aufgrund der obengenannten, bei höheren Magnetfeldern zunehmenden, Verlusten. Eine weit schmalere Linienbreite mit symmetrischem Verlauf kann durch Beobachten der Dreikörperkollision von zwei Gasen im thermischen Gleichgewicht gewonnen werden. Ihre Position ist daher aus der Abbildung 4.5 gewonnen.

Das Magnetfeld wurde dabei über eine sehr schmale und wohlbekannte, homonukleare ${}^{87}\text{Rb}$ -Resonanz bei 685,43(3) G kalibriert [Mar02]. Der experimentelle Fehler ist im wesentlichen durch die Unsicherheit dieses Schrittes dominiert.

Auf Basis dieser Resonanzpositionen konnte Prof. E. Tiemann von der Leibniz-Universität Hannover ein verbessertes Modell der Molekülpotentiale der Lithium-Rubidium-Isotopensystemen entwickeln. Die Resultate finden sich in Tabelle 4.1. Das zugrundeliegende neue Modell reproduziert alle bekannten Feshbach-Resonanzen in Lithium-Rubidium-Isotopengemischen [Deh10, Deh08a, Mar09a] im Rahmen des statistischen und systematischen Fehlers². Im Besonderen konnte die bislang nicht zugeordnete Resonanz des ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Gemisches bei ≈ 535 G als eine d -Wellenresonanz identifiziert

² Die Abweichung zwischen theoretischem und experimentellem Wert ist für die zwei Resonanzen bei 950 G und 975 G bei ${}^6\text{Li}$ - ${}^{85}\text{Rb}$ am größten. Für diese Resonanzen ist ein großer systematischer Fehler bei der Magnetfeldkalibration berichtet in [Deh10].

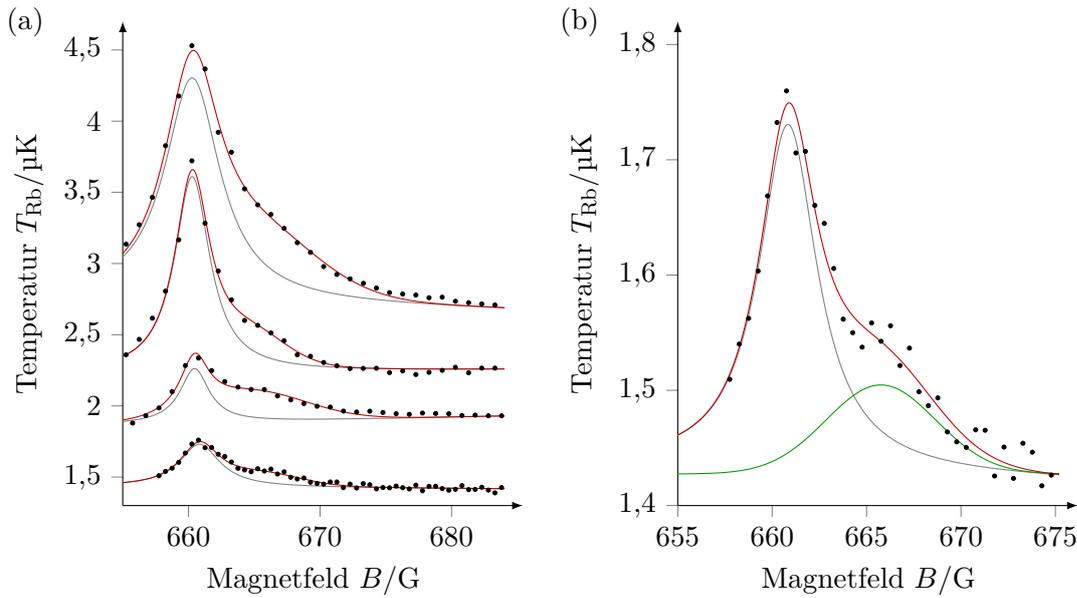


Abbildung 4.5 – Efimov-Resonanz

(a) Temperatur des Rubidium-Gases nach der Wechselwirkung mit der Lithium-Wolke bei unterschiedlichen Magnetfeldern. Vor der Wechselwirkung sind beide Gase mit gleichen Temperaturen ($2,7\ \mu\text{K}$, $2,2\ \mu\text{K}$, $1,9\ \mu\text{K}$ und $1,4\ \mu\text{K}$) und Atomzahlen ($1,5 \times 10^5$, $1,3 \times 10^5$, 1×10^5 und $0,3 \times 10^5$) präpariert. Die Wechselwirkungszeit beträgt $50\ \text{ms}$, $50\ \text{ms}$, $40\ \text{ms}$ und $15\ \text{ms}$. Jeder Datenpunkt ist der Mittelwert von 40 bis 100 Einzelmessungen mit einem Fehler kleiner $0,6\%$. Alle Angaben in der Reihenfolge der Kurven von oben nach unten.

(b) Gleicher Datensatz wie die unterste Kurve in (a). Gezeigt ist ein Fit mit einer Gauß-Funktion für die reine Dreikörperkollision (graue Kurve) und eine Lorentz-Funktion für die Efimov-Resonanz (grüne Kurve). Die Summe beider Funktionen ergibt die rote Kurve.

werden. Für die Singulett- und Triplett-Streulänge ergeben sich die beiden Werte $a_s = 54,75(30) a_0$ und $a_t = -66,66(10) a_0$. Das langreichweitige Potential ist gegeben durch die Parameter $C_6 = 2550,0\ \text{a.u.}$ und $C_8 = 2,3501 \times 10^5\ \text{a.u.}$ Damit ergibt sich im Vergleich zu früheren Modellen [Mar09a] eine Korrektur der Position der breiten Resonanz bei $661\ \text{G}$ von $\approx 10\ \text{G}$. Für Temperaturen unter $100\ \text{nK}$ kann die Streulänge dieser Resonanz parametrisiert werden durch

$$a = a_{\text{bg}} \left(1 - \frac{\Delta B_0}{B - B_0} \right) \quad (\text{siehe auch Gleichung 2.24}) \quad (4.1)$$

mit der Hintergrundstreulänge $a_{\text{bg}} = -43,18 a_0$, der Resonanzposition $B_0 = 661,44\ \text{G}$ und der Resonanzbreite $\Delta B_0 = -187,97\ \text{G}$. Der kalkulierte Resonanzstärkeparameter [Chi10] ergibt sich zu $3,54$.

