

Synthetische Spektren und Vertikalschichtungen von Akkretionsscheiben

Dissertation
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der Fakultät für Mathematik und Physik
der Eberhard-Karls-Universität Tübingen

vorgelegt von

Thorsten Nagel

aus Schwäbisch Gmünd
2003

Selbstverlegt von: T. Nagel, Hausserstraße 58, 72076 Tübingen
Tag der mündlichen Prüfung: 18.07. 2003
Dekan: Prof. Dr. H. Müther
1. Berichterstatter: Prof. Dr. K. Werner
2. Berichterstatter: Prof. Dr. R. Staubert

Zusammenfassung

Nagel, Thorsten

Synthetische Spektren und Vertikalstrukturen von Akkretionsscheiben

Akkretionsscheiben beobachtet man in so unterschiedlichen Objekten wie protoplanetaren Systemen, Kernen aktiver Galaxien, kataklysmischen Variablen oder Röntgendoppelsternen. Sie generieren hierbei mitunter einen Großteil der Leuchtkraft des Gesamtsystems, weshalb eine realistische physikalische Beschreibung der Akkretionsscheibe zunehmend an Bedeutung gewinnt, um die immer besser werdenden Beobachtungsdaten analysieren zu können. Ziel dieser Arbeit ist es, ein Modell zu entwickeln, das die Berechnung synthetischer Spektren und Vertikalstrukturen von Akkretionsscheiben unter möglichst exakter Berücksichtigung der in der Akkretionsscheibe ablaufenden physikalischen Prozesse erlaubt.

Eine detaillierte strahlungshydrodynamische Behandlung der Akkretionsscheibe in allen drei Raumrichtungen gelingt auf Grund des numerischen Aufwandes derzeit allerdings noch nicht. Im Falle einer geometrisch dünnen α -Scheibe (Shakura & Sunyaev, 1973), bei der die Scheibendicke sehr viel kleiner ist als der -durchmesser, lassen sich jedoch Radial- und Vertikalstruktur entkoppeln. Unter der Annahme von Axialsymmetrie und durch die Unterteilung der Scheibe in konzentrische Ringe vereinfacht sich so die Bestimmung der Vertikalstruktur deutlich. Die in jedem Scheibenring dissipativ erzeugte Energie wird abgestrahlt, der Energiefluss kann als Effektivtemperatur ausgedrückt werden. Erste Versuche, die Spektren der Scheibenringe durch Schwarze Körper beziehungsweise durch Sternatmosphärenmodelle gleicher Effektivtemperatur (Mayo, Wickramasinghe & Whelan, 1980) zu beschreiben, stellten sich als unzureichend heraus, da sie charakteristische Eigenschaften einer Akkretionsscheibe, wie zum Beispiel die vertikale Tiefenabhängigkeit der Schwerebeschleunigung oder die viskose Energieerzeugung, nicht berücksichtigten.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Programmpaket ACDC (ACcretion Disc Code), bestehend aus den Programmen ACDC-LTE, ACDC-NLTE und ACDC-MAKEDISK, zur detaillierten Berechnung der Vertikalstruktur und des Spektrums einer Akkretionsscheibe entwickelt. Mit Hilfe des Programms ACDC-LTE wird für jeden Scheibenring zunächst ein Modell im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht (LTE) berechnet, anschließend mit ACDC-NLTE das entsprechende Modell im Non-LTE (NLTE). Die Gleichungen des radiativen und hydrostatischen Gleichgewichts sowie die Ratengleichungen für die Besetzungszahlen der atomaren Niveaus werden hierbei konsistent mit der Strahlungstransportgleichung unter der Voraussetzung von Teilchenzahl- und Ladungserhaltung gelöst. Die Bestrahlung der Akkretionsscheibe

durch das Zentralobjekt kann berücksichtigt werden. Anschließend werden die Spektren der einzelnen Scheibenringe mit ACDC-MAKEDISK zu einem kompletten Scheibenspektrum für verschiedene Inklinationen aufintegriert und die Spektrallinien entsprechend der Radialkomponente der Keplerrotation dopplerverbreitert.

In ersten Anwendungen des entwickelten Programmpakets geht es weniger um die detaillierte Analyse von Objekten als vielmehr darum, Erfahrung mit dem Programm zu sammeln sowie den Einfluss verschiedener Parameter wie Systemgeometrie, Viskosität und Einstrahlung auf die Vertikalstruktur und das Spektrum zu untersuchen. Hierbei wurden bereits gute Ergebnisse erzielt.

Eines der untersuchten Objekte ist AM CVn, der Prototyp einer Klasse von Doppelsternsystemen mit zwei wechselwirkenden Weißen Zwergen und einer nahezu nur aus Helium bestehenden Akkretionsscheibe um den Primärstern. Es wird gezeigt, dass sich die radiale Ausdehnung der Akkretionsscheibe deutlich auf das Spektrum auswirkt. Ein größerer Außenradius führt auf Grund der größeren und zugleich kühleren strahlenden Fläche zu einer Zunahme der Stärke von Spektrallinien des neutralen Heliums im Vergleich zu denen des ionisierten Heliums. Auch die Inklination hat großen Einfluss auf das Spektrum. Je größer der Inklinationenwinkel ist, also je flacher der Blick auf die Scheibe, desto stärker werden die Spektrallinien auf Grund der größer werdenden Radialkomponente der Keplergeschwindigkeit rotationsverbreitert. Eine Änderung der Reynoldszahl, die die Viskosität parametrisiert, um zwanzig Prozent hat keine erkennbaren Auswirkungen auf das Spektrum. Unter der Annahme einer Akkretionsrate von $3 \cdot 10^{-9}$ Sonnenmassen pro Jahr wird der Innenradius der Akkretionsscheibe von AM CVn zu $\sim 6\,500$ Kilometern, der Außenradius zu $\sim 60\,000$ Kilometern bestimmt, für die Inklination ergibt sich 36° . Diese Ergebnisse stimmen gut mit denjenigen von Nasser, Solheim & Semionoff (2001) überein.

Als weiteres Objekt wird 4U 1626-67 betrachtet. Hierbei handelt es sich um einen ultrakompakten Röntgendoppelstern, bestehend aus einem Weißen Zwerg und einem Neutronenstern, dessen Akkretionsscheibe keine Anzeichen von Wasserstoff oder Helium zeigt, sondern aus Metallen besteht. Die vorgestellten Modelle sind hierbei die ersten detaillierten Rechnungen, die für derartige wasserstoff- und heliumarme Scheiben gemacht worden sind. Untersucht wird insbesondere der Einfluss der Einstrahlung vom Zentralobjekt auf die Vertikalstruktur und das Spektrum der Akkretionsscheibe. Es zeigt sich, dass Einstrahlung zu einer deutlichen Temperaturerhöhung in den äußeren Schichten führt, außerdem schlagen zahlreiche Absorptions- in Emissionslinien um. Aus dem Vergleich eines HST UV-Spektrums mit Modellspektren ergibt sich, dass nur ein Modell mit Einstrahlung das beobachtete Spektrum, insbesondere die Emissionslinien von O V und C IV, wiedergeben kann.

Summary

Nagel, Thorsten

Synthetic Spectra and Vertical Structures of Accretion Disks

Accretion disks are components of objects as diverse as protoplanetary systems, active galactic nuclei, cataclysmic variables or X-ray binaries. Often, a high fraction of the luminosity of these systems is generated by the accretion disk itself. To understand these objects and interpret the observational data of increasingly high quality a realistic physical model of the accretion disk is therefore necessary. The aim of this thesis is the development of a model for the calculation of synthetic spectra and vertical structures of accretion disks. The physical processes in the disk should be considered as accurate as possible.

A full three-dimensional detailed radiation hydrodynamic treatment is presently still impossible due the enormous numerical costs. In the case of a geometrically thin α -disk (Shakura & Sunyaev, 1973), where the disk thickness is smaller than the disk diameter, the radial and vertical structures can be decoupled. Under the assumption of axial symmetry and by deviding the disk into concentric rings the determination of the vertical structure becomes a one-dimensional problem. The dissipated energy in each disk ring is radiated away at the disk surface, the energy flux can be expressed as effective temperature. First attempts to describe the disk ring spectra by black bodies or by stellar atmosphere models of the same effective temperature (Mayo, Wickramasinghe & Whelan, 1980) were inadequate, since this approach did not take into account particular characteristics of an accretion disk, such as the vertical depth-dependency of gravity or the viscous energy production.

In the context of this work the program package ACDC (ACcretion Disc Code), consisting of the programs ACDC-LTE, ACDC-NLTE and ACDC-MAKEDISK, has been developed for the detailed calculation of the vertical structures and the spectra of accretion disks. The program ACDC-LTE computes a model in local thermodynamic equilibrium (LTE) for each disk ring, followed by the construction of the appropriate model in Non-LTE (NLTE) with ACDC-NLTE. The equations of radiative and hydrostatic equilibrium as well as the rate equations for the population numbers of the atomic levels are solved consistently with the radiation transfer equation under the constraint of particle number and charge conservation. Irradiation of the accretion disk by the central object can also be considered. Subsequently, ACDC-MAKEDISK integrates the spectra of the individual disk rings to a complete disk spectrum for different inclination angles, and the spectral lines are Doppler broadened according to the radial component of the Kepler rotation.

First applications of the developed program package to gain experience with the

program and to examine the influence of different parameters such as system geometry, viscosity, and irradiation, on the vertical structure and the spectrum showed good results.

One of the objects examined here is AMCVn, the prototype of a class of binary systems with two interacting White Dwarfs and an accretion disk, almost entirely composed of helium, around the primary star. It could be shown that the radial extension of the accretion disk strongly affects the spectrum. Due to the larger and at the same time cooler radiating surface, a larger outer radius leads to an increase of the spectral line strengths of neutral helium compared to those of ionized helium. The inclination also has a considerable influence on the spectrum. The larger the inclination angle, the stronger the spectral lines are broadened due to the increasing radial component of the Kepler velocity. A change of the Reynolds number, which parameterizes the viscosity, by 20 per cent does not have a significant effect on the spectrum. Assuming a mass accretion rate of $3 \cdot 10^{-9}$ solar masses per year, the inner and outer radii of the disk were found to be $\sim 6\,500$ km and $\sim 60\,000$ km, respectively, while the inclination is close to be 36° . This is in good agreement with results by Nasser, Solheim & Semionoff (2001).

Another object analyzed is 4U 1626-67, an ultracompact X-ray binary, consisting of a white dwarf and a neutron star. Its accretion disk does not show signs of hydrogen or helium, but consists of metals. The models shown here represent the very first detailed calculations of hydrogen and helium deficient accretion disks performed so far. In particular, the influence of the irradiation of the central object on the vertical structure and the spectrum of the accretion disk is examined. Irradiation leads to a strong rise in temperature in the outermost layers. Additionally, numerous absorption lines turn into emission. From comparison of a HST UV spectrum with model spectra it follows that only a model with irradiation can reproduce the observed spectrum, in particular the emission lines of O V and C IV.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Modellierung von Akkretionsscheiben	3
1.3	Standard-Akkretionsscheibenmodell	6
I	Vertikalstruktur von Akkretionsscheiben	9
2	Grundlegenden Größen des Strahlungsfeldes	13
3	Opazität und Emissivität	17
4	Strahlungstransport	21
4.1	Strahlungstransportgleichung	21
4.2	Feautrier-Verfahren	25
4.3	Short-Characteristics-Verfahren	27
4.4	Einstrahlung vom Zentralobjekt	29
5	Strukturgleichungen	31
5.1	Statistische Gleichungen	31
5.2	Energiegleichgewicht	33
5.3	Hydrostatisches Gleichgewicht	37
5.4	Teilchenzahl- und Ladungserhaltung	39
6	Lösung des Gleichungssystems	41
7	Startmodelle	43
7.1	Lokales thermodynamisches Gleichgewicht	43
7.2	Temperaturstruktur	44
7.3	Hydrostatisches Gleichgewicht	46
7.4	Lösungsschema	48

8	Berechnung synthetischer Spektren	49
9	Atommodelle	53
II	Resultate	55
10	AM CVn – Ein kataklysmischer Variabler	59
	10.1 AM CVn-Systeme	59
	10.2 Der Prototyp - AM CVn	60
11	Ultrakompakte Röntgendoppelsterne	87
	11.1 High-Mass und Low-Mass X-ray binaries	87
	11.2 4U 1626-67	88
12	Zusammenfassung und Ausblick	97
	Literaturverzeichnis	99
A	Kurzanleitung für ACDC-LTE	103
B	Kurzanleitung für ACDC-NLTE	106
C	Kurzanleitung für ACDC-MAKEDISK	109
	Curriculum vitae	113

Tabellenverzeichnis

9.1	Übersicht der verwendeten LTE- und NLTE-Niveaus und Linienübergänge	54
10.1	Übersicht aller bekannten AM CVn Objekte.	61

Abbildungsverzeichnis

1.1	HST-Aufnahmen von zwei protoplanetaren Scheiben um junge Sterne im Orionnebel	2
1.2	Zeichnung eines Kataklysmischen Variablen	2
1.3	Zeichnung einer Akkretionsscheibe um ein Schwarzes Loch eines AGN	3
1.4	Schematische Darstellung der in einzelne Ringe unterteilten Akkretionsscheibe	12
2.1	Schematische Darstellung der spezifischen Intensität in der Akkretionsscheibe	13
4.1	Schematische Darstellung des Strahlungstransportes durch die Akkretionsscheibe	21
4.2	Schematische Darstellung der kurzen Charakteristiken	28
4.3	Schematische Darstellung der Einstrahlung vom Zentralobjekt auf eine Akkretionsscheibe	29
6.1	Schematische Darstellung des Lösungsverfahrens der beschleunigten Lambda-Iteration (ALI)	42
8.1	Schematische Darstellung der Systemgeometrie in Aufsicht . . .	50
8.2	Schematische Darstellung der Systemgeometrie in Seitenansicht	51
8.3	Schematische Darstellung zur Berechnung der Geschwindigkeitskomponente zum Beobachter unter Berücksichtigung der Inklination	51
8.4	Schematische Darstellung der Berechnung von Vertikalstruktur und Spektrum einer Akkretionsscheibe mit dem Programmpaket ACDC	52
10.1	Optischer Bereich eines Modellspektrums für AM CVn	62
10.2	Ausschnitte aus dem optischen Modellspektrum für AM CVn . .	63
10.3	Optischer Bereich eines Modellspektrums für AM CVn	64
10.4	Ausschnitte aus dem optischen Modellspektrum für AM CVn . .	65
10.5	Vergleich der Modellspektren für AM CVn aus dem Innenbereich und dem Außenbereich	66

10.6	Modellspektren von AMCVn für vier verschiedene Inklinationswinkel	67
10.7	Modellspektren von AMCVn für vier verschiedene Inklinationswinkel	68
10.8	Ausschnitte aus dem optischen Modellspektrum für AMCVn	69
10.9	Vertikaler Verlauf von Temperatur, Dichte und Rosselandscher optischer Tiefe	73
10.10	Radialer Verlauf der Scheibenhöhe, Flächendichte und Effektivtemperatur	74
10.11	Radialer Schnitt durch eine Akkretionsscheibe	75
10.12	Vertikaler Verlauf von Temperatur, Dichte und Rosselandscher optischer Tiefe	76
10.13	Verlauf der Viskosität und Modellspektren	77
10.14	Vertikaler Verlauf von Temperatur, Dichte und Rosselandscher optischer Tiefe	78
10.15	Verlauf der Viskosität und Modellspektren	79
10.16	Vergleich des Temperaturverlaufes bei vertikal konstanter und tiefenabhängiger Viskosität	80
10.17	Vergleich eines LTE-Modells mit einem NLTE-Modell	81
10.18	Vergleich des beobachteten Spektrums mit verschiedenen Modellspektren	82
10.19	Vergleich des beobachteten Spektrums mit verschiedenen Modellspektren	83
10.20	Vergleich des beobachteten Spektrums mit verschiedenen Modellspektren	84
10.21	Vergleich des beobachteten Spektrums mit dem Modellspektrums mit der besten Übereinstimmung	85
10.22	Vergleich des beobachteten UV-Spektrums und eines Modellspektrums	86
11.1	Modellspektren für eine Akkretionsscheibe für fünf verschiedene Inklinationswinkel	89
11.2	Modellspektren für eine Akkretionsscheibe für fünf verschiedene Inklinationswinkel	90
11.3	Modellspektren für eine Akkretionsscheibe für verschiedene Einstrahlwinkel	91
11.4	Modellspektren für Scheibenringe bei fünf verschiedenen Radien	92
11.5	Vergleich der Vertikalschichtungen mit und ohne Einstrahlung	93
11.6	Vergleich von Modellspektren mit und ohne Einstrahlung	94
11.7	Anteile der verschiedenen Ionisationsstufen von Sauerstoff	95
11.8	Vergleich eines HST-STIS UV-Spektrums mit zwei Modellspektren	96

Verwendete Abkürzungen und Symbole

\AA	Angström
c	Lichtgeschwindigkeit
G	Gravitationskonstante
h	Planck-Konstante
k	Boltzmann-Konstante
K	Kelvin
m_e	Elektronenmasse
M_\odot	Sonnenmasse
M_\odot/a	Sonnenmassen pro Jahr
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante
σ_e	Elektronenstreuquerschnitt
i	Inklinationswinkel
M_\star	Masse des Zentralobjekts
\dot{M}	Massenakkretionsrate
m	Säulenmasse
M_0	totale Säulenmasse
N	Gesamtteilchendichte
Ω_K	Keplersche Winkelgeschwindigkeit
P	Gesamtdruck
P_g	Gasdruck
P_r	Strahlungsdruck
R	Radius des Scheibenringes
R_\star	Radius des Zentralobjekts
Σ	Oberflächenmassendichte
ρ	Massendichte
T	Temperatur
T_{eff}	Effektivtemperatur
τ	optische Tiefe
τ_R	Rosselandsche optische Tiefe
z	geometrische Tiefe

B_ν	Plancksches Strahlungsfeld
C_{ij}	Stoßraten
χ_ν	Absorptionskoeffizient mit Thomsonstreuung
η_ν	Emissionskoeffizient
f_H, f_K	Eddingtonfaktoren
F_ν	astrophysikalischer Fluss
\mathcal{F}_ν	Strahlungsfluss
g_{li}	statistisches Gewicht des atomaren Niveaus i des Ions l
H_ν	erstes Moment des Strahlungsfeldes
H	frequenzintegriertes erstes Moment des Strahlungsfeldes
I_ν	spezifische Intensität
J_ν	nulltes Moment des Strahlungsfeldes
J	frequenzintegriertes nulltes Moment des Strahlungsfeldes
K_ν	zweites Moment des Strahlungsfeldes
K	frequenzintegriertes zweites Moment des Strahlungsfeldes
κ_ν	Absorptionskoeffizient ohne Thomsonstreuung
Λ	Λ -Operator
n_e	Elektronendichte
n_{li}	Besetzungszahl des atomaren Niveaus i des Ions l
ν	Frequenz
Ψ	Ψ -Operator
ϕ	Saha-Faktor
R_{ij}	radiative Raten
σ_{li}	Photoabsorptionsquerschnitt des atomaren Niveaus i des Ions l
S_ν	Quellfunktion
u, v	Feautriervariablen
U	Zustandssummen

α	Maß für die Effizienz des Mechanismus des Drehimpulstransports in Akkretionsscheiben
c_s	Schallgeschwindigkeit
H	in Zusammenhang mit dem Standardmodell der Akkretionsscheiben: Scheibenhöhe
ν	in Zusammenhang mit dem Standardmodell der Akkretionsscheiben: kinematische Viskosität
Q	in der Scheibe erzeugte Energie
Re	Reynoldszahl
\bar{w}	tiefengemittelte Viskosität
w	tiefenabhängige Viskosität
ALI	Accelerated Lambda Iteration
AGN	Active Galactic Nuclei
CV	Cataclysmic Variable
IBWD	Interacting Binary White Dwarf
HMXB	High Mass X-ray Binary
LMXB	Low Mass X-ray Binary
LTE	Local Thermodynamic Equilibrium
NLTE	Non Local Thermodynamic Equilibrium

KAPITEL 1

Einleitung

1.1 Motivation

Die Erforschung der Physik von Akkretionsscheiben hat in den vergangenen Jahren stark an Bedeutung gewonnen. Eine Reihe astrophysikalischer Phänomene wird direkt oder indirekt von Akkretionsscheiben verursacht. Stetig verbesserte Beobachtungstechniken erlauben eine immer detailliertere Untersuchung dieser Phänomene, dies erfordert jedoch gleichzeitig realistischere Modelle der in Akkretionsscheiben ablaufenden Physik, damit nicht die Analyse beobachteter Daten an unzureichenden theoretischen Modellen scheitert.

Akkretionsscheiben begegnet man zum Beispiel bei der Bildung von Planetensystemen (siehe Abbildung 1.1). Kollabiert eine interstellare Gas- und Staubwolke auf Grund ihrer eigenen Gravitation, so bilden sich in den entstehenden Fragmenten Sterne, die von einer flachen, rotierenden Akkretionsscheibe umgeben sind. Aus dieser Scheibe entwickeln sich dann auf bislang nicht endgültig verstandene Weise Planeten. In vielen im Entstehen begriffenen Sternsystemen lassen sich inzwischen solche Scheiben durch direkte Beobachtungen nachweisen.

Man trifft Akkretionsscheiben auch in verschiedenen Doppelsternsystemen, zum Beispiel in Kataklysmischen Variablen (CV, siehe Abbildung 1.2) oder Röntgendoppelsternen an. Umkreisen sich in einem engen Doppelsternsystem ein Weißer Zwerg und ein Hauptreihenstern, und ist der Hauptreihenstern in seiner Entwicklung so weit fortgeschritten, dass er sein Roche-Volumen ausfüllt, so fließt Materie aus der Hülle des Hauptreihensterns auf den Weißen Zwerg. Auf Grund der Drehimpulserhaltung der überströmenden Materie bildet sich bei nicht zu engen Systemen dabei eine Scheibe um das akkretierende Objekt, in diesem Fall den Weißen Zwerg (siehe zum Beispiel Warner 1995).

Schließlich findet man Akkretionsscheiben ganz anderer Größenskalen in Kernen aktiver Galaxien (AGN, siehe Abbildung 1.3). Ein supermassives Schwarzes Loch im Zentrum einer Galaxis ist hierbei von einer Akkretionsscheibe umgeben, über welche



Abbildung 1.1: HST-Aufnahmen von zwei protoplanetaren Scheiben um junge Sterne im Orionnebel (Quelle: <http://www.seds.org/hst>).

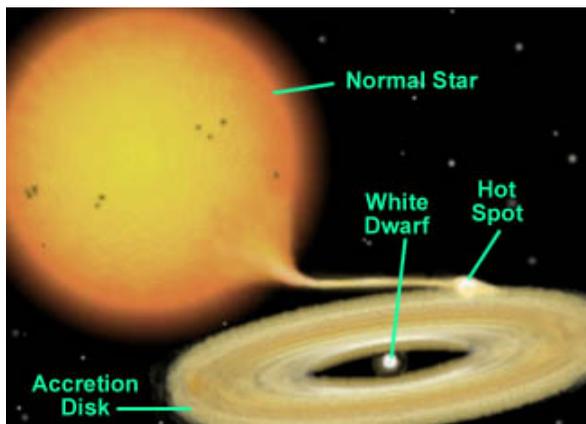


Abbildung 1.2: Zeichnung eines Kataklysmischen Variablen. (Quelle: <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/objects/cvs>)

ständig Materie in das Schwarze Loch strömt. In der Nähe des Ereignishorizonts des Schwarzen Lochs werden dabei relativistische Plasmajets erzeugt. Das beobachtbare Emissionsspektrum reicht vom Radio- bis in den Gammawellenlängenbereich.

Akkretionsscheiben stellen bei all diesen Objekten immer einen wichtigen Bestandteil des jeweiligen Systems dar, mitunter entsteht ein Großteil des beobachteten Lichts und damit des Spektrums in der Akkretionsscheibe. Ein physikalisch realistisches Modell der Akkretionsscheibe ist für die Analyse und das Verständnis des Gesamtsystems deshalb unabdingbar.



Abbildung 1.3: Zeichnung einer Akkretionsscheibe um ein Schwarzes Loch eines AGN. (Quelle: <http://spaceflightnow.com/news/n0009/18xrayholes/>)

1.2 Modellierung von Akkretionsscheiben

Im Falle einer geometrisch dünnen α -Akkretionsscheibe (die Scheibendicke ist sehr viel kleiner als der -durchmesser) lassen sich Radial- und Vertikalstruktur voneinander entkoppeln und getrennt betrachten. Unter der Annahme von Axialsymmetrie und einer vertikal gemittelten, homogenen Struktur lässt sich die Radialstruktur bestimmen. Zur Berechnung der Vertikalstruktur unterteilt man die Akkretionsscheibe im einfachsten Modell in konzentrische Ringe, wobei jeder Ring wie ein Schwarzer Körper strahlt. Die abgestrahlte Energie entspricht dabei der im Scheibenring dissipativ erzeugten Energie, der Energiefluss kann als Effektivtemperatur ausgedrückt werden. Eine erste Verbesserung im Falle von Akkretionsscheiben in Kataklysmischen

Variablen beziehungsweise aktiven galaktischen Kernen kann erzielt werden, wenn man die Scheibenringe durch Sternatmosphärenmodelle gleicher Effektivtemperatur ersetzt. Die Verwendung fertiger Modellatmosphären, meist Modelle von Kurucz (1979), begann mit Kiplinger (1979), auch Mayo, Wickramasinghe & Whelan (1980) und La Dous (1989) führten für Kataklysmische Variable Rechnungen durch. Auf dem Gebiet der AGN sind hierbei unter anderem Kolykhalov & Sunyaev (1984) und Sun & Malkan (1989) zu nennen. Eine sorgfältige Untersuchung im Falle von Kataklysmischen Variablen ergab jedoch, dass weder die Verwendung von Schwarzkörpern noch von Sternatmosphären das Spektrum einer Akkretionsscheibe angemessen wiedergibt (Wade, 1988). Es wurde weiterhin versucht, optisch dünne und vertikal homogene Scheibenmodelle zu rechnen. Die optisch dünne Näherung ermöglicht hierbei die Verwendung analytischer Ausdrücke für den Fluss (Williams, 1980), jedoch sind Akkretionsscheiben nicht generell optisch dünn. Meyer & Meyer-Hofmeister (1982) sowie Cannizzo & Wheeler (1984) und Cannizzo & Cameron (1988) berechneten den Strahlungstransport mit Hilfe der Diffusionsnäherung, ohne dabei das Strahlungsfeld detailliert behandeln zu müssen. Die Diffusionsnäherung ist allerdings nur in großen optischen Tiefen gültig. Um synthetische Spektren zu erzeugen, die mit beobachteten verglichen werden können, ist es jedoch notwendig, gerade die optischen Tiefen um $\tau \sim 1$ möglichst realistisch zu behandeln, denn dort entsteht das Spektrum. Hier ist aber weder die Diffusionsnäherung noch die oft gemachte Annahme des lokalen thermodynamischen Gleichgewichts (local thermodynamical equilibrium, LTE) erfüllt. Erst die selbstkonsistente Lösung der Gleichungen für die Vertikalstruktur und den Strahlungstransport mit Methoden, wie sie inzwischen in der Theorie der Sternatmosphären Anwendung finden, erlaubt die realistische Berechnung synthetischer Spektren von Akkretionsscheibenmodellen. Fortschritte in diese Richtung wurden von verschiedenen Autoren gemacht, jedoch immer mit diversen Vereinfachungen, so zum Beispiel Kriz & Hubeny (1986), Shaviv & Wehrse (1986, 1989), Adam et al. (1988) und speziell im Falle von AGN-Scheiben Laor & Netzer (1989), Ross, Fabian & Mineshige (1992), Stoerzer, Hauschildt & Allard (1994), Shields & Coleman (1994) und Blaas & Agol (1996). Die bislang besten Modelle auf dem Gebiet der AGN sind diejenigen von Stoerzer, Hauschildt & Allard (1994), Doerr et al. (1996) und Hubeny & Hubeny (1997), auch in Arbeiten über Kataklysmische Variable finden Modelle von Hubeny Verwendung (Diaz, Wade & Hubeny, 1996; Nasser, Solheim & Semionoff, 2001).