Die Hochfeldseite dieser Resonanz bietet ideale Bedingungen zur Erforschung der Efimov-Physik mit negativer Streulänge. Mit einem Massenverhältnis von $12,4$ zwischen ${}^7\text{Li}$ und ${}^{87}\text{Rb}$, beträgt der Efimov-Skalierungsfaktor für das Trimer ${}^7\text{Li}-{}^{87}\text{Rb}_2$ nur noch $7,87$ statt dem entsprechenden homonuklearen Wert von $22,7$ [Bra06]. Der Wert für

${}^6\text{Li}$ - ${}^{133}\text{Cs}_2$ von 4,88 wäre noch besser geeignet. Die untersuchte Resonanz ist sehr gut von weiteren isoliert und kann auf der negativen Streulängenseite sogar zu Werten verstimmt werden, die in der Größenordnung des Interspezies-Van-der-Waals-Radius von $44 a_0$ liegen, ohne dabei durch eine nahegelegene Resonanz beeinträchtigt zu werden.

Die Abbildung 4.5 a) zeigt Temperaturprofile für unterschiedliche Präparationstemperaturen im Bereich (2,7...1,4) K mit verschwindender Temperaturdifferenz zwischen den beiden Spezies. Die Temperatur wurde berechnet mit

$$T = \frac{m(\sigma_{\text{tof}}^2 - \sigma_{\text{insitu}}^2)}{8 \ln(2) k_B \tau_{\text{tof}}^2} \quad (4.2)$$

wobei m die Masse des jeweiligen Isotops und τ_{tof} die Flugzeit angibt. Die Halbwertsbreiten σ sind Ergebnisse von Gauß-Fits der Zeilensummen eines Bildes mit respektive ohne Flugzeit.

Die Efimov-Resonanz tritt als Schulter auf der Hochfeldflanke des Temperaturprofils auf. Dort ist die Dreikörperrekombinationrate durch den Efimov-Effekt überhöht und die frei werdende Energie führt zu Heizen. Nahegelegen ist eine Feshbach-Resonanz bekannt für die Kollision eines Paares im Kanal ${}^7\text{Li} |1, 0\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ bei 666,7 G mit einer Breite von 0,1 G. Diese kann als Ursache für die Schulter ausgeschlossen werden, wenn die Spinpräparation in der Dipolfalle ausreichend rein ist. Zur Überprüfung der Präparationsreinheit wurden die zwei stärkeren Feshbach-Resonanzen des gleichen Kollisionskanals bei 642,8 G (Breite 0,3 G) und bei 762 G (Breite 1 G) spektroskopiert. Sie erwiesen sich, bei dieser Präparation, als jenseits der Nachweisgrenze.

Parallel zur Zunahme der Temperatur sinkt die Atomzahl. Allerdings fluktuiert die Atomzahl der einzelnen Spezies von Zyklus zu Zyklus stark, wohingegen die Gesamtatomzahl nur um wenige Prozent fluktuiert. Der Effekt ist wahrscheinlich durch lichtinduzierte Kollisionen während der Präparation in der gemeinsamen magneto-optischen Falle verursacht [Sch99, Dut14]. Die Zyklus-zu-Zyklus-Schwankung verhindert ein Extrahieren der Rekombinationskoeffizienten $K_3^{\text{Li-Rb-Rb}}$ und $K_3^{\text{Li-Li-Rb}}$ der beiden Prozesse von Interspeziesdreikörperkollisionen aus ihrer Form der Zerfallskurven [Bar09, Web03]. Das Experiment ist nur auf die gewichtete Summe der beiden Koeffizienten sensitiv. Die Efimov-Überhöhung ist nur für die Kollision Li-Rb-Rb zu erwarten, da das effektive Dreikörperpotential für Li-Li-Rb-Trimere sehr viel kleiner ist als für die Li-Rb-Rb-Trimere [Bra06].

Um die Position der Efimov-Resonanz zu gewinnen, werden die Messdaten durch die Summe zweier heuristischer Funktionen gefittet. Eine für die Feshbach-Resonanz und die zweite für die Efimov-Resonanz. Die Efimov-Resonanz wird durch eine Lorentz-Funktion (Exzess > 0) beschrieben, welche Position, Breite und Höhe als Fit-Parameter hat. Für die Feshbach-Resonanz wird eine Lorentz-Kurve und alternativ eine Gauß-Kurve verwendet, die jeweils auch Position, Breite und Höhe als Fit-Parameter hat. Jede Funktion wird kombiniert mit einem konstanten Betrag und einem linearen Anstieg als

zusätzliche Fit-Parameter.

Abbildung 4.5 b) zeigt die experimentellen Daten für die geringste Präparations-temperatur aus a) zusammen mit der gefitteten Gauß-Kurve. Die für die vier gezeigten Kurven resultierenden Fit-Parameter weisen für die Position der Feshbach-Resonanz den übereinstimmenden Mittelwert von $B_F = 660,5(3)$ G auf, unabhängig von der verwendeten Kurvenform. Für die Position der Efimov-Resonanz erhält man $665,4(3)$ G für die Lorentz-Funktion und $665,9(3)$ G für die Gauß-Funktion. Der absolute Fehler für B_F und B_E beträgt $0,5$ G und ist dominiert durch die Unsicherheit der Magnetfeldkalibrierung von $0,4$ G. Die systematische Verschiebung des Magnetfelds durch Erhitzen der Spulen bleibt dabei unter $0,1$ G. Der auf diese Weise bestimmte Wert für B_F weicht von dem aus der molekularen Potentialkalkulation nach Gleichung 4.1 um $0,94$ G ab, was sich durch die genannte Unsicherheit der Magnetfeldkalibrierung als auch durch notwendige Korrekturen zur Gleichung 4.1 bedingt durch die endliche Temperatur erklären lässt. Der Einfluss unterschiedlicher Funktionen für den Fit der Efimov-Resonanz ist klein und kann vernachlässigt werden. Um die Streulänge a für das Magnetfeld B_E zu erhalten, wird $B = B_E$ in Gleichung 4.1 gesetzt. Der finale Wert für die Position der Efimov-Resonanz ist der gewichtete Durchschnitt und beträgt $-1870(121) a_0$. Der statistische Fehler bezieht sich auf die Mittelwertbildung der vier Fit-Parameter der Kurven aus Abbildung 4.5 a). Der systematische Fehler durch die Unsicherheit bei der Magnetfeldkalibrierung beträgt $166 a_0$ für den Gauß-Fit und $311 a_0$ für den Lorentz-Fit.