Ziel dieser Arbeit ist daher im ersten Schritt die Entwicklung eines Programmpakets zur detaillierten Berechnung der Vertikalstruktur sowie des Spektrums einer Akkretionsscheibe. Für jeden Scheibenring wird hierzu zuerst ein Modell im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht, dann im Non-LTE (NLTE) berechnet, indem die Gleichungen für radiatives und hydrostatisches Gleichgewicht sowie die Ratengleichungen für die Besetzungszahlen der atomaren Niveaus gemeinsam mit der Strah-

lungstransportgleichung unter der Voraussetzung der Teilchenzahl- und Ladungserhaltung gelöst werden. Hierbei kann auch die Bestrahlung der Akkretionsscheibe durch das Zentralobjekt berücksichtigt werden. Anschließend werden die einzelnen Ringspektren unter Beachtung der Rotationsverbreiterung zu einem kompletten Scheibenspektrum für verschiedene Inklinationenwinkel aufintegriert. Dieses Vorgehen ist vergleichbar mit dem von Hubeny & Hubeny (1997) entwickelten Programm TLUSDISK, allerdings unterscheidet sich der in dieser Arbeit gemachte numerische Ansatz zur Lösung der Strukturgleichungen von seinem.

Der zweite Schritt besteht in beispielhaften Anwendungen des entwickelten Programmpakets auf reale Systeme. Es soll dabei nicht um eine detaillierte Analyse der Objekte gehen, sondern vielmehr darum, Erfahrung mit den Programmen zu sammeln. Durch den Vergleich von synthetischen mit beobachteten Spektren einer Akkretionsscheibe können physikalische Größen wie Akkretionsrate, Ausdehnung, Inklination und chemische Zusammensetzung bestimmt werden. Dazu wird in erster Linie die Akkretionsscheibe eines Kataklysmischen Variablen betrachtet, genauer die Akkretionsscheibe des Systems AM CVn. Außerdem wird die Scheibe eines ultrakompakten Röntgendoppelsterns untersucht, der einer neuentdeckten Objektklasse angehört, deren Akkretionsscheiben sich durch das vollständige Fehlen von Wasserstoff und Helium auszeichnen.

1.3 Standard-Akkretionsscheibenmodell

Die Materie in einer Akkretionsscheibe rotiert bei jedem Abstand vom Zentralobjekt näherungsweise mit der entsprechenden Keplergeschwindigkeit um dieses, sich weiter innen befindendes Material also schneller als solches weiter außen. Jegliche Form von Viskosität in der Scheibenmaterie versucht nun, die unterschiedlich schnell rotierenden Gebiete aneinander zu binden. Die inneren Bereiche werden folglich gebremst, die äußeren beschleunigt. Rechnungen zeigen, dass dadurch Drehimpuls nach außen und gleichzeitig Materie nach innen transportiert wird.

Bis heute ist die physikalische Natur der Viskosität nicht vollständig verstanden: die klassische molekulare Viskosität ist zu schwach, um das Verhalten der Materie in einer Akkretionsscheibe zu erklären. 1973 forderten Shakura und Sunyaev unter der Annahme, Viskosität sei eine Folge von Turbulenz, dass die turbulenten Zellen kleiner als die Scheibenhöhe H sein und das Material mit Schallgeschwindigkeit c_s transportiert werden sollte. Sie beschrieben die kinematische Viskosität ν in der Form

$$\nu = \alpha c_s H, \quad (1.1)$$

wobei α ein Maß für die Effizienz des Mechanismus des Drehimpulstransports in der Akkretionsscheibe darstellt. Dieser Parameter $\alpha(R)$ sollte dabei kleiner als eins und eine Funktion des Scheibenradius R sein.

Diese Annahme liegt dem Standardmodell der Akkretionsscheiben zu Grunde. Bedingung für die Anwendbarkeit des α -Ansatzes des Standardmodells ist, dass es sich um eine geometrisch dünne Akkretionsscheibe handelt. Außerdem sei ihre Masse vernachlässigbar verglichen mit derjenigen des Zentralobjekts. Eine Eigenschaft der α -Scheiben ist ihre leicht konkave Form ($H \propto R^{9/8}$). Größenordnungsmäßig ist die Keplergeschwindigkeit (~ 1000 km/s) sehr viel größer als die Schallgeschwindigkeit im Gas (~ 10 km/s), diese wiederum sehr viel größer als die Geschwindigkeit, mit der sich Materie radial nach innen bewegt ($\sim 0,3$ km/s). Beobachtungen legen nahe, dass α im Falle einer kalten Scheibe ($T \sim 5000$ K) einer sich in Ruhe befindenden Zwergnova etwa 0,03 ist, im Falle eines Ausbruchs etwa 0,1 bis 0,5 (Hellier, 2002).

Aus dem Standardmodell ergeben sich die beiden wichtigsten Grundgleichungen der Theorie der stationären, geometrisch dünnen Akkretionsscheiben. Führt man die Oberflächendichte Σ ein als

$$\Sigma = 2 \int_0^{H/2} \rho dz, \quad (1.2)$$

wobei ρ die Massendichte, z die geometrische Höhe und $H/2$ die maximale Höhe der Scheibe über der Mittelebene bezeichnen, so lässt sich für die Abhängigkeit der

Oberflächendichte Σ vom Radius R

$$\nu \Sigma(R) = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left(1 - \left(\frac{R_\star}{R} \right)^{1/2} \right). \quad (1.3)$$

schreiben. Dabei ist \dot{M} die Massenakkretionsrate, R_\star der Radius des Zentralobjektes.

Für die Energie Q , die durch viskose Scherung in der Scheibe erzeugt wird, lässt sich

$$Q(R) = \nu \Sigma \left(R \frac{d\Omega}{dR} \right)^2 \quad (1.4)$$

schreiben. Mit der Keplerschen Winkelgeschwindigkeit

$$\Omega_K = \sqrt{\frac{GM_\star}{R^3}}, \quad (1.5)$$

wobei G die Gravitationskonstante ist und M_\star die Masse des Zentralobjektes, folgt mit Gleichung 1.4 und Gleichung 1.3

$$Q(R) = \frac{3GM_\star \dot{M}}{8\pi R^3} \left(1 - \left(\frac{R_\star}{R} \right)^{1/2} \right). \quad (1.6)$$

Die erzeugte Energie ist also unabhängig von der Viskosität ν . Nimmt man an, dass diese Energie an der Oberfläche der Scheibe abgestrahlt wird gemäß dem Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$Q(R) = \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (1.7)$$

mit der Stefan-Boltzmann-Konstanten σ , so ergibt sich für die Effektivtemperatur T_{eff} für jeden Scheibenring im Abstand R

$$T_{\text{eff}}(R) = \left(\frac{3GM_\star \dot{M}}{8\pi\sigma R^3} \left(1 - \left(\frac{R_\star}{R} \right)^{1/2} \right) \right)^{1/4}. \quad (1.8)$$

Auch die Effektivtemperatur ist somit unabhängig von der Viskosität. Eine Akkretionsscheibe wird also im Rahmen des Standardmodells durch die Masse M_\star und den Radius R_\star des Zentralobjektes, sowie die Massenakkretionsrate \dot{M} und die kinematische Viskosität ν charakterisiert. Aus diesen Größen lässt sich dann der radiale Verlauf der Effektivtemperatur T_{eff} und der Flächendichte Σ bestimmen.

Teil I

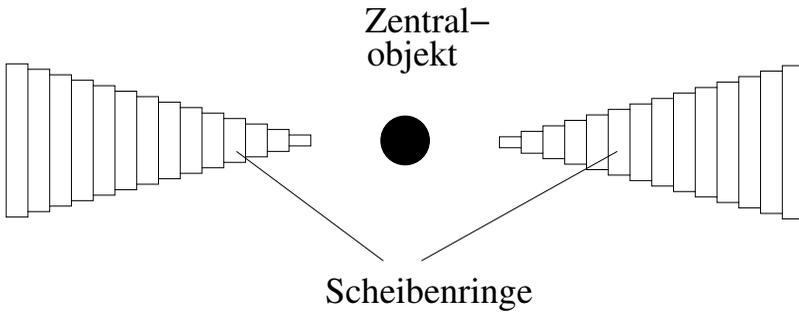
Vertikalstruktur von Akkretionsscheiben

Realistisch betrachtet, sind Akkretionsscheiben komplexe dreidimensionale Objekte. Ihre detaillierte strahlungshydrodynamische 3D-Simulation ist auch auf heutigen Computern auf Grund des enormen numerischen Aufwandes nicht möglich. Um dennoch ihre Spektren mit Hilfe von Modellrechnungen quantitativ analysieren zu können, ist es erforderlich, nach Wegen zur Vereinfachung zu suchen, ohne den Anspruch der realistischen Abbildung der in Akkretionsscheiben ablaufenden Physik aufgeben zu müssen.

Entkoppelt man die Berechnung der Vertikalstruktur von der Berechnung der Radialstruktur, so reduziert sich das Problem auf eine Dimension. Eine weitere mathematische Vereinfachung der Rechnungen wird durch die Annahme von Axialsymmetrie erzielt. Unterteilt man zur Berechnung der Vertikalstruktur die axialsymmetrische, keplersch rotierende Akkretionsscheibe in konzentrische, vertikal planparallele Ringe, die nicht in Wechselwirkung miteinander stehen, so hat man das ursprünglich dreidimensionale Problem auf einen Satz eindimensionaler Probleme reduziert (siehe Abbildung 1.4).

Die Berechnung der vertikalen Struktur der einzelnen Scheibenringe erfordert die Lösung der Strahlungstransportgleichung zusammen mit den Gleichungen, die die Energiebilanz, das hydrostatische Gleichgewicht, die atomaren Besetzungszahlen sowie die Teilchenzahlerhaltung bestimmen.

Seitenansicht



Aufsicht

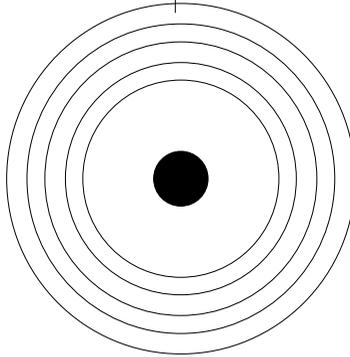


Abbildung 1.4: Schematische Darstellung der in einzelne Ringe unterteilten Akkretionsscheibe in Seitenansicht (oben) und Aufsicht (unten).

KAPITEL 2

Grundlegenden Größen des Strahlungsfeldes

Das Strahlungsfeld lässt sich bei Vernachlässigung der Polarisation durch die spezifische Intensität I_ν vollständig beschreiben. Die spezifische Intensität ist (siehe Abbildung 2.1) definiert als die Energie δE , die während des Zeitraumes dt im Frequenzintervall zwischen ν und $\nu+d\nu$ durch das Flächenelement dA in den Raumwinkel $d\omega$ um den Richtungsvektor \vec{n} transportiert wird:

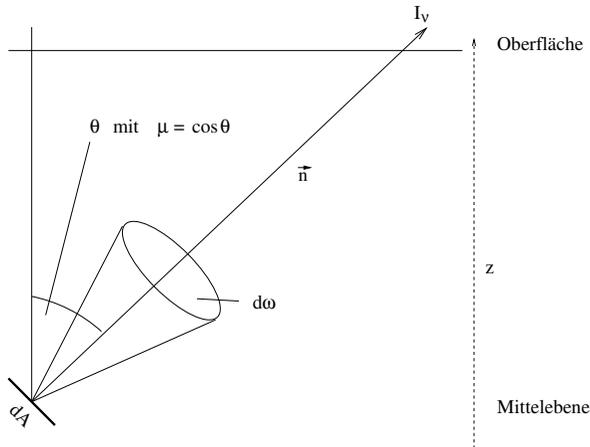


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der spezifischen Intensität in der Akkretionsscheibe.

$$I_\nu(\vec{n}, \nu, \vec{x}, t) = \frac{\delta E}{dA d\nu d\omega dt} \cdot \quad (2.1)$$

Im Folgenden soll nur der zeitlich konstante Fall betrachtet werden. Durch Integration

von I_ν über alle Richtungen \vec{n} ergibt sich das nullte Moment des Strahlungsfeldes

$$J_\nu(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{4\pi} I_\nu(\vec{n}, \nu, \vec{x}) d\omega. \quad (2.2)$$

Mit Kugelkoordinaten θ und ϕ folgt

$$J_\nu(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} I_\nu(\theta, \phi, \nu, \vec{x}) \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.3)$$

und mit $\mu := \cos \theta$

$$J_\nu(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 I_\nu(\mu, \phi, \nu, \vec{x}) d\mu d\phi. \quad (2.4)$$

In eindimensionaler planparalleler Geometrie ist I_ν nur eine Funktion von θ und z :

$$J_\nu(z) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\mu, \nu, z) d\mu. \quad (2.5)$$

Analog lassen sich das erste Moment H_ν und das zweite Moment K_ν des Strahlungsfeldes berechnen:

$$H_\nu(z) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\mu, \nu, z) \mu d\mu \quad (2.6)$$

$$K_\nu(z) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\mu, \nu, z) \mu^2 d\mu. \quad (2.7)$$

$J_\nu(z)$ wird als die mittlere Intensität bezeichnet und $H_\nu(z)$ als der Eddingtonfluss. Dieser ist mit dem Strahlungsfluss \mathcal{F}_ν und dem astrophysikalischen Fluss F_ν über die Beziehung

$$\mathcal{F}_\nu = \pi F_\nu = 4\pi H_\nu \quad (2.8)$$

verbunden. Frequenzintegration der Momente liefert die Größen J , H und K . Mit diesen lassen sich dann sogenannte Eddingtonfaktoren f_K und f_H einführen:

$$f_K = \frac{K}{J} \quad (2.9)$$

$$f_H = \frac{H_0}{J_0}, \quad (2.10)$$

wobei H_0 und J_0 die entsprechenden Größen am oberen Rand eines Scheibenrings sind. Eine oft benutzte Vereinfachung ist die Eddington-Näherung

$$f_K = \frac{1}{3} \quad \text{und} \quad f_H = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (2.11)$$

KAPITEL 3

Opazität und Emissivität

Zur Berechnung der Vertikalstruktur der Scheibenringe und des Strahlungstransports werden die Absorptions- und Emissionskoeffizienten aller beteiligten chemischen Elemente benötigt. Sie sind ein Maß für die Schwächung und Verstärkung der Strahlung durch Absorptions- und Emissionsvorgänge in der Akkretionsscheibe und setzen sich zusammen aus Beiträgen von gebunden-gebunden-, gebunden-frei- und frei-frei-Übergängen sowie der Streuung an freien Elektronen.