Dieser experimentelle Befund für die Streulänge der ersten Efimov-Resonanz soll nun mit dem theoretischen Modell aus [Wan12b, Wan15] verglichen werden. Es sagt die Universalität des Dreikörperparameters auch für heteronukleare Gemische mittels der universellen Eigenschaften des Van-der-Waals-Potentials zwischen den zwei schweren Atomen voraus. Für das Gemisch ${}^6\text{Li}-{}^{87}\text{Rb}$ wird die erste Efimov-Resonanz bei einer Streulänge von $a = -1600 a_0$ erwartet. Bislang nicht veröffentlichte Kalkulationen von Dr. Y. Wang für das Gemisch ${}^7\text{Li}-{}^{87}\text{Rb}$ deuten auf einen leicht unterschiedlichen Wert von $-1800 a_0$ hin, was in guter Übereinstimmung mit diesen experimentellen Messungen ist. Korrekturen aufgrund der Temperatur sollten klein sein, da die thermische Wellenlänge die Streulänge bei der Efimov-Resonanz immer noch um Faktor vier übertrifft.

offener Kanal	$B_{0,\text{exp}}/\text{G}$	Ref.	$B_{0,\text{rate}}/\text{G}$	$B_{0,\text{fit}}/\text{G}$	$\Delta B/\text{G}$	a_{bg}/a_0	s_{res}	$\tilde{\nu}$	G	f	m_f	l
${}^6\text{Li} \left \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle + {}^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle$	882,02(50)	[Deh08a]	881,84					-1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	1
	1066,92(50)	[Deh08a]	1066,42	1066,36	-10,22	-17,30	0,075	-1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	0
${}^7\text{Li} 1, 1\rangle + {}^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle$	389,5(5)	[Mar09a]	389,0					-1	$\frac{3}{2}$	3	2	1
	447,4(5)	[Mar09a]	446,0					-1	$\frac{3}{2}$	2	2	1
	534,97(50)	[Mai15]	535,09					-1	$\frac{3}{2}$	0	0	2
	569,49(50)	[Mai15]	569,68	569,62	-7,27	-42,63	0,132	-1	$\frac{3}{2}$	3	2	0
	660,53(50)	[Mai15]	661,34	661,44	-187,97	-43,18	3,543	-1	$\frac{3}{2}$	2	2	0
${}^6\text{Li} \left \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle + {}^{85}\text{Rb} 2, -2\rangle$	315,4(58)	[Deh10]	316,5	316,27	-2021	-3,69	0,60	-1	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{3}{2}$	0
${}^6\text{Li} \left \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + {}^{85}\text{Rb} 2, -2\rangle$	466,4(36)	[Deh10]	469,9					-1	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$	0
${}^6\text{Li} \left \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle + {}^{85}\text{Rb} 2, 1\rangle$	393,9(8)	[Deh10]	393,9	393,84	-32,61	-14,04	0,123	-1	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	0
${}^6\text{Li} \left \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + {}^{85}\text{Rb} 2, 1\rangle$	401,9(8)	[Deh10]	401,9	401,84	-27,56	-14,44	0,101	-1	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
${}^6\text{Li} \left \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle + {}^{85}\text{Rb} 2, -1\rangle$	950,5(91)	[Deh10]	935,2	935,14	-79,32	-11,24	0,205	-1	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
${}^6\text{Li} \left \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + {}^{85}\text{Rb} 2, -1\rangle$	975(10)	[Deh10]	959	958,6	-78,85	-11,49	0,221	-1	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{3}{2}$	0

Tabelle 4.1 – Vergleich aller bekannten Feshbach-Resonanzen von Lithium-Rubidium-Gemischen

Aufgelistet sind alle bekannten experimentellen Beobachtungen und theoretischen Vorhersagen aller bekannten Feshbach-Resonanzen sowohl der Fermi-Bose-Mischung ${}^6\text{Li}-{}^{85/87}\text{Rb}$ als auch der Bose-Bose-Mischung ${}^7\text{Li}-{}^{87}\text{Rb}$. Die theoretische Resonanzposition $B_{0,\text{rate}}$ bezieht sich auf das Maximum der elastischen Streurate bei der endlichen Temperatur des jeweiligen Experiments. Für die s -Wellen ist der Ausdruck $a(B) = a_{\text{bg}} (1 - \Delta B / (B - B_{0,\text{fit}}))$ für den Fit der Streulänge bei Temperatur gegen Null verwendet. Zusammen mit den Fit-Parametern $B_{0,\text{fit}}$ und ΔB ist die Hintergrundstreuung a_{bg} in Einheiten des Bohr-Radius a_0 in den gefitteten Magnetfeldbereichen aufgelistet. Der Resonanzstärkenparameter s_{res} ist entsprechend der Definition gegeben in [Chi10] berechnet. In den letzten Spalte sind die Quantenzahlen ($\tilde{\nu}$, G , f , m_f , l) der gekoppelten Molekülzustände angegeben in ihren ohne Magnetfeld entsprechenden Niveaus.^a

^a Alle Resonanzen, die im Isotopenpaar ${}^6\text{Li}-{}^{85}\text{Rb}$ beobachtet wurden, zeigen signifikante inelastische Beiträge. Bei diesen wurde daher nur der elastische Teil für den Fit herangezogen. Für die Resonanz bei 466,4 G war kein Fit plausibel möglich. Alle theoretischen Berechnungen wurden von Prof. Tiemann von der Leibniz-Universität Hannover durchgeführt [Mai15].

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung Im Rahmen dieser Arbeit konnte erstmals ein Efimov-Zustand im Lithium-Rubidium-Gemisch beobachtet werden. Dazu wurde Kollisionsheizen nahe der breiten s -Wellen-Feshbach-Resonanz im Streukanal ${}^7\text{Li} |1, 1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ bei einer Magnetfeldstärke von 661 G untersucht. Die heteronukleare Efimov-Resonanz zeigt sich durch eine überhöhte Dreikörperrekombinationsrate in der Hochfeldflanke der Feshbach-Resonanz. Zwei weitere Resonanzen bei 535 G und 570 G wurden mit verbesserter Auflösung untersucht, womit ein neues Modell der Molekülpotentiale der Lithium-Rubidium-Isotopensysteme durch Prof. E. Tiemann entwickelt werden konnte. Das neue Modell reproduziert alle bekannten Feshbach-Resonanzen in Lithium-Rubidium-Isotopengemischen im Rahmen des statistischen und systematischen Fehlers. Die bisher nicht zuzuordnende Resonanz bei 535 G kann damit als d -Wellenresonanz identifiziert werden. Es liefert für den beobachteten Efimov-Zustand einen Wert für die Streulänge von $-1870(121) a_0$ Bohrradien. Eine Berechnung des theoretischen Werts wurde von Dr. Y. Wang beigetragen. Die Übereinstimmung unterstützt die aktuell diskutierte Vermutung der Van-der-Waals-Universalität des Dreikörperparameters auch für heteronukleare Gemische.

In einem zweiten Experiment wurden Radiofrequenzspektren an einem stark wechselwirkenden, fermionischen Lithium-Gas aufgenommen. In der Nähe einer p -Wellen-Feshbach-Resonanz bei 159,15 G konnten quasi-gebundene Moleküle und freie Atome beobachtet werden. Die Bindungsenergie konnte durch Radiofrequenzassoziation direkt gemessen werden. Dabei wurde besonders darauf geachtet, dass die Messungen keinem störenden Zielzustandseffekt unterliegen. Darüber hinaus konnte die Molekülproduktions-effizienz durch adiabatisches Rampen der Magnetfeldstärke bestimmt werden. Diese Messungen stellen einen wichtigen Schritt hin zur Photoemissionspektroskopie eines stark wechselwirkenden p -Wellen-Fermi-Gases dar.

Für diese Experimente wurde die bestehende Apparatur umfangreich verändert und erweitert. Insbesondere wurde das Lasersystem für die Anregungen der Lithium-Atome und die optische Dipolfalle gänzlich neu konzeptioniert. Durch eine vollständige

Automatisierung des Experiments und aktive Regelung driftender Elemente konnten die wochenlangen Messungen ohne manuellen Eingriff durchgeführt werden.

Ausblick Heteronukleare Gemische mit einem großen Massenunterschied sind interessante Systeme, um Efimov-Physik zu untersuchen. Ein zweiter Efimov-Zustand ist in dem untersuchten Stoßkanal bei einem Magnetfeld von 662,0 G und der entsprechenden Streulänge von $-15 \times 10^3 a_0$ zu erwarten. Dafür müsste die Temperatur auf einige 100 nK gesenkt werden. Die dafür notwendige, sehr flache, optische Dipolfalle bringt eine zunehmende Separation der beiden Spezies durch die Gravitation mit sich. Eine bichromatische Dipolfalle, die ein Einstellen der Fallenpotentiale individuell auf die Spezies ermöglicht, ist ein etablierter Weg [Gri00, Ulm16a].

Weitere Efimov-Zustände könnten in den bekannten Feshbach-Resonanzen, siehe Tabelle 4.1, gesucht werden, wobei die Resonanz mit der nächstgrößten Breite im Kanal ${}^6\text{Li} \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle + {}^{87}\text{Rb} \left| 1, 1 \right\rangle$ bereits über eine Größenordnung schmaler ist. Sie wäre aufgrund ihrer sehr kleinen Resonanzstärke von $s_{\text{res}} = 0,075$ für die aktuelle Diskussion über die Grenzen der Van-der-Waals-Universalität hochinteressant [Joh17]. Außerdem wird die Abhängigkeit von der Intraspeziesstrelänge a_{BB} zur Zeit diskutiert. Diese könnte durch eine optische Feshbach-Resonanz gezielt beeinflusst werden [Boh97, Boh99, Bor09].

Eine wichtige Rolle kommt der genauen Position der Feshbach-Resonanz und der präzisen Kenntnis der Magnetfeldstärke zu. Beides kann durch Einstrahlen von Radio- oder Mikrowellen bestimmt werden: Die Position der Feshbach-Resonanz über die Bindungsenergie und die Magnetfeldstärke durch Spektroskopie der Zeeman-Aufspaltung. Bei einer gleichzeitigen Abbildung kann man darüberhinaus eine Tomographie des Magnetfelds aufnehmen [Joh17].

Die große differenzielle Atomzahlschwankung bei diesem Experiment durch lichtinduzierte Kollisionen während der Präparation in der gemeinsamen magneto-optischen Falle bedarf einer näheren Untersuchung [Sch99, Dut14]. Abhilfe könnte durch eine räumliche oder zeitliche Trennung der Ladevorgänge der beiden Spezies geschaffen werden. Sehr vielversprechend ist der Einsatz einer dunklen magneto-optischen Falle für Rubidium [Alt15]. Die Kollision zwischen angeregtem Rubidium und Lithium im Grundzustand führt zu einem Großteil der Verluste [Dut13, Dut14].

Ein gänzlich neues Messverfahren befindet sich gerade im Aufbau [Eis]. Es soll den Einzelatommachweis durch Photoionisation mit Hilfe von resonant überhöhter Zweiphotonenanregung ermöglichen. Damit könnten die Ratenkoeffizienten von Dreikörperzerfällen sehr viel schneller und genauer bestimmt werden [Gün09, Alt15, Fed17].

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich Herrn Professor Claus Zimmermann sehr für sein mir entgegengebrachtes, großes Vertrauen und seine vielfältige Unterstützung danken. Seine Leidenschaft, unermüdlich klar und verständlich physikalische Modelle zu entwickeln, hat mich sehr beeinflusst.

Ein großer Lehrmeister der ultrakalten Physik und der strukturierten Arbeitsweise im Labor war für mich Carsten Marzok. Danke für die zwei tollen Jahre.

Max Eisele danke ich für seine wertvollen Beiträge zu dieser Arbeit und wünsche weiter viel Erfolg mit der Apparatur.

Professor Nils Schopohl möchte ich für seine Motivation zum Fertigstellen dieser Arbeit und seine großzügige Unterstützung sehr danken.

Vielen Dank Max Eisele, Carsten Marzok und Wolfgang Obenland für das Korrekturlesen.

Für ihre tatkräftige moralische Unterstützung danke ich meinen Eltern Helga und Ulrich A. Maier, meinen Schwestern, Ursel und Rainer Nagel, Ulf Schlotterbeck, Sebastian Günther, Genoveva Tscholl, Carol Hörner, Daniel Slane, Gregor Schulte, Peter Federsel, Wolfgang Obenland und Gregor Giesen.