Für jedes Ion l gilt für den Absorptionskoeffizienten

$$\begin{aligned}
 \chi_\nu = & \sum_{i=1} \sum_{j>i} \sigma_{li \rightarrow lj}(\nu) (n_{li} - n_{lj} \frac{g_{li}}{g_{lj}} e^{-h(\nu - \nu_{ij})/kT}) \\
 & + \sum_{i=1} \sum_{j>i} \sigma_{li \rightarrow l+1,k}(\nu) (n_{li} - n_{li}^* e^{-h\nu/kT}) \\
 & + n_e \sigma_{kk}^k(l, \nu) (1 - e^{-h\nu/kT}) \left(\sum_{i=1} n_{l+1,i} + \sum_{i=1} n_{l+1,i}^* \right) \\
 & + n_e \sigma_e
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

und für den Emissionskoeffizienten

$$\begin{aligned}
 \eta_\nu / \frac{2h\nu^3}{c^2} = & \sum_{i=1} \sum_{j>i} n_{lj} \frac{g_{li}}{g_{lj}} \sigma_{li \rightarrow lj}(\nu) e^{-h(\nu - \nu_{ij})/kT} \\
 & + \sum_{i=1} \sum_{j>i} n_{li}^* \sigma_{li \rightarrow l+1,k}(\nu) e^{-h\nu/kT} \\
 & + n_e \sigma_{kk}(l, \nu) e^{-h\nu/kT} \left(\sum_{i=1} n_{l+1,i} + \sum_{i=1} n_{l+1,i}^* \right) \\
 & + n_e \sigma_e J_\nu.
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Hierbei bezeichnen n_{li} und n_{lj} die Besetzungszahlen der Niveaus i und j des Ions l , g_{li} und g_{lj} die dazugehörigen statistischen Gewichte, $\sigma_{li \rightarrow lj}$ die Linienabsorptions-

querschnitte, $\sigma_{li \rightarrow l+1, k}$ die Photoionisationsquerschnitte vom Niveau i des Ions l in das Niveau k des Ions $l + 1$. Hierbei wird berücksichtigt, dass ein bestimmtes Niveau auch in angeregte Niveaus des nächsthöheren Ions ionisiert werden kann. σ_{kk} beschreibt die frei-frei Absorptionsquerschnitte, σ_e den Elektronenstreuquerschnitt und n_e die Elektronendichte. Das Plancksche Wirkungsquantum ist mit h , die Boltzmannkonstante mit k und die Temperatur mit T bezeichnet. n_{li}^* beschreibt die LTE-Besetzungszahlen, wie sie aus der Saha-Gleichung folgen:

$$n_{li}^* = n_{l+1, k} n_e \phi_{li} \frac{\phi_{l+1, 1}}{\phi_{l+1, k}}, \quad (3.3)$$

ϕ sind hierbei die Saha-Faktoren, die definiert sind als

$$\phi_j = \frac{U_j}{U_{j+1}} c_1 T^{-3/2} e^{E_{\text{Ion}}^j / kT} \quad (3.4)$$

mit den Zustandssummen

$$U_j = \sum_i g_{ij} e^{-E_i^j / kT} \quad (3.5)$$

und der Konstanten

$$c_1 = 0,5 \cdot \left(\frac{h^2}{2\pi m_e k} \right)^{3/2} \quad (3.6)$$

Somit ist n_{li}^* die LTE-Besetzungszahl bezüglich des Niveaus der nächsthöheren Ionisationsstufe, in das der Ionisationsprozess $l, i \rightarrow l + 1, i$ führt. Zu beachten ist, dass stimulierte Emission als negative Absorption behandelt wird und das Strahlungsfeld explizit in die Berechnung des Emissionskoeffizienten eingeht. Die Gesamttopazität und -emissivität ergeben sich schließlich durch Summation der Absorptions- und Emissionskoeffizienten aller Ionen und aller Elemente.

Es werden nun noch eine Reihe von gemittelten Opazitäten definiert, die in den folgenden Kapiteln verwendet werden. Hierbei ist κ_ν die Opazität ohne Thomson-Streuanteil und B_ν das Plancksche Strahlungsfeld

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (3.7)$$

$$\kappa_{\text{J}} = \frac{1}{J} \int_0^{\infty} (\kappa_{\nu}/\rho) J_{\nu} d\nu \quad (3.8)$$

$$\kappa_{\text{B}} = \frac{1}{B} \int_0^{\infty} (\kappa_{\nu}/\rho) B_{\nu} d\nu \quad (3.9)$$

$$\kappa_{\text{H}} = \frac{1}{H} \int_0^{\infty} (\chi_{\nu}/\rho) H_{\nu} d\nu . \quad (3.10)$$

KAPITEL 4

Strahlungstransport

4.1 Strahlungstransportgleichung

Um das Strahlungsfeld, das die atomaren Besetzungszahlen mitbestimmt, zu berechnen, ist die Lösung der Strahlungstransportgleichung notwendig. Sie beschreibt die Änderung der spezifischen Intensität I_ν eines Strahls durch Absorption und Emission entlang seines Weges s durch die Akkretionsscheibe (siehe Abbildung 4.1).

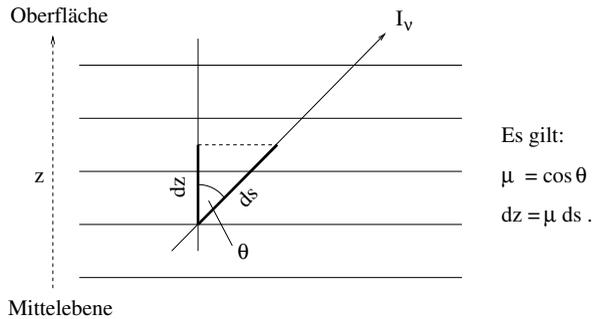


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des Strahlungstransportes durch die Schichten der Akkretionsscheibe.

Die Strahlungstransportgleichung lautet in der gezeigten Geometrie

$$\mu \frac{\partial I_\nu(\nu, \mu, z)}{\partial z} = -\chi_\nu(\nu, z) I_\nu(\nu, \mu, z) + \eta_\nu(\nu, z). \quad (4.1)$$

μ ist hierbei der Kosinus des Polarwinkels (siehe Abbildung 4.1). Die Randbedingungen der Strahlungstransportgleichung lauten für den unteren Rand (Mittelebene) aus

Symmetriegründen

$$I_\nu(\nu, \mu, 0) = I_\nu(\nu, -\mu, 0) \quad (4.2)$$

und für den oberen Rand

$$I_\nu(\nu, -\mu, Z) = I_\nu^{\text{ext}}(\nu, \mu), \mu > 0. \quad (4.3)$$

$I^{\text{ext}}(\nu, \mu)$ bezeichnet hierbei die Intensität der von außen einfallenden Strahlung. Das erste und zweite Moment der Strahlungstransportgleichung ergeben sich durch Winkelintegration über μ

$$\frac{dH_\nu}{dm} = \frac{\chi_\nu}{\rho} (J_\nu - S_\nu) \quad (4.4)$$

und

$$\frac{dK_\nu}{dm} = \frac{\chi_\nu}{\rho} H_\nu. \quad (4.5)$$

Hierbei ist S_ν die Quellfunktion, definiert als

$$S_\nu = \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu}. \quad (4.6)$$

Als Tiefenvariable kommt außerdem die Säulenmasse $m(z)$ zum Einsatz, deren Zusammenhang mit der geometrischen Tiefe z gegeben ist durch

$$m(z) = \int_z^\infty \rho dz. \quad (4.7)$$

Die Berechnung des Strahlungsfeldes durch Lösung der Strahlungstransportgleichung ist nicht trivial, da die Quellfunktion auf Grund der in ihr enthaltenen Streuterme wiederum direkt vom Strahlungsfeld abhängt. Die Strahlungstransportgleichung wird deshalb zunächst formal gelöst unter der Voraussetzung, dass die Quellfunktion bekannt ist (siehe zum Beispiel Mihalas 1978). Im Folgenden wird die Abhängigkeit einer Größe vom Winkel μ der Übersichtlichkeit halber nur noch mittels eines Index gekennzeichnet. Schreibt man die Transportgleichung als

$$\mu \frac{dI_{\nu\mu}}{d\tau_\nu} = I_{\nu\mu} - S_\nu \quad (4.8)$$

mit der optischen Tiefe

$$d\tau_\nu = \chi_\nu dz \quad (4.9)$$

und führt den integrierenden Faktor

$$e^{-\tau_\nu/\mu} \quad (4.10)$$

ein, schreibt sich Gleichung 4.8 als

$$\frac{d}{d\tau_\nu} \left(I_{\nu\mu} e^{-\tau_\nu/\mu} \right) = -\frac{1}{\mu} S_\nu e^{-\tau_\nu/\mu} \quad (4.11)$$

und ergibt nach Ausführung der Integration

$$I_{\nu\mu}(\tau_1) = I_{\nu\mu}(\tau_2) e^{-(\tau_2-\tau_1)/\mu} + \frac{1}{\mu} \int_{\tau_1}^{\tau_2} S_\nu(\tau) e^{-(\tau-\tau_1)/\mu} d\tau. \quad (4.12)$$

Für die Strahlung nach außen gilt mit $\tau_1 = \tau_\nu$ und $\tau_2 = \tau_{\max}$

$$I_{\nu\mu}^+(\tau_\nu) = \frac{1}{\mu} \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\max}} S_\nu(\tau) e^{-\frac{\tau-\tau_\nu}{\mu}} d\tau + I_{\nu\mu}^+(\tau_{\max}) e^{-\frac{\tau_{\max}-\tau_\nu}{\mu}} \quad (4.13)$$

und für die Strahlung nach innen mit $\tau_1 = \tau_\nu$ und $\tau_2 = 0$

$$I_{\nu\mu}^-(\tau_\nu) = \frac{1}{|\mu|} \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau) e^{-\frac{\tau_\nu-\tau}{|\mu|}} d\tau + I_{\nu\mu}^-(\tau=0) e^{-\frac{\tau_\nu}{|\mu|}}. \quad (4.14)$$

Ohne Einstrahlung am äußeren Rand ($I_{\nu\mu}^-(\tau=0) = 0$) und mit $\tau_{\max} = \infty$ ergibt sich durch Winkelintegration von $I_{\nu\mu}(\tau_\nu)$ für das nullte Moment $J_\nu(\tau_\nu)$ damit

$$\begin{aligned} J_\nu(\tau_\nu) &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_{\nu\mu}(\tau_\nu) d\mu \quad (4.15) \\ &= \frac{1}{2} \left(\int_0^1 d\mu \int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(\tau) e^{-(\tau-\tau_\nu)/\mu} \frac{d\tau}{\mu} \right. \\ &\quad \left. + \int_{-1}^0 d\mu \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau) e^{-(\tau_\nu-\tau)/-\mu} \frac{d\tau}{\mu} \right). \end{aligned}$$

Vertauscht man die Integrationen über $d\mu$ und $d\tau$ und substituiert $\frac{1}{\mu}$ durch w , so kann Gleichung 4.15 umgeschrieben werden in

$$\begin{aligned} J_\nu(\tau_\nu) &= \frac{1}{2} \left(\int_{\tau_\nu}^{\infty} d\tau S_\nu(\tau) \int_1^{\infty} dw \frac{e^{-w(\tau-\tau_\nu)}}{w} \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{\tau_\nu} d\tau S_\nu(\tau) \int_1^{\infty} dw \frac{e^{-w(\tau_\nu-\tau)}}{w} \right). \quad (4.16) \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Exponential-Integrale E_n mit

$$E_n(x) = \int_1^{\infty} e^{-xt} \frac{dt}{t^n} = x^{n-1} \int_x^{\infty} e^{-t} \frac{dt}{t^n} \quad (4.17)$$

lässt sich das Strahlungsfeld $J_\nu(\tau_\nu)$ schließlich schreiben als

$$J_\nu(\tau_\nu) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} S_\nu(\tau) E_1(|\tau - \tau_\nu|) d\tau. \quad (4.18)$$

Dies ist die Schwarzschildgleichung des Strahlungsfeldes. Führt man einen sogenannten Λ -Operator ein mit

$$\Lambda_\tau[f(t)] \equiv \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(t) E_1(|t - \tau|) dt, \quad (4.19)$$

so schreibt sich letztendlich die formale Lösung für das Strahlungsfeld $J_\nu(\tau_\nu)$

$$J_\nu(\tau_\nu) = \Lambda_{\tau_\nu}[S_\nu(\tau)]. \quad (4.20)$$

Man erkennt an Gleichung 4.20, dass im Allgemeinen das Strahlungsfeld $J_\nu(\tau_\nu)$ nicht lokal ist, sondern von den Quellfunktionen in allen Tiefen τ abhängt. Um zu einer Matrixdarstellung des Λ -Operators zu kommen, ist es notwendig, die Transportgleichung

$$J = \Lambda[S] \quad (4.21)$$

zu diskretisieren:

$$J_d = \sum_{d'=1}^D \Lambda_{dd'} S_{d'}, \quad (4.22)$$

wobei d die Tiefe mit D als Maximalwert parametrisieren soll. Nimmt man an, dass für die Quellfunktion

$$S_d = 0, d \neq i \quad (4.23)$$

gilt und für die i -te Tiefe

$$S_i = 1, \quad (4.24)$$

so lässt sich Gleichung 4.22 in Matrixform schreiben als

$$\begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ J_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} & \cdots & \Lambda_{1D} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} & \cdots & \Lambda_{2D} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Lambda_{D1} & \Lambda_{D2} & \cdots & \Lambda_{DD} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda_{1i} \\ \Lambda_{2i} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Lambda_{Di} \end{pmatrix}.$$