Literatur

- [Alt15] Adeel Altaf, Sourav Dutta, John Lorenz, Jesús Pérez-Ríos, Yong P. Chen und D. S. Elliott. „Formation of ultracold $7\text{Li}85\text{Rb}$ molecules in the lowest triplet electronic state by photoassociation and their detection by ionization spectroscopy“. *The Journal of Chemical Physics*, Bd. 142(11) (2015), S. 114310.
- [Bar09] G. Barontini, C. Weber, F. Rabatti, J. Catani, G. Thalhammer, M. Inguscio und F. Minardi. „Observation of Heteronuclear Atomic Efimov Resonances“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 103 (4 Juli 2009), S. 043201.
- [Bed00] P. F. Bedaque, Eric Braaten und H.-W. Hammer. „Three-body Recombination in Bose Gases with Large Scattering Length“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 85 (5 Juli 2000), S. 908–911.
- [Ber11] M. Berninger, A. Zenesini, B. Huang, W. Harm, H.-C. Nägerl, F. Ferlaino, R. Grimm, P. S. Julienne und J. M. Hutson. „Universality of the Three-Body Parameter for Efimov States in Ultracold Cesium“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 107 (12 Sep. 2011), S. 120401.
- [Blo13] Ruth S. Bloom, Ming-Guang Hu, Tyler D. Cumby und Deborah S. Jin. „Tests of Universal Three-Body Physics in an Ultracold Bose-Fermi Mixture“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 111 (10 Sep. 2013), S. 105301.
- [Boh97] John L. Bohn und P. S. Julienne. „Prospects for influencing scattering lengths with far-off-resonant light“. *Phys. Rev. A*, Bd. 56 (2 Aug. 1997), S. 1486–1491.
- [Boh99] John L. Bohn und P. S. Julienne. „Semianalytic theory of laser-assisted resonant cold collisions“. *Phys. Rev. A*, Bd. 60 (1 Juli 1999), S. 414–425.
- [Bor09] M. Borkowski, R. Ciuryło, P. S. Julienne, S. Tojo, K. Enomoto und Y. Takahashi. „Line shapes of optical Feshbach resonances near the intercombination transition of bosonic ytterbium“. *Phys. Rev. A*, Bd. 80 (1 Juli 2009), S. 012715.
- [Bra07] E. Braaten und H.-W. Hammer. „Efimov physics in cold atoms“. *Annals of Physics*, Bd. 322 (Jan. 2007), S. 120–163.

- [Bra04] Eric Braaten und H.-W. Hammer. „Enhanced dimer relaxation in an atomic and molecular Bose-Einstein condensate“. *Phys. Rev. A*, Bd. 70 (4 Okt. 2004), S. 042706.
- [Bra06] Eric Braaten und H.-W. Hammer. „Universality in few-body systems with large scattering length“. *Physics Reports*, Bd. 428(5) (2006), S. 259–390.
- [Bra03] Eric Braaten, H.-W. Hammer und M. Kusunoki. „Universal equation for Efimov states“. *Phys. Rev. A*, Bd. 67 (2 Feb. 2003), S. 022505.
- [Che05] F. Chevy, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, J. Zhang, L. Khaykovich, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans und C. Salomon. „Resonant scattering properties close to a p -wave Feshbach resonance“. *Phys. Rev. A*, Bd. 71 (6 Juni 2005), S. 062710.
- [Chi10] Cheng Chin, Rudolf Grimm, Paul Julienne und Eite Tiesinga. „Feshbach resonances in ultracold gases“. *Rev. Mod. Phys.* Bd. 82 (2 Apr. 2010), S. 1225–1286.
- [Chi00] Cheng Chin, Vladan Vuletić, Andrew J. Kerman und Steven Chu. „High Resolution Feshbach Spectroscopy of Cesium“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 85 (13 Sep. 2000), S. 2717–2720.
- [Cou98] Ph. Courteille, R. S. Freeland, D. J. Heinzen, F. A. van Abeelen und B. J. Verhaar. „Observation of a Feshbach Resonance in Cold Atom Scattering“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 81 (1 Juli 1998), S. 69–72.
- [Dal99] Jean Dalibard. „Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases“. *Proceedings of the International School of Physics-Enrico Fermi*. Bd. 321. 1999.
- [Das07] Dipankar Das und Vasant Natarajan. „Absolute frequency measurement of the lithium D lines: Precise determination of isotope shifts and fine-structure intervals“. *Phys. Rev. A*, Bd. 75 (5 Mai 2007), S. 052508.
- [Deh10] B. Deh, W. Gunton, B. G. Klappauf, Z. Li, M. Semczuk, J. Van Dongen und K. W. Madison. „Giant Feshbach resonances in ${}^6\text{Li}$ - ${}^{85}\text{Rb}$ mixtures“. *Phys. Rev. A*, Bd. 82 (2 Aug. 2010), S. 020701.
- [Deh08a] B. Deh, C. Marzok, C. Zimmermann und Ph. W. Courteille. „Feshbach resonances in mixtures of ultracold ${}^6\text{Li}$ and ${}^{87}\text{Rb}$ gases“. *Phys. Rev. A*, Bd. 77 (1 Jan. 2008), S. 010701.
- [Deh08b] Benjamin Deh. „Braggbeugung von Fermionen an optischen Potentialen“. Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2008.
- [Der99] A. Derevianko, W. R. Johnson, M. S. Safronova und J. F. Babb. „High-Precision Calculations of Dispersion Coefficients, Static Dipole Polarizabilities, and Atom-Wall Interaction Constants for Alkali-Metal Atoms“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 82 (18 Mai 1999), S. 3589–3592.

- [DIn09] J P D’Incao, Chris H Greene und B D Esry. „The short-range three-body phase and other issues impacting the observation of Efimov physics in ultracold quantum gases“. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, Bd. 42(4) (2009), S. 044016.
- [Dre83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley und H. Ward. „Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator“. *Applied Physics B*, Bd. 31(2) (Juni 1983), S. 97–105.
- [Dut13] Sourav Dutta. „Experimental Studies of LiRb: Spectroscopy and Ultracold Molecule Formation by Photoassociation“. Dissertation. Purdue University, West Lafayette, Indiana, 2013.
- [Dut14] Sourav Dutta, Adeel Altaf, John Lorenz, D S Elliott und Yong P Chen. „Interspecies collision-induced losses in a dual species 7 Li– 85 Rb magneto-optical trap“. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, Bd. 47(10) (2014), S. 105301.
- [Efi70] V. Efimov. „Energy levels arising from resonant two-body forces in a three-body system“. *Physics Letters B*, Bd. 33(8) (1970), S. 563–564.
- [Efi71] V. Efimov. „Weakly-Bound States of Three Resonantly-Interacting Particles“. *Sov. J. Nucl. Phys.* Bd. 12 (589 1971).
- [Efi73] V. Efimov. „Energy levels of three resonantly interacting particles“. *Nuclear Physics A*, Bd. 210(1) (1973), S. 157–188.
- [Eis] Max Eisele. Noch nicht veröffentlichte Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen.
- [Esr99] B. D. Esry, Chris H. Greene und James P. Burke. „Recombination of Three Atoms in the Ultracold Limit“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 83 (9 Aug. 1999), S. 1751–1754.
- [Fed17] P. Federsel, C. Rogulj, T. Menold, Z. Darázs, P. Domokos, A. Günther und J. Fortágh. „Noise spectroscopy with a quantum gas“. *Phys. Rev. A*, Bd. 95 (4 Apr. 2017), S. 043603.
- [Fed96] P. O. Fedichev, Yu. Kagan, G. V. Shlyapnikov und J. T. M. Walraven. „Influence of Nearly Resonant Light on the Scattering Length in Low-Temperature Atomic Gases“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 77 (14 Sep. 1996), S. 2913–2916.
- [Fed93] D. V. Fedorov und A. S. Jensen. „Efimov effect in coordinate space Faddeev equations“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 71 (25 Dez. 1993), S. 4103–4106.
- [Fer10] F. Ferlaino und R. Grimm. „Forty years of Efimov physics: How a bizarre prediction turned into a hot topic“. *Physics Online Journal*, Bd. 3, 9 (Jan. 2010), S. 9.

- [Fuc08] J. Fuchs, C. Ticknor, P. Dyke, G. Veeravalli, E. Kuhnle, W. Rowlands, P. Hannaford und C. J. Vale. „Binding energies of ${}^6\text{Li}$ p -wave Feshbach molecules“. *Phys. Rev. A*, Bd. 77 (5 Mai 2008), S. 053616.
- [Geh03] Michael E. Gehm. „Properties of 6Li “. Feb. 2003.
- [Gol96] Gene H. Golub und Charles F. Van Loan. *Matrix Computations (3rd Ed.)* Baltimore, MD, USA: Johns Hopkins University Press, 1996.
- [Gri93] G. F. Gribakin und V. V. Flambaum. „Calculation of the scattering length in atomic collisions using the semiclassical approximation“. *Phys. Rev. A*, Bd. 48 (1 Juli 1993), S. 546–553.
- [Gri00] Rudolf Grimm, Matthias Weidemüller und Yurii B. Ovchinnikov. „Optical Dipole Traps for Neutral Atoms“. Hrsg. von Benjamin Bederson und Herbert Walther. Bd. 42. *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics Supplement C*. Academic Press, 2000, S. 95–170.
- [Gro09] Noam Gross, Zav Shotan, Servaas Kokkelmans und Lev Khaykovich. „Observation of Universality in Ultracold 7-Li Three-Body Recombination“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 103 (16 Okt. 2009), S. 163202.
- [Gro10] Noam Gross, Zav Shotan, Servaas Kokkelmans und Lev Khaykovich. „Nuclear-Spin-Independent Short-Range 3-Body Physics in Ultracold Atoms“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 105 (10 Sep. 2010), S. 103203.
- [Gün09] A. Günther, H. Bender, A. Stibor, J. Fortágh und C. Zimmermann. „Observing quantum gases in real time: Single-atom detection on a chip“. *Phys. Rev. A*, Bd. 80 (1 Juli 2009), S. 011604.
- [Gün05] S. Günther. „Wechselwirkung kalter Lithium und Rubidium Gase im entarteten Regime“. Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2005.
- [Häf17] Stephan Häfner, Juris Ulmanis, Eva D. Kuhnle, Yujun Wang, Chris H. Greene und Matthias Weidemüller. „Role of the intraspecies scattering length in the Efimov scenario with large mass difference“. *Phys. Rev. A*, Bd. 95 (6 Juni 2017), S. 062708.
- [Ham13] Hans-Werner Hammer, Andreas Nogga und Achim Schwenk. „Colloquium“. *Rev. Mod. Phys.* Bd. 85 (1 Jan. 2013), S. 197–217.
- [Hu14] Ming-Guang Hu, Ruth S. Bloom, Deborah S. Jin und Jonathan M. Goldwin. „Avalanche-mechanism loss at an atom-molecule Efimov resonance“. *Phys. Rev. A*, Bd. 90 (1 Juli 2014), S. 013619.
- [Hua14] Bo Huang, Leonid A. Sidorenkov, Rudolf Grimm und Jeremy M. Hutson. „Observation of the Second Triatomic Resonance in Efimov’s Scenario“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 112 (19 Mai 2014), S. 190401.

- [Huc09] J. H. Huckans, J. R. Williams, E. L. Hazlett, R. W. Stites und K. M. O'Hara. „Three-Body Recombination in a Three-State Fermi Gas with Widely Tunable Interactions“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 102 (16 Apr. 2009), S. 165302.
- [Ina08] Yasuhisa Inada, Munekazu Horikoshi, Shuta Nakajima, Makoto Kuwata-Gonokami, Masahito Ueda und Takashi Mukaiyama. „Collisional Properties of p -Wave Feshbach Molecules“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 101 (10 Sep. 2008), S. 100401.
- [Ino98] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn und W. Ketterle. „Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate“. *Nature*, Bd. 392 (März 1998). Article, S. 151–154.
- [Joh17] Jacob Johansen, B. J. DeSalvo, Krutik Patel und Cheng Chin. „Testing universality of Efimov physics across broad and narrow Feshbach resonances“. *Nature Physics*, Bd. 13 (Mai 2017), S. 731–735.
- [Ket96] Wolfgang Ketterle und N.J. Van Druten. „Evaporative Cooling of Trapped Atoms“. *Evaporative Cooling of Trapped Atoms*. Hrsg. von Benjamin Bederson und Herbert Walther. Bd. 37. Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics. Academic Press, 1996, S. 181–236.
- [Köh06] Thorsten Köhler, Krzysztof Góral und Paul S. Julienne. „Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances“. *Rev. Mod. Phys.* Bd. 78 (4 Dez. 2006), S. 1311–1361.
- [Kra06] T. Kraemer, M. Mark, P. Waldburger, J. G. Danzl, C. Chin, B. Engeser, A. D. Lange, K. Pilch, A. Jaakkola, H.-C. Nägerl und R. Grimm. „Evidence for Efimov quantum states in an ultracold gas of caesium atoms“. *Nature*, Bd. 440(7082) (März 2006), S. 315–318.
- [Kro07] Jochen Kronjäger. „Coherent Dynamics of Spinor Bose-Einstein Condensates“. Dissertation. Universität Hamburg, 2007.
- [Lom11] Thomas Lompe. „Efimov Physics in a three-component Fermi gas“. Dissertation. Universität Heidelberg, 2011.
- [Lom10] Thomas Lompe, Timo B. Ottenstein, Friedhelm Serwane, Andre N. Wenz, Gerhard Zürn und Selim Jochim. „Radio-Frequency Association of Efimov Trimers“. *Science*, Bd. 330(6006) (2010), S. 940–944.
- [Mac12] Olga Machtey, Zav Shotan, Noam Gross und Lev Khaykovich. „Association of Efimov Trimers from a Three-Atom Continuum“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 108 (21 Mai 2012), S. 210406.
- [Mai15] R. A. W. Maier, M. Eisele, E. Tiemann und C. Zimmermann. „Efimov Resonance and Three-Body Parameter in a Lithium-Rubidium Mixture“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 115 (4 Juli 2015), S. 043201.