Man erhält also die i -te Spalte der Λ -Matrix durch Lösen der Transportgleichung mit der Einheits-Pulsfunktion als Quellfunktion. Die explizite Tiefenkopplung des Λ -Operators macht ihn allerdings für die praktische Anwendung in stark gekoppelten Problemen unbrauchbar. Cannon (1973) separierte deshalb den Λ -Operator in einen exakten Term Λ und einen genäherten Term Λ^* in der Form

$$\Lambda = \Lambda^* + (\Lambda - \Lambda^*). \quad (4.25)$$

Der Operator Λ^* sollte hierbei ein geeignet gewählter, genäherter Λ -Operator sein, der zum Beispiel nur noch lokale Terme enthält (Diagonaloperator). Es hat sich gezeigt, dass der optimale diagonale Λ^* -Operator die Diagonale der Λ -Matrix selbst ist (Olson, Auer & Buchler, 1986). Im Rahmen eines Iterationsschemas ergibt sich damit für das Strahlungsfeld in der n -ten Iteration

$$J_\nu^n = \Lambda^* S_\nu^n + (\Lambda - \Lambda^*) S_\nu^{n-1}. \quad (4.26)$$

Diese Methode ist bekannt als die beschleunigte Λ -Iteration (ALI, Accelerated Lambda Iteration, Werner & Husfeld 1985). Der genäherte Λ -Operator Λ^* wird also auf die aktuelle Quellfunktion S^n angewandt. Zusätzlich tritt ein Korrekturterm auf, der allerdings nur auf die bereits bekannte Quellfunktion S^{n-1} der vorherigen Iteration angewandt wird. Die Formulierung des Korrekturterms garantiert die exakte Lösung des Strahlungstransportproblems. Im Falle der Konvergenz gilt dann nämlich

$$S_\nu^n = S_\nu^{n-1}, \quad (4.27)$$

also

$$J_\nu = \Lambda S_\nu. \quad (4.28)$$

Die Umsetzung der formalen Lösung der Strahlungstransportgleichung erfolgt entweder mit Hilfe des sogenannten Feautrier-Schemas (Feautrier, 1964) oder alternativ über das Short-Characteristics-Verfahren (Olson & Kunasz, 1987). Beide Verfahren wurden in der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Software implementiert.

4.2 Feautrier-Verfahren

Die Quellfunktion S wird bis auf Streuterme als bekannt vorausgesetzt. Nun wird die Strahlungstransportgleichung, die bisher als Differenzialgleichung erster Ordnung vorliegt, in eine Differenzialgleichung zweiter Ordnung umgeformt (Mihalas, 1978). Hierzu werden die Feautriervariablen u und v eingeführt, die wie folgt definiert sind:

$$u_{\nu\mu}(\tau_\nu) = \frac{1}{2}(I_\nu(+\mu) + I_\nu(-\mu)) = \frac{1}{2}(I_{\nu\mu}^+ + I_{\nu\mu}^-) \quad (4.29)$$

$$v_{\nu\mu}(\tau_\nu) = \frac{1}{2}(I_\nu(+\mu) - I_\nu(-\mu)) = \frac{1}{2}(I_{\nu\mu}^+ - I_{\nu\mu}^-). \quad (4.30)$$

$I_{\nu\mu}^+$ ist hierbei die Intensität in positiver z -Richtung (Strahlung nach außen), $I_{\nu\mu}^-$ die Intensität in negativer z -Richtung (Strahlung nach innen). Die Strahlungstransportgleichung lautet für Strahlung nach innen und außen

$$\pm\mu \left(\frac{d}{d\tau_\nu} I_\nu(\pm\mu) \right) = S_\nu - I_\nu(\pm\mu). \quad (4.31)$$

Die Addition beider Transportgleichungen ergibt mit Hilfe der Feautriervariablen

$$\mu \frac{d}{d\tau} v_{\nu\mu} = S_\nu - u_{\nu\mu}, \quad (4.32)$$

die Subtraktion beider Transportgleichungen

$$\mu \frac{d}{d\tau} u_{\nu\mu} = -v_{\nu\mu}. \quad (4.33)$$

Setzt man diese beiden Gleichungen ineinander ein, dann erhält man die neue Transportgleichung in Form einer Differenzialgleichung zweiter Ordnung

$$\mu^2 \frac{d^2}{d\tau^2} u_{\nu\mu} = u_{\nu\mu} - S_\nu, \quad (4.34)$$

wobei S_ν auch den Thomsonstreuerm enthält,

$$S_\nu = \frac{\eta'_\nu + n_e \sigma_e \int u_{\nu\mu} d\mu}{\chi_\nu}. \quad (4.35)$$

Um die Differenzialgleichung 4.34 lösen zu können, werden Randbedingungen benötigt. Wenn keine Einstrahlung von außen erfolgen soll, d.h.

$$I_{\nu\mu}^-(\tau_{\min}) = 0, \quad (4.36)$$

lautet die äußere Randbedingung

$$\mu \frac{d}{d\tau_\nu} u_{\nu\mu} \Big|_{\tau_{\min}} = u_{\nu\mu}(\tau_{\min}), \quad (4.37)$$

im Falle von äußerer Einstrahlung dagegen

$$\mu \frac{d}{d\tau_\nu} u_{\nu\mu} \Big|_{\tau_{\min}} = u_{\nu\mu}(\tau_{\min}) - I_\nu^-. \quad (4.38)$$

Am inneren Rand ($\tau = \tau_{\max}$) gilt aus Symmetriegründen die Spiegelrandbedingung

$$\mu \frac{d}{d\tau_\nu} u_{\nu\mu} \Big|_{\tau_{\max}} = 0. \quad (4.39)$$

Die Differenzialgleichung 4.34 wird diskretisiert als Differenzengleichung dargestellt und mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens gelöst. Durch Winkelintegration der nun bekannten Feautriervariablen $u_{\nu\mu}$ werden schließlich die mittlere Intensität J_ν bestimmt

$$J_\nu = \int_0^1 u_{\nu\mu} d\mu \quad (4.40)$$

sowie die Momente H_ν mit

$$H_\nu = \int_0^1 u_{\nu\mu} \mu d\mu \quad (4.41)$$

und K_ν mit

$$K_\nu = \int_0^1 u_{\nu\mu} \mu^2 d\mu. \quad (4.42)$$

Das Feautrier-Verfahren liefert also eine konsistente Lösung der Strahlungstransportgleichung, die die Thomsonstreuung enthält.

4.3 Short-Characteristics-Verfahren

Beim Short-Characteristics-Verfahren wird der Strahlungstransport entlang sogenannter kurzer Charakteristiken von Tiefenpunkt zu Tiefenpunkt gelöst (Olson & Kunasz, 1987). Der jeweils benachbarte Tiefenpunkt dient als innerer beziehungsweise äußerer Rand der formalen Lösung für den aktuellen Tiefenpunkt (siehe Abbildung 4.2). Die zu berechnende Intensität $I(\tau)$ lässt sich dann formal als Summe aus Einstrahlung am Rand und vom Rand bis zum Aufpunkt τ aufintegrierter Quellfunktion S schreiben:

$$I^+(\tau_i, \mu, \nu) = I^+(\tau_{i+1}, \mu, \nu) e^{-(\tau_{i+1}-\tau_i)/\mu} + \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} dt S(t) e^{-(\tau_{i+1}-t)/\mu} \frac{dt}{\mu} \quad (4.43)$$

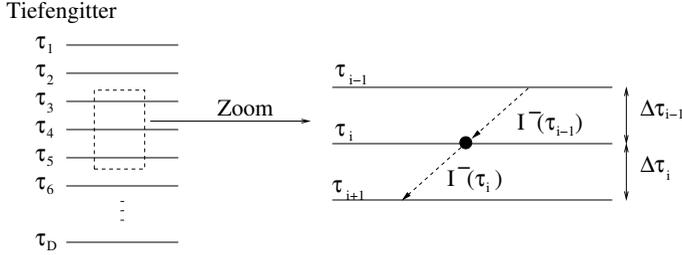


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung der kurzen Charakteristiken.

beziehungswise

$$I^-(\tau_i, \mu, \nu) = I^-(\tau_{i-1}, \mu, \nu) e^{-(\tau_i - \tau_{i-1})/\mu} + \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} dt S(t) e^{-(\tau_i - t)/\mu} \frac{dt}{\mu}. \quad (4.44)$$

Die Quellfunktion wird hierbei linear oder parabolisch zwischen den benachbarten Tiefenpunkten interpoliert, zum Beispiel in der Form

$$S(t) = a + bt + ct^2, \quad (4.45)$$

so dass sich für den Integralterm in den Gleichungen 4.43 und 4.44, abgekürzt als ΔI_i^\pm , schreiben lässt

$$\Delta I_i^\pm = \alpha_i^\pm S_{i-1} + \beta_i^\pm S_i + \gamma_i^\pm S_{i+1}. \quad (4.46)$$

Die Elemente der Λ -Matrix können wie oben beschrieben berechnet werden. Für die Diagonale der Λ -Matrix ergibt sich

$$\Lambda_{ii}(\nu) = \int_0^1 \frac{1}{2} (\hat{I}_i^- + \hat{I}_i^+) d\mu. \quad (4.47)$$

Die Größen \hat{I}_i^- und \hat{I}_i^+ sind normierte Intensitäten, wie sie die formale Lösung im Short-Characteristics-Verfahren liefert. Im Falle einer linear interpolierten Quellfunktion, wie sie in dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Softwarepaket angewendet wird, gilt

$$\hat{I}_i^- = \beta_i^- = (\Delta\tau_{i-1} - 1 + e^{-\Delta\tau_{i-1}}) / \Delta\tau_{i-1} \quad (4.48)$$

$$\hat{I}_i^+ = \beta_i^+ = (\Delta\tau_i - 1 + e^{-\Delta\tau_i}) / \Delta\tau_i, \quad (4.49)$$

mit

$$\Delta\tau_i = \frac{1}{\mu}(\tau_{i+1} - \tau_i). \quad (4.50)$$

Für die Diagonale der Λ -Matrix ergibt sich folglich

$$\Lambda_{ii}(\nu) = \left[1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \mu \left(\frac{1 - e^{-\Delta\tau_{i-1}/\mu}}{\Delta\tau_{i-1}} + \frac{1 - e^{-\Delta\tau_i/\mu}}{\Delta\tau_i} \right) d\mu \right]. \quad (4.51)$$

Da die Thomsonstreuung in der Quellfunktion bekannt sein muss, ist es notwendig, das Short-Characteristics-Verfahren mehrmals zu iterieren, um zu einer konsistenten Lösung zu kommen. Die Erfahrung hat gezeigt, dass hierfür drei bis vier Iterationen ausreichen.

4.4 Einstrahlung vom Zentralobjekt

Um die Bestrahlung der Akkretionsscheibe durch das Zentralobjekt zu berücksichtigen, ist es notwendig, die äußere Randbedingung der Strahlungstransportgleichung in der angegebenen Form zu modifizieren (siehe Gleichung 4.3). Hierbei wird das Spektrum eines Schwarzen Körpers entsprechend einer bestimmten, frei wählbaren Effektivtemperatur eingestrahlt. Der Einstrahlwinkel β ergibt sich aus den geometrischen Verhältnissen des Modelles (siehe Abbildung 4.3), er kann jedoch auch fest vorgegeben werden. Da die Scheibenhöhe wiederum von der Einstrahlung abhängt, müsste diese Rückkopplung eigentlich iterativ behandelt werden. Dieser Schritt bleibt zukünftigen Arbeiten vorbehalten.

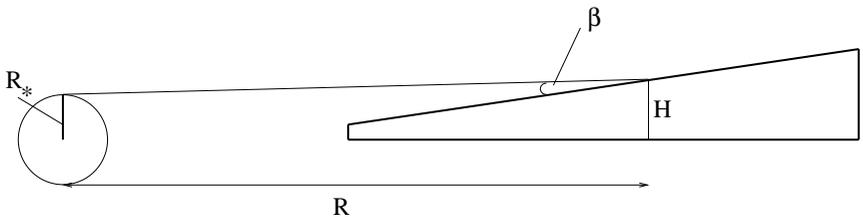


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der Einstrahlung vom Zentralobjekt mit Radius R_* auf eine Akkretionsscheibe. Der Einstrahlwinkel für einen Scheibenring im Abstand R ist dabei mit β bezeichnet, die Höhe der Akkretionsscheibe bei diesem Abstand mit H .

KAPITEL 5

Strukturgleichungen

5.1 Statistische Gleichungen

Um die atomaren Besetzungszahlen zu bestimmen, werden sämtliche Prozesse betrachtet, die zur Be- und Entvölkerung eines atomaren Niveaus beitragen. Das sind durch Strahlung und Stöße verursachte An- und Abregungen sowie Ionisation und Rekombination. Für jedes Niveau jedes Ions wird eine Ratengleichung aufgestellt, die die zeitliche Änderung der Besetzungsdichte n_i des Niveaus i als Summe aller Be- und Entvölkerungsprozesse beschreibt:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = n_i \sum_{i \neq j} P_{ij} - \sum_{j \neq i} n_j P_{ji}. \quad (5.1)$$

Im stationären und insbesondere im statischen Fall, gilt

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = 0. \quad (5.2)$$

Die Ratenkoeffizienten P_{ij} enthalten sowohl Strahlungs- als auch Stoßkomponenten, so dass sich die Ratengleichung auch schreiben lässt als

$$\begin{aligned} n_i \left[\sum_{j>i} (R_{ij} + C_{ij}) + \sum_{j<i} \left(\frac{n_j}{n_i} \right)^* (R_{ij} + C_{ji}) \right] \\ - \sum_{j>i} n_j \left(\frac{n_i}{n_j} \right)^* (R_{ji} + C_{ij}) - \sum_{j<i} n_j (R_{ji} + C_{ji}) = 0. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Die radiativen Aufwärts- und Abwärtsraten lauten

$$R_{ij} = 4\pi \int_0^{\infty} \frac{\sigma_{ij}(\nu)}{h\nu} J_\nu d\nu \quad (5.4)$$

beziehungsweise

$$R_{ji} = \left(\frac{n_i}{n_j}\right)^* 4\pi \int_0^\infty \frac{\sigma_{ij}(\nu)}{h\nu} \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu\right) e^{-h\nu/kT} d\nu. \quad (5.5)$$

Hierbei bezeichnen $\sigma_{ij}(\nu)$ die Photonenwirkungsquerschnitte und $(n_i/n_j)^*$ das Verhältnis der LTE-Besetzungszahlen. Für die Elektronen-Stoßraten lässt sich

$$n_i C_{ij} = n_i n_e \int_{v_0}^\infty \sigma_{ij}(\nu) f(\nu) \nu d\nu \quad (5.6)$$

und

$$n_j C_{ji} = n_j \left(\frac{n_i}{n_j}\right)^* C_{ij} \quad (5.7)$$

schreiben, wobei $\sigma_{ij}(\nu)$ der Elektronen-Stoßquerschnitt, v_0 die Geschwindigkeit bezüglich der Schwellenenergie des Prozesses und $f(\nu)d\nu$ die Gleichgewichtsverteilung nach Maxwell ist.

Die atomaren Besetzungszahlen n_i werden durch das so entstehende System der statistischen Gleichungen oder Ratengleichungen vollständig bestimmt. Das Gleichungssystem 5.3 ist allerdings nicht linear, da die aktuellen Besetzungszahlen n_i über die Strahlungsfeldterme J_ν (5.4 und 5.5) eingehen. Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt durch ein sogenanntes *Preconditioning*-Verfahren (Rybicki & Hummer, 1992). Ziel ist es, die statistischen Gleichungen in linearer Form zu schreiben. Dazu verwendet man bei der formalen Lösung des Strahlungstransports statt des Λ -Operators den Ψ -Operator, der nur auf die Emissivität wirkt:

$$J_\nu^n = \Psi^* \eta_\nu^n + (\Psi - \Psi^*) \eta_\nu^{n-1}. \quad (5.8)$$

Ψ läßt sich aus Λ bestimmen,

$$\Psi = \frac{\Lambda}{\kappa_\nu}, \quad (5.9)$$

wobei κ_ν aus dem vorhergehenden Iterationsschritt benutzt wird. Setzt man die Stoß- und Strahlungsraten in Gleichung 5.3 ein, ergeben sich auf Grund des Strahlungsfeldterms quadratische Terme der zu bestimmenden Besetzungszahlen, da die aktuelle Emissivität nach Gleichung 3.2 die aktuellen Besetzungszahlen enthält. Ersetzt man in Gleichung 5.3 n_i und n_j durch die Besetzungszahlen der vorherigen Iteration und belässt im Strahlungsfeldterm die aktuellen Besetzungszahlen, erhält man ein in den aktuellen Besetzungszahlen lineares Gleichungssystem.

5.2 Energiegleichgewicht

Eine weitere Grundgleichung der Vertikalstruktur ist die Gleichung des Energiegleichgewichts:

$$E_{\text{mech}} = E_{\text{rad}} + E_{\text{konv}}. \quad (5.10)$$

Die viskos erzeugte Energie E_{mech} ist im Standardmodell der Akkretionsscheiben gleich der abgestrahlten Energie E_{rad} , der konvektive Energieterm E_{konv} wird im weiteren vernachlässigt, da bei den in den untersuchten Akkretionsscheiben herrschenden Temperaturen konvektiver Energietransport keine Rolle spielt. Nimmt man an, dass radiale Scherung der Scheibe durch die Keplerbewegung die Quelle der mechanischen Energie ist, lässt sich die in der Scheibe dissipierte Energie schreiben als

$$E_{\text{mech}} = \nu \Sigma \left(R \frac{d\omega}{dR} \right)^2 = \frac{9}{4} \nu \Sigma \frac{G M_{\star}}{R^3}. \quad (5.11)$$

Für die in jeder Tiefe m dissipierte Energie ergibt sich dann

$$E_{\text{mech}}(m) = \frac{9}{4} \frac{G M_{\star}}{R^3} w(m) \rho, \quad (5.12)$$

wobei $w(m)$ eine tiefenabhängige Formulierung der kinematischen Viskosität ist, für die mit dem Dämpfungsexponenten ζ gelten soll

$$w(m) = a \bar{w} (\zeta + 1) \left(\frac{m}{M_0} \right)^{\zeta} \quad \text{mit} \quad \zeta > 0. \quad (5.13)$$

Die Größe \bar{w} ist die tiefengemittelte kinematische Viskosität, die der kinematischen Viskosität ν des Standardmodells aus Gleichung 1.1 entspricht. Für sie soll gelten

$$\bar{w} = \frac{1}{M_0} \int_0^{M_0} w(m) dm. \quad (5.14)$$

Aus dieser Bedingung lässt sich der Normierungsfaktor a bestimmen. Nach Lynden-Bell & Pringle (1974) kann die tiefengemittelte kinematische Viskosität auch geschrieben werden als

$$\bar{w} = \frac{R v_{\phi}}{Re} = \frac{\sqrt{G M_{\star} R}}{Re}. \quad (5.15)$$

Hierbei ist v_{ϕ} die Keplergeschwindigkeit, Re die effektive Reynoldszahl, ein tiefenunabhängiger Modellparameter zur Charakterisierung der Viskosität. Die Verwendung der Reynoldszahl zur Bestimmung der tiefengemittelten kinematischen Viskosität hat den Vorteil, keine weiteren Annahmen machen zu müssen, wohingegen bei

Verwendung der α -Formulierung zusätzlich die Schallgeschwindigkeit und die Scheibenhöhe angegeben werden müssen. Diese sind nicht a priori bekannt, folglich müsste die tiefengemittelte kinematische Viskosität ebenfalls iteriert werden. M_0 ist die totale Säulenmasse, für die entsprechend dem Standardmodell gilt

$$M_0 = \frac{1}{2}\Sigma, \quad (5.16)$$

so dass mit Gleichung 1.3 folgt

$$M_0 = \frac{\dot{M}_* Re}{6\pi\sqrt{GM_*R}}(1 - \sqrt{R_*/R}). \quad (5.17)$$

Die Implementierung der Viskosität im Programmpaket ACDC ist flexibel gehalten. So gibt es einerseits die Möglichkeit, mit konstanter, tiefengemittelter Viskosität zu rechnen, andererseits kann man aber auch die tiefenabhängige Formulierung der Viskosität verwenden beziehungsweise eine Kombination beider Wege. Hierzu wurde ein frei wählbarer Teilungspunkt eingeführt. Er gibt das Verhältnis von Säulenmasse m zu totaler Säulenmasse M_0 an, ab dem von konstanter auf tiefenabhängige Viskosität umgeschaltet wird. Ein Teilungspunkt von 0,01 bedeutet also, dass für die inneren 99 Prozent der Säulenmasse konstante Viskosität angenommen wird, und erst wenn der Anteil der aktuellen Säulenmasse an der totalen Säulenmasse kleiner als 1 Prozent ist, die tiefenabhängige Formulierung der Viskosität verwendet wird. Ein weiterer frei wählbarer Parameter bei der tiefenabhängigen Viskosität ist der Exponent ζ . Er bestimmt, wie stark sich die Viskosität von innen nach außen ändert und sollte einen nicht zu großen positiven Wert haben, beispielsweise im Bereich von 0,001 bis 0,01 liegen. Große Werte wie $\zeta = 0,2$ führen zu einer starken Abkühlung der vertikal äußeren Bereiche der Akkretionsscheibe. Dies ist der Grund der Einführung einer tiefenabhängigen Viskosität. Frühe Arbeiten zur Vertikalstruktur von Akkretionsscheiben zeigen einen unbegrenzten Temperaturanstieg bei verschwindender optischer Tiefe in den oberen Schichten einer Akkretionsscheibe (Shaviv & Wehrse, 1986; Adam et al., 1988), dem mit einer abnehmenden Viskosität entgegengewirkt werden kann. Allerdings wird durch Berücksichtigung von Linienkühlung ebenfalls eine Temperaturkatastrophe vermieden. Ob dadurch eine tiefenabhängige Viskosität überflüssig wird, ist noch nicht geklärt, deutet sich aber in dieser Arbeit an. Numerische Simulationen von Stone et al. (1996) weisen sogar auf die Möglichkeit einer zur Oberfläche hin ansteigenden Viskosität hin. Dies wird in dieser Arbeit jedoch nicht betrachtet.

Die Gleichung für die abgestrahlte Energie lautet

$$E_{\text{rad}} = 4\pi \int_0^{\infty} (\eta(\nu, z) - \chi(\nu, z) J(\nu, z)) d\nu. \quad (5.18)$$

Die Gleichung des Energiegleichgewichts lässt sich mit Hilfe des ersten Momentes der Transportgleichung

$$\frac{dH_\nu}{dm} = \frac{\chi_\nu}{\rho} (S_\nu - J_\nu) \quad (5.19)$$

auch schreiben als

$$\frac{dH}{dm} = -\frac{9}{16\pi} \frac{G M_\star}{R^3} w(m). \quad (5.20)$$

Dies bedeutet, dass im Gegensatz zu (radiativen) Sternatmosphären in Akkretions-scheiben der totale vertikale Fluss keine Erhaltungsgröße ist.

Die Lösung des Energiegleichgewichts erfolgt mit Hilfe eines verallgemeinerten Unsöld-Lucy-Verfahrens (Lucy, 1964; Dreizler, 2003). Dieses liefert einen Wert für die Korrektur der Temperatur, um Übereinstimmung von Soll- und Ist-Fluss zu erzielen. Indem man die Quellfunktion S_ν in einen thermischen und einen nicht-thermischen Anteil separiert,

$$\chi_\nu S_\nu = \kappa_\nu^B B + \gamma_\nu J_\nu, \quad (5.21)$$

erhält man ausgehend vom ersten Moment der Strahlungstransportgleichung 4.4 nach Integration über die Frequenz

$$\frac{dH}{dm} = \frac{\kappa_J}{\kappa_P} J - B. \quad (5.22)$$

Hierbei hat

$$\kappa_J = \frac{1}{J} \int_0^\infty \frac{1}{\rho} (\chi_\nu - \gamma_\nu) J_\nu d\nu \quad (5.23)$$

eine gegenüber 3.8 leicht modifizierte Form. Die Größe γ_ν kann zum Beispiel als $n_e \sigma_e$ gewählt werden. Das frequenzintegrierte zweite Moment der Strahlungstransportgleichung lautet

$$\frac{dK}{dm} = \frac{\kappa_H}{\kappa_P} H. \quad (5.24)$$

Schreibt man die frequenzintegrierten Momentengleichungen noch einmal für die aktuellen Werte J' , H' und K' und bildet dann die Differenz der Gleichungen für die aktuellen und die alten Werte, so erhält man

$$\frac{d\Delta H}{dm} = \frac{\kappa_J}{\kappa_P} \Delta J - \Delta B \quad (5.25)$$

$$\frac{d\Delta K}{dm} = \frac{\kappa_H}{\kappa_P} \Delta H. \quad (5.26)$$

Integriert man Gleichung 5.26, ergibt sich

$$\Delta K = \Delta K(0) + \int_0^m \frac{\kappa_H}{\kappa_P} \Delta H \, dm. \quad (5.27)$$

Mit Hilfe der Eddingtonfaktoren f_K und f_H (siehe Gleichung 2.9 und 2.10) lässt sich in Gleichung 5.27 K durch J ersetzen:

$$\Delta J = \frac{f_K(0)\Delta H(0)}{f_K f_H} + \frac{1}{f_K} \int_0^m \frac{\kappa_H}{\kappa_P} \Delta H \, dm'. \quad (5.28)$$

Löst man Gleichung 5.25 nach ΔB auf und setzt Gleichung 5.28 ein, folgt

$$\Delta B = -\frac{d\Delta H}{dm} + \frac{\kappa_J}{\kappa_P} \left(\frac{f_K(0)\Delta H(0)}{f_K f_H} + \frac{1}{f_K} \int_0^m \frac{\kappa_H}{\kappa_P} \Delta H \, dm' \right). \quad (5.29)$$

Mit der Stefan-Boltzmann-Beziehung

$$\Delta B = \frac{4\sigma}{\pi} T^3 \Delta T \quad (5.30)$$

schreibt sich Gleichung 5.29 schließlich

$$\Delta T = \frac{\pi}{4\sigma T_{\text{eff}}^3} \left[-\frac{d\Delta H}{dm} + \frac{\kappa_J}{\kappa_P} \left(\frac{f_K(0)\Delta H(0)}{f_K f_H} + \frac{1}{f_K} \int_0^m \frac{\kappa_H}{\kappa_P} \Delta H \, dm' \right) \right] \quad (5.31)$$

beziehungsweise

$$\Delta T = \frac{\pi}{4\sigma T_{\text{eff}}^3} \left[-\frac{dH'}{dm} + \frac{dH}{dm} + \frac{\kappa_J}{\kappa_P} \left(\frac{f_K(0)\Delta H(0)}{f_K f_H} + \frac{1}{f_K} \int_0^m \frac{\kappa_H}{\kappa_P} \Delta H \, dm' \right) \right]. \quad (5.32)$$