- [Mai10] R. A. W. Maier, C. Marzok, C. Zimmermann und Ph. W. Courteille. „Radio-frequency spectroscopy of ${}^6\text{Li}$ p -wave molecules: Towards photoemission spectroscopy of a p -wave superfluid“. *Phys. Rev. A*, Bd. 81 (6 Juni 2010), S. 064701.
- [Mar02] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E. G. M. van Kempen und B. J. Verhaar. „Feshbach Resonances in Rubidium 87: Precision Measurement and Analysis“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 89 (28 Dez. 2002), S. 283202.
- [Mar09a] C. Marzok, B. Deh, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille, E. Tiemann, Y. V. Vanne und A. Saenz. „Feshbach resonances in an ultracold ${}^7\text{Li}$ and ${}^{87}\text{Rb}$ mixture“. *Phys. Rev. A*, Bd. 79 (1 Jan. 2009), S. 012717.
- [Mar09b] Carsten Marzok. „Heteronukleare Feshbachresonanzen in ultrakalten Lithium-Rubidium-Gemischen“. Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2009.
- [Mes66] A. Messiah. *Quantum Mechanics*. Wiley, New York, 1966.
- [Moe95] A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar und A. Axelsson. „Resonances in ultracold collisions of ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$, and ${}^{23}\text{Na}$ “. *Phys. Rev. A*, Bd. 51 (6 Juni 1995), S. 4852–4861.
- [Moh03] R. F. Mohr Jr. „Quantum mechanical three-body problem with short-range interactions“. Diss. The Ohio State University, Okt. 2003.
- [Nai14a] Pascal Naidon, Shimpei Endo und Masahito Ueda. „Microscopic Origin and Universality Classes of the Efimov Three-Body Parameter“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 112 (10 März 2014), S. 105301.
- [Nai14b] Pascal Naidon, Shimpei Endo und Masahito Ueda. „Physical origin of the universal three-body parameter in atomic Efimov physics“. *Phys. Rev. A*, Bd. 90 (2 Aug. 2014), S. 022106.
- [Nak11] Shuta Nakajima, Munekazu Horikoshi, Takashi Mukaiyama, Pascal Naidon und Masahito Ueda. „Measurement of an Efimov Trimer Binding Energy in a Three-Component Mixture of ${}^6\text{Li}$ “. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 106 (14 Apr. 2011), S. 143201.
- [Nie99] Esben Nielsen und J. H. Macek. „Low-Energy Recombination of Identical Bosons by Three-Body Collisions“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 83 (8 Aug. 1999), S. 1566–1569.
- [Ock10] C. F. Ockeloen, A. F. Tauschinsky, R. J. C. Spreeuw und S. Whitlock. „Detection of small atom numbers through image processing“. *Phys. Rev. A*, Bd. 82 (6 Dez. 2010), S. 061606.

- [Ott08] T. B. Ottenstein, T. Lompe, M. Kohnen, A. N. Wenz und S. Jochim. „Collisional Stability of a Three-Component Degenerate Fermi Gas“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 101 (20 Nov. 2008), S. 203202.
- [Per08] A. Perali, P. Pieri und G. C. Strinati. „Competition between Final-State and Pairing-Gap Effects in the Radio-Frequency Spectra of Ultracold Fermi Atoms“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 100 (1 Jan. 2008), S. 010402.
- [Pir14] R. Pires, J. Ulmanis, S. Häfner, M. Repp, A. Arias, E. D. Kuhnle und M. Weidemüller. „Observation of Efimov Resonances in a Mixture with Extreme Mass Imbalance“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 112 (25 Juni 2014), S. 250404.
- [Pol09a] S. E. Pollack, D. Dries, M. Junker, Y. P. Chen, T. A. Corcovilos und R. G. Hulet. „Extreme Tunability of Interactions in a ^7Li Bose-Einstein Condensate“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 102 (9 März 2009), S. 090402.
- [Pol09b] Scott E. Pollack, Daniel Dries und Randall G. Hulet. „Universality in Three- and Four-Body Bound States of Ultracold Atoms“. *Science*, Bd. 326(5960) (2009), S. 1683–1685.
- [Por06] S.G. Porsev und A. Derevianko. „High-accuracy calculations of dipole, quadrupole, and octupole electric dynamic polarizabilities and van der Waals coefficients C_6 , C_8 , and C_{10} for alkaline-earth dimers“. English. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, Bd. 102(2) (2006), S. 195–205.
- [Reg03] Cindy A. Regal, Christopher Ticknor, John L. Bohn und Deborah S. Jin. „Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms“. *Nature*, Bd. 424(6944) (Juli 2003), S. 47–50.
- [Ric95] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König und T.W. Hänsch. „A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics“. *Optics Communications*, Bd. 117(5) (1995), S. 541–549.
- [Roy13] Sanjukta Roy, Manuele Landini, Andreas Trenkwalder, Giulia Semeghini, Giacomo Spagnolli, Andrea Simoni, Marco Fattori, Massimo Inguscio und Giovanni Modugno. „Test of the Universality of the Three-Body Efimov Parameter at Narrow Feshbach Resonances“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 111 (5 Aug. 2013), S. 053202.
- [Sch09] Alexander Schilke. „Bragg-Spektrometer für stark wechselwirkende Fermi-Bose Mischungen“. Diplomarbeit. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2009.
- [Sch03] U. Schlöder. „Heteronukleare Photoassoziation in einem kalten ^6Li - ^7Li -Gemisch“. Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2003.