Nach Gleichung 5.20 gilt für das radiative Gleichgewicht

$$\frac{dH'}{dm} = -\frac{9}{16\pi} \frac{G M_\star}{R^3} w(m), \quad (5.33)$$

zusammen mit Gleichung 4.4 in 5.32 eingesetzt folgt für die Temperaturkorrektur

$$\begin{aligned} \Delta T = & \frac{\pi}{4\sigma T_{\text{eff}}^3} \left[\frac{9}{16\pi} \frac{G M_\star}{R^3} w(m) + \frac{\kappa_J}{\kappa_P} J - B \right. \\ & \left. + \frac{\kappa_J}{\kappa_P} \left(\frac{f_K(0)\Delta H(0)}{f_K f_H} + \frac{1}{f_K} \int_0^m \frac{\kappa_H}{\kappa_P} \Delta H dm' \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Bei der Implementierung dieser Gleichung wurden Dämpfungsfaktoren eingeführt, um unter anderem Überkorrekturen zu vermeiden. So lässt sich die maximale Korrektur der Temperatur beschränken, ein Wert von einem Prozent hat sich dabei als sinnvoll erwiesen. Bereits nach wenigen dutzend Iterationen sinkt meist die Temperaturkorrektur auf unter ein Prozent. Zu große Korrekturen können zu einem Aufschaukeln der Korrekturterme führen, dies verhindert unter Umständen eine Konvergenz der Temperaturkorrektur. Zusätzlich ist es möglich, die einzelnen Terme mit tiefenabhängigen Dämpfungsfaktoren d_1 und d_2 zu versehen, die definiert sind als

$$d_1 = e^{-\tau_R} \quad \text{und} \quad d_2 = 1 - e^{-\tau_R}, \quad (5.35)$$

hierbei ist τ_R die Rosselandsche optische Tiefe, siehe Gleichungen 7.21 und 7.22. Die Gleichung für die Temperaturkorrektur lautet dann

$$\begin{aligned} \Delta T = & \frac{\pi}{4\sigma T_{\text{eff}}^3} \left[\frac{9}{16\pi} \frac{G M_\star}{R^3} w(m) + d_1 \left(\frac{\kappa_J}{\kappa_P} J - B \right) \right. \\ & \left. + d_2 \frac{\kappa_J}{\kappa_P} \left(\frac{f_K(0)\Delta H(0)}{f_K f_H} + \frac{1}{f_K} \int_0^m \frac{\kappa_H}{\kappa_P} \Delta H dm' \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Nach derzeitigem Kenntnisstand lassen sich keine generellen Aussagen darüber machen, wann es sinnvoll ist, die einzelnen Temperaturterme mit den Faktoren d_1 und d_2 zu dämpfen und wann nicht. Die meisten der in den späteren Kapiteln gezeigten Modelle wurde ohne diese beiden Dämpfungsfaktoren berechnet, lediglich die maximale Korrektur war auf ein Prozent beschränkt. Einige Modelle jedoch ließen sich nur mit Hilfe der Dämpfungsfaktoren d_1 und d_2 zur Konvergenz bringen, ohne dass eine Systematik erkennbar wäre.

5.3 Hydrostatisches Gleichgewicht

Unter der Annahme, dass die radiale Komponente der Gravitation des Zentralobjekts gleich der Zentrifugalkraft der Keplerrotation der Scheibe ist, ergibt sich als Glei-

chung des vertikalen hydrostatischen Gleichgewichts

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{GM_\star}{R^3} z \rho, \quad (5.37)$$

wobei P den Gesamtdruck, also die Summe aus Gas- und Strahlungsdruck bezeichnet. Die Eigengravitation der Scheibe kann hier vernachlässigt werden, da die Masse der Scheibe sehr viel kleiner als die Masse des Zentralobjektes ist. Im Gegensatz zu planparallelen Sternatmosphärenmodellen besteht im Falle der Akkretionsscheiben eine Abhängigkeit der Schwerkraft von der geometrischen Tiefe.

Die Gleichung des hydrostatischen Gleichgewichts lässt sich mit der Säulemasse m als Tiefenskala auch schreiben als

$$\frac{dP}{dm} = \frac{GM_\star}{R^3} z. \quad (5.38)$$

Separiert man den Gesamtdruck P in den Gasdruck P_g mit

$$P_g = N k T, \quad (5.39)$$

(N ist die Gesamteilchendichte) und den Strahlungsdruck P_r mit

$$P_r = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty K_\nu d\nu, \quad (5.40)$$

so ergibt sich für das hydrostatische Gleichgewicht

$$\frac{dP_g}{dm} = \frac{GM_\star}{R^3} z - \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty (\chi_\nu / \rho) H_\nu d\nu. \quad (5.41)$$

Für die äußere Randbedingung gilt

$$N_1 k T_1 = m_1 \left(\frac{GM_\star}{R^3} z - \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \frac{\chi_{1,\nu}}{\rho_1} f_H J_\nu d\nu \right) \quad (5.42)$$

mit dem variablen Eddingtonfaktor f_H . Die Berechnung des Gasdruckes P_g führt schließlich zur Bestimmung der Gesamteilchendichte N . Hierzu wird Gleichung 5.41 mit Gleichung 5.42 als äußerer Randbedingung integriert. Die zur Integration notwendige Diskretisierung von 5.41 lässt sich schreiben als

$$N_d k T_d - N_{d-1} k T_{d-1} + \frac{4\pi}{c} \sum_{n=1}^N w_n (f_{dn} J_{dn} - f_{d-1,n} J_{d-1,n}) = g(m_d - m_{d-1}) \quad (5.43)$$

(Mihalas, 1978) mit den zugehörigen Integrationsgewichten w_n .

5.4 Teilchenzahl- und Ladungserhaltung

Die Gesamtteilchenzahl N setzt sich zusammen aus der Summe der Besetzungszahlen der NLTE- und LTE-Niveaus n aller Ionen aller Elemente und der Elektronendichte n_e :

$$N = \sum_{x=1}^{\text{Element}} \sum_{i=1}^{\text{Ion}} \left(\sum_{l=1}^{\text{NLTE}} n_{xil} + \sum_{l=1}^{\text{LTE}} n_{xil}^* \right) + n_e. \quad (5.44)$$

Die Teilchenzahlerhaltung dient als Abschlussgleichung des Systems der statistischen Gleichungen. Für die Ladungserhaltung ergibt sich mit der Ladung $q(i)$ des Ions i

$$n_e = \sum_{x=1}^{\text{Element}} \sum_{i=1}^{\text{Ion}} q(i) \left(\sum_{l=1}^{\text{NLTE}} n_{xil} + \sum_{l=1}^{\text{LTE}} n_{xil}^* \right). \quad (5.45)$$

KAPITEL 6

Lösung des Gleichungssystems

Die Lösung des Gleichungssystems, bestehend aus der Strahlungstransportgleichung, den statistischen Gleichungen, den Gleichungen des hydrostatischen Gleichgewichts und der Energiebilanz sowie der Ladungserhaltung erfolgt in einem iterativen Schema (siehe Abbildung 6.1) mit Hilfe des neu entwickelten Programms ACDC-NLTE. Zuerst wird der Strahlungstransport formal entweder mit dem Feautrier- oder mit dem Short-Characteristics-Verfahren gelöst, dann wird mit Hilfe des Unsöld-Lucy-Verfahrens die Temperaturkorrektur ΔT bestimmt. Die Lösung der statistischen Gleichungen mit Hilfe des Strahlungsfeldes (4.26) liefert die Änderungen der Besetzungszahlen Δn_i . Aus dem hydrostatischen Gleichgewicht ergeben sich die Änderungen der Gesamteilchendichte ΔN und der Elektronendichte Δn_e .

Dieser Vorgang wird so oft wiederholt, bis die relativen Änderungen kleiner als das vorgegebene Konvergenzkriterium, zum Beispiel $\frac{\Delta x}{x} < 10^{-4}$, sind, wobei x die Zustandsgrößen (n_i, n_e, T) sind. Zusätzlich kann der astrophysikalische Fluss auf Konvergenz überprüft werden. Dies ist besonders in Fällen hilfreich, in denen zwar die Temperatur und die Teilchendichten konvergieren, nicht jedoch die Besetzungszahlen äußerst schwach bevölkerter Niveaus.

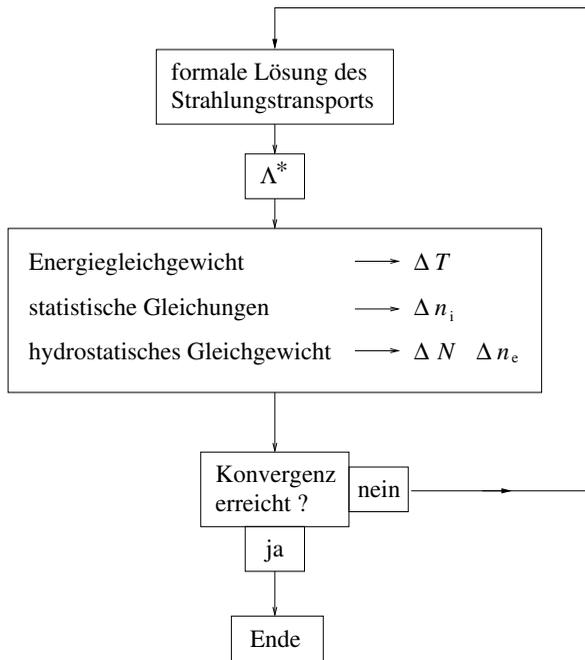


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung des Lösungsverfahrens der beschleunigten Lambda-Iteration (ALI).

Startmodelle

Wie im Falle der Theorie der Sternatmosphären ist es auch beim Modellieren synthetischer Spektren von Akkretionsscheiben notwendig, im ersten Schritt Modelle unter der Annahme lokalen thermodynamischen Gleichgewichts (LTE) und gleichzeitiger Verwendung frequenzgemittelter Opazitäten zu berechnen. Diese so genannten grauen LTE-Modelle dienen dann im zweiten Schritt als Startmodelle für detaillierte NLTE-Rechnungen. Nur dadurch können große numerische Instabilitäten zu Beginn der NLTE-Rechnungen umgangen werden. Die Berechnung der LTE-Modelle erfolgt wie im Falle von NLTE durch das Lösen der Strahlungstransportgleichung und der Strukturgleichungen. Auf die Abweichungen der Strukturgleichungen im Vergleich zum NLTE wird im Folgenden näher eingegangen, ebenso auf das Lösungsschema.

7.1 Lokales thermodynamisches Gleichgewicht

Anstelle der NLTE-Ratengleichungen zur Bestimmung der atomaren Besetzungszahlen können im Falle von LTE für die Anregung innerhalb einer Ionisationsstufe die Boltzmann-Gleichung

$$\frac{n_i}{n_j} = \frac{g_i}{g_j} e^{-(E_i - E_j)/kT} \quad (7.1)$$

und für die Ionisation die Saha-Gleichung

$$\frac{n_{\text{up}}}{n_{\text{low}}} = \frac{2}{n_e} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{g_{\text{up}}}{g_{\text{low}}} e^{-(E_{\text{up}} - E_{\text{low}})/kT} \quad (7.2)$$

beziehungsweise ihre Kombination zur Saha-Boltzmann-Gleichung verwendet werden. n sind wieder die Besetzungszahlen der Niveaus, wobei n_{up} und n_{low} die Besetzungszahlen zweier Niveaus in benachbarten Ionisationsstufen sind, g die statistischen Gewichte, E die Anregungs- beziehungsweise Ionisationsenergien, m_e die Elektronenmasse und h das Plancksche Wirkungsquantum.

Ein weiterer Unterschied zum NLTE ist, dass im Falle von LTE die Quellfunktion gleich der Planckfunktion ist, also

$$S_\nu \equiv B_\nu. \quad (7.3)$$

7.2 Temperaturstruktur

Um einen analytischen Ausdruck für die vertikale Temperaturstruktur eines Scheibenrings zu bekommen, kombiniert man, Hubeny (1990) folgend, die erste Momentengleichung der spezifischen Intensität und die Gleichung des Energiegleichgewichts zu

$$B(m) = \frac{\kappa_J(m) J(m) + \frac{9}{16\pi} \frac{GM_\star}{R^3} w(m)}{\kappa_B(m)}. \quad (7.4)$$

Im Falle von LTE gilt

$$S \equiv B = \frac{\sigma}{\pi} T^4, \quad (7.5)$$

eingesetzt in 7.4 und nach T^4 aufgelöst ergibt sich

$$T^4 = \frac{\pi \kappa_J(m) J(m) + \frac{9}{16\pi} \frac{GM_\star}{R^3} w(m)}{\sigma \kappa_B(m)}. \quad (7.6)$$

Mit Hilfe der Eddingtonfaktoren

$$f_K(m) = \frac{K(m)}{J(m)} \quad (7.7)$$

$$f_H = \frac{H(0)}{J(0)} \quad (7.8)$$

sowie der optischen Tiefe bezüglich der flussgemittelten Opazität,

$$\tau_H(m) = \int_0^m \kappa_H(m') dm' \quad (7.9)$$

der Hilfsgröße

$$\tau_\theta(m) = \int_0^m \kappa_H(m') \theta(m') dm' \quad (7.10)$$

die sich mit Hilfe von

$$\theta(m) = \frac{1}{\bar{w} M_0} \int_0^m w(m') dm' \quad (7.11)$$

bestimmen lässt, und der Definitionsgleichung der Effektivtemperatur

$$T_{\text{eff}}^4 = \frac{4\pi}{\sigma} H(0) \quad (7.12)$$

beziehungsweise entsprechend dem Standardmodell mit Gleichung 1.8

$$T_{\text{eff}} = \left(\frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\sigma R^3} \left(1 - \left(\frac{R_*}{R} \right)^{1/2} \right) \right)^{1/4} \quad (7.13)$$

ergibt sich schließlich für die Temperaturstruktur

$$T^4 = \frac{1}{4} T_{\text{eff}}^4 \left(\frac{\kappa_J}{\kappa_B f_K} \left(\frac{f_K(0)}{f_H} + \tau_H - \tau_\theta \right) + \frac{w}{\kappa_B M_0 \bar{w}} \right), \quad (7.14)$$

wobei die Tiefenabhängigkeit der einzelnen Größen der Übersichtlichkeit halber unterschlagen wurde. Diese Gleichung lässt sich durch Einführung von

$$\gamma_J = \frac{\kappa_J}{3\kappa_B f_K} \quad (7.15)$$

und

$$\gamma_H = \frac{\sqrt{3} f_K(0)}{f_H} \quad (7.16)$$

umformen in

$$T^4 = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^4 \left(\gamma_J \left(\tau_H - \tau_\theta + \frac{\gamma_H}{\sqrt{3}} \right) + \frac{1}{3M_0 \kappa_B} \frac{w}{\bar{w}} \right). \quad (7.17)$$