- [Sch99] U. Schlöder, H. Engler, U. Schünemann, R. Grimm und M. Weidemüller. „Cold inelastic collisions between lithium and cesium in a two-species magneto-optical trap“. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, Bd. 7(3) (Okt. 1999), S. 331–340.
- [Sch05] C. H. Schunck, M. W. Zwierlein, C. A. Stan, S. M. F. Raupach, W. Ketterle, A. Simoni, E. Tiesinga, C. J. Williams und P. S. Julienne. „Feshbach resonances in fermionic ${}^6\text{Li}$ “. *Phys. Rev. A*, Bd. 71 (4 Apr. 2005), S. 045601.
- [Sil05] C. Silber, S. Günther, C. Marzok, B. Deh, Ph. W. Courteille und C. Zimmermann. „Quantum-Degenerate Mixture of Fermionic Lithium and Bosonic Rubidium Gases“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 95 (17 Okt. 2005), S. 170408.
- [Sil00] Christian Silber. „Eine kombinierte magneto-optische Falle für bosonisches und fermionisches Lithium“. Diplomarbeit. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2000.
- [Sil06] Christian Silber. „Sympathetisches Kühlen von ${}^6\text{Li}$ mit ${}^{87}\text{Rb}$ “. Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2006.
- [Ste03] Daniel A. Steck. „Rubidium 87 D Line Data“. Okt. 2003.
- [Stw76] William C. Stwalley. „Stability of Spin-Aligned Hydrogen at Low Temperatures and High Magnetic Fields: New Field-Dependent Scattering Resonances and Predissociations“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 37 (24 Dez. 1976), S. 1628–1631.
- [Tan76] K. T. Tang, J. M. Norbeck und P. R. Certain. „Upper and lower bounds of two- and three-body dipole, quadrupole, and octupole van der Waals coefficients for hydrogen, noble gas, and alkali atom interactions“. *The Journal of Chemical Physics*, Bd. 64(7) (1976), S. 3063–3074.
- [Tho35] L. H. Thomas. „The Interaction Between a Neutron and a Proton and the Structure of H^3 “. *Phys. Rev.* Bd. 47 (12 Juni 1935), S. 903–909.
- [Tie93] E. Tiesinga, B. J. Verhaar und H. T. C. Stoof. „Threshold and resonance phenomena in ultracold ground-state collisions“. *Phys. Rev. A*, Bd. 47 (5 Mai 1993), S. 4114–4122.
- [Tim99] Eddy Timmermans, Paolo Tommasini, Mahir Hussein und Arthur Kerman. „Feshbach resonances in atomic Bose–Einstein condensates“. *Physics Reports*, Bd. 315(1–3) (1999), S. 199–230.
- [Tun14] Shih-Kuang Tung, Karina Jiménez-García, Jacob Johansen, Colin V. Parker und Cheng Chin. „Geometric Scaling of Efimov States in a ${}^6\text{Li}$ – ${}^{133}\text{Cs}$ Mixture“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 113 (24 Dez. 2014), S. 240402.
- [Ulm15] J. Ulmanis, S. Häfner, R. Pires, E. D. Kuhnle, M. Weidemüller und E. Tiemann. „Universality of weakly bound dimers and Efimov trimers close to Li–Cs Feshbach resonances“. *New Journal of Physics*, Bd. 17(5) (2015), S. 055009.

- [Ulm16a] J. Ulmanis, S. Häfner, R. Pires, F. Werner, D. S. Petrov, E. D. Kuhnle und M. Weidemüller. „Universal three-body recombination and Efimov resonances in an ultracold Li-Cs mixture“. *Phys. Rev. A*, Bd. 93 (2 Feb. 2016), S. 022707.
- [Ulm16b] Juris Ulmanis, Stephan Häfner, Eva D. Kuhnle und Matthias Weidemüller. „Heteronuclear Efimov resonances in ultracold quantum gases“. *National Science Review*, Bd. 3(2) (2016), S. 174–188.
- [Ulm16c] Juris Ulmanis, Stephan Häfner, Rico Pires, Eva D. Kuhnle, Yujun Wang, Chris H. Greene und Matthias Weidemüller. „Heteronuclear Efimov Scenario with Positive Intraspecies Scattering Length“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 117 (15 Okt. 2016), S. 153201.
- [Vid69] C. R. Vidal und J. Cooper. „Heat-Pipe Oven: A New, Well-Defined Metal Vapor Device for Spectroscopic Measurements“. *Journal of Applied Physics*, Bd. 40 (Juli 1969), S. 3370–3374.
- [Wan12a] Jia Wang, J. P. D’Incao, B. D. Esry und Chris H. Greene. „Origin of the Three-Body Parameter Universality in Efimov Physics“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 108 (26 Juni 2012), S. 263001.
- [Wan14] Yujun Wang und Paul S. Julienne. „Universal van der Waals physics for three cold atoms near Feshbach resonances“. Bd. 10 (Aug. 2014). Article, S. 768–773.
- [Wan12b] Yujun Wang, Jia Wang, J. P. D’Incao und Chris H. Greene. „Universal Three-Body Parameter in Heteronuclear Atomic Systems“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 109 (24 Dez. 2012), S. 243201.
- [Wan15] Yujun Wang, Jia Wang, J. P. D’Incao und Chris H. Greene. „Erratum: Universal Three-Body Parameter in Heteronuclear Atomic Systems [Phys. Rev. Lett. 109, 243201 (2012)]“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 115 (6 Aug. 2015), S. 069901.
- [Web03] Tino Weber, Jens Herbig, Michael Mark, Hanns-Christoph Nägerl und Rudolf Grimm. „Three-Body Recombination at Large Scattering Lengths in an Ultracold Atomic Gas“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 91 (12 Sep. 2003), S. 123201.
- [Wil12] R. J. Wild, P. Makotyn, J. M. Pino, E. A. Cornell und D. S. Jin. „Measurements of Tan’s Contact in an Atomic Bose-Einstein Condensate“. *Phys. Rev. Lett.* Bd. 108 (14 Apr. 2012), S. 145305.
- [Zac09] M. Zaccanti, B. Deissler, C. D’Errico, M. Fattori, M. Jona-Lasinio, S. Müller, G. Roati, M. Inguscio und G. Modugno. „Observation of an Efimov spectrum in an atomic system“. *Nature Physics*, Bd. 5 (Juli 2009). Article, S. 586–591.

- [Zha04] J. Zhang, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans und C. Salomon. „P“. *Phys. Rev. A*, Bd. 70 (3 Sep. 2004), S. 030702.