Gleichung 7.17 bestimmt die vertikale Temperaturschichtung der Akkretionsscheibe unter der Annahme lokalen thermodynamischen Gleichgewichts. Allerdings lässt sie sich nicht direkt lösen, da die Größen γ_J , γ_H , τ_H , τ_θ und κ_B nicht von vornherein bekannt sind. Es ist deshalb notwendig, zu Beginn einige Näherungen zu machen. Mit der Eddington-Näherung

$$f_K = \frac{1}{3} \quad (7.18)$$

und

$$f_H = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (7.19)$$

sowie Gleichsetzen von κ_J und κ_B (Mihalas, 1978) ergibt sich

$$\gamma_J = \gamma_H = 1. \quad (7.20)$$

Des Weiteren soll gelten $\tau_{\text{H}} = \tau_{\text{R}}$ mit der Rosselandschen optischen Tiefe τ_{R}

$$\tau_{\text{R}}(r) = - \int_{\infty}^r \bar{\kappa} dr' \quad (7.21)$$

und

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{\pi}{4\sigma T^3} \int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\nu}} \frac{\partial B_{\nu}}{\partial T} d\nu. \quad (7.22)$$

Außerdem sei $\kappa_{\text{B}} = \epsilon \kappa_{\text{R}}$ mit $\epsilon = \kappa_{\text{B}} M_0 / \tau_{\text{tot}}$. τ_{tot} ist die totale Rosselandsche optische Tiefe in der Mittelebene der Scheibe und M_0 die totale Säulenmasse. Unter der Annahme, dass sich die gemittelten Opazitäten und die Viskosität nur sehr langsam mit der Tiefe ändern, lässt sich schließlich noch die Näherung

$$\tau_{\theta} \sim \frac{1}{2} \tau_{\text{R}}^2 / \tau_{\text{tot}} \quad (7.23)$$

machen. Die Gleichung der vertikalen Temperaturstruktur für die graue LTE-Näherung lautet

$$T^4(m) = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^4 \left(\tau_{\text{R}}(m) \left(1 - \frac{\tau_{\text{R}}(m)}{2\tau_{\text{tot}}} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3\epsilon\tau_{\text{tot}}} \frac{w(m)}{\bar{w}} \right). \quad (7.24)$$

Im Falle von nicht-graue LTE gibt es eine alternative Methode zur Bestimmung der Temperaturschichtung, die nach ihren Entwicklern benannte Unsöld-Lucy-Methode (Lucy, 1964). Aus den frequenzintegrierten Momentengleichungen des Strahlungstransportes ergibt sich analog zum oben dargestellten NLTE-Fall für die Temperaturkorrektur in jeder Tiefe

$$\Delta T = \frac{3\pi}{4\sigma T_{\text{eff}}^3} \left(\gamma_{\text{J}} \left(\frac{\gamma_{\text{H}}}{\sqrt{3}} + \int_0^m \kappa_{\text{H}} \Delta H dm' \right) - \frac{1}{3\kappa_{\text{B}}} \frac{d\Delta H}{dm} \right). \quad (7.25)$$

7.3 Hydrostatisches Gleichgewicht

Für das hydrostatische Gleichgewicht gilt die bereits in Kapitel 5.3 beschriebene Formulierung auch im Falle von LTE, allerdings wird eine abgewandelte Form verwendet. Differenzialgleichungen zweiter Ordnung als Zweipunkt-Randwertprobleme haben sich als stabil und einfach zu implementieren bewährt (Feautrier, 1964). Differenziert man deshalb die Gleichung 5.38 des hydrostatischen Gleichgewichts noch

einmal nach m , dann ergibt sich unter Verwendung von

$$\frac{dz}{dm} = -\frac{1}{\rho} \quad (7.26)$$

und der Definition der Schallgeschwindigkeit

$$c_s^2 = \frac{P}{\rho} \quad (7.27)$$

eine Differenzialgleichung zweiter Ordnung

$$\frac{d^2 P}{dm^2} = -\frac{c_s^2}{P} \frac{G M_\star}{R^3}. \quad (7.28)$$

Sie beschreibt den totalen Druck als Summe aus Gasdruck und Strahlungsdruck. Ihre Lösung erfolgt wie gewohnt durch Diskretisierung. Die innere Randbedingung $P(M_0)$ ergibt sich aus der Taylorentwicklung von $P(m)$

$$P(m) = P(M_0) + (m - M_0)P'(M_0) + \frac{1}{2}(m - M_0)^2 P''(M) \quad (7.29)$$

und der Forderung $P'(M_0) = 0$. Für die äußere Randbedingung ergibt sich nach Hubeny (1990)

$$P(1) = \frac{m_1 c_s^2}{H_g} \frac{1}{f\left(\frac{z - H_r}{H_g}\right)} \quad (7.30)$$

mit

$$f(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{x^2} k(x) \quad (7.31)$$

und

$$k(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt. \quad (7.32)$$

H_g und H_r sind dabei die Druckskalenhöhen bezüglich Gasdruck und Strahlungsdruck, die folgendermaßen definiert sind:

$$H_g = \sqrt{\frac{2c_g^2}{GM_\star/R^3}}, \quad (7.33)$$

$$H_r = \frac{\sigma}{c} T_{\text{eff}}^4 \kappa_H \frac{GM_\star}{R^3}. \quad (7.34)$$

Hierbei bezeichnet c_g die Schallgeschwindigkeit bezüglich des Gasdrucks, bestimmt durch

$$c_g^2 = \frac{P_g}{\rho}. \quad (7.35)$$

7.4 Lösungsschema

Die Berechnung der Vertikalstruktur einer Akkretionsscheibe unter der Bedingung des LTE erfordert analog zum NLTE die Lösung des Strahlungstransports und der LTE-Strukturgleichungen in iterativer Form, wobei die graue Näherung der Temperaturgleichung nur in der ersten Iteration benutzt wird. Hierfür wurde das Programm ACDC-LTE entwickelt. Vorgegeben werden müssen Masse M_\star und Radius R_\star des Zentralobjektes, die Akkretionsrate \dot{M} , die Reynoldszahl Re sowie der radiale Abstand R des zu berechnenden Scheibenringes. Hieraus lassen sich direkt die Effektivtemperatur T_{eff} , die totale Säulenmasse M_0 sowie die vertikal gemittelte Viskosität $\bar{\nu}$ berechnen. Zuerst wird dann ein Tiefengitter erstellt, wobei die Tiefenpunkte auf einer logarithmischen Skala der Säulenmassendichte äquidistant verteilt sind, lediglich die innersten Punkte sind deutlich dichter gewählt, um zu große Gradienten und damit numerische Ungenauigkeiten zu vermeiden. Daraus wird die geometrische Tiefenskala $z(m)$ abgeleitet, und so die Dichte und der Gasdruck berechnet. Nach der Lösung der Temperaturgleichung können die Teilchendichten und atomaren Besetzungszahlen bestimmt werden.

Lösen von Gleichung 7.28 liefert den totalen Druck; zusammen mit der Temperatur werden wieder die Besetzungszahlen bestimmt. Die Lösung der Strahlungstransportgleichung liefert die für die Temperaturkorrektur nach Unsöld-Lucy nötigen frequenzgemittelten Größen des Strahlungsfeldes. Es wird solange iteriert, bis die Werte der Temperaturkorrektur hinreichend klein sind und Konvergenz erzielt wurde. Für eine Genauigkeit von 10^{-4} sind hierzu typischerweise dreißig bis fünfzig Iterationen notwendig.

KAPITEL 8

Berechnung synthetischer Spektren

Die Berechnung des synthetischen Spektrums einer Akkretionsscheibe vollzieht sich in mehreren Schritten (siehe Abbildung 8.4). Es werden dabei drei unterschiedliche Programme des entwickelten Softwarepaketes verwendet.

Zuerst erzeugt man mit Hilfe des Programms ACDC-LTE Startmodelle der einzelnen Scheibenringe. Die Abstände der Scheibenringe sollten so gewählt sein, dass sich ein kontinuierlicher Verlauf der Effektivtemperaturen einstellt. Im Innenbereich liegen die Ringe also dichter, im Außenbereich weniger dicht beieinander. Insgesamt sind für eine Akkretionsscheibe etwa zwanzig bis vierzig Ringe notwendig, je nach Ausdehnung der Scheibe und je nach Anspruch an die Genauigkeit des modellierten Spektrums. Die Säulenmasse am oberen Rand kann ebenfalls gewählt werden, standardmäßig ist sie auf $\log m = -4$ eingestellt. Falls Spektrallinien bis an den oberen Rand der Scheibe hin optisch dick sind, empfiehlt es sich, den oberen Rand zu kleineren $\log m$ -Werten zu verschieben. Außerdem müssen die benötigten Atomdaten sowie ein entsprechendes Frequenzgitter zur Verfügung gestellt werden. Beides geschieht wie in Werner, Rauch & Dreizler (1998) beschrieben.

Im nächsten Schritt werden mit Hilfe des Programms ACDC-NLTE die NLTE-Modelle der Scheibenringe berechnet. Gegebenenfalls wird dabei auch Einstrahlung vom Zentralobjekt berücksichtigt, indem für das einstrahlende Objekt ein Schwarzer Körper mit bestimmter Temperatur gewählt wird. Wahlweise können nun sowohl Kontinuumsmodelle als auch Linienmodelle berechnet werden. Oftmals erweist es sich aus Stabilitätsgründen als nötig, mit einem Kontinuumsmodell zu beginnen und dieses dann als Startmodell für die Berechnung eines Linienmodells zu verwenden. Die letzte formale Lösung der Strahlungstransportgleichung erfolgt mit dem auf Akkretionsscheiben erweiterten Programm LINE1 (siehe Werner, Rauch & Dreizler (1998)). Hierbei werden die zur detaillierten Linienprofilrechnung notwendigen Stark-Verbreiterungstabellen (Barnard, Cooper & Shamey, 1969; Griem, 1974; Lemke, 1997; Schöning & Butler, 1989) verwendet.

Im letzten Schritt werden mit ACDC-MAKEDISK die Spektren der konvergierten NLTE-Modelle zu einem Gesamtspektrum der Akkretionsscheibe für neun verschie-

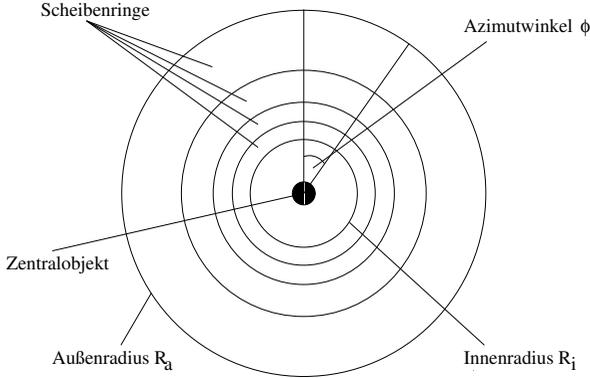


Abbildung 8.1: Schematische Darstellung der Systemgeometrie in Aufsicht.

dene Inklinationswinkel zusammengefügt. Das Gesamtspektrum der Scheibe ergibt sich als das Integral über die Einzelspektren unter Berücksichtigung des Inklinationswinkels i :

$$I(\nu) = \cos(i) \int_{R_i}^{R_a} \int_0^{2\pi} I(\nu, \phi, r) r d\phi dr. \quad (8.1)$$

R_i und R_a sind Innen- und Außenradius der Akkretionsscheibe, i der Inklinationswinkel und ϕ der Azimutwinkel (siehe Abbildungen 8.1 und 8.2).

Gleichzeitig werden die Spektrallinien entsprechend der Dopplerverschiebung auf Grund der Keplerrotation der Scheibe verbreitert. Für den Dopplereffekt gilt allgemein

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}, \quad (8.2)$$

die Frequenz ν wird also bei einer Bewegung mit der Geschwindigkeit v hin zur Frequenz ν' verschoben. Die Geschwindigkeit v_i ist für die hier betrachteten Akkretionsscheiben die Komponente der Keplerrotation v_r entlang der Sichtlinie unter Berücksichtigung des Inklinationswinkels i (siehe Abbildung 8.3):

$$v_i = v_r \sin(i). \quad (8.3)$$

Man erhält so schließlich synthetische Spektren der Akkretionsscheibe für die verschiedenen Inklinationswinkel.

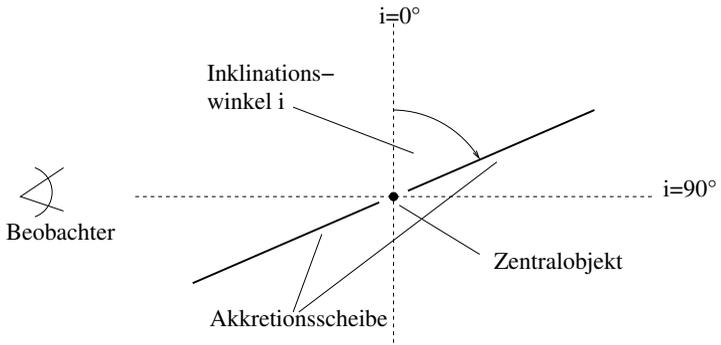


Abbildung 8.2: Schematische Darstellung der Systemgeometrie in Seitenansicht.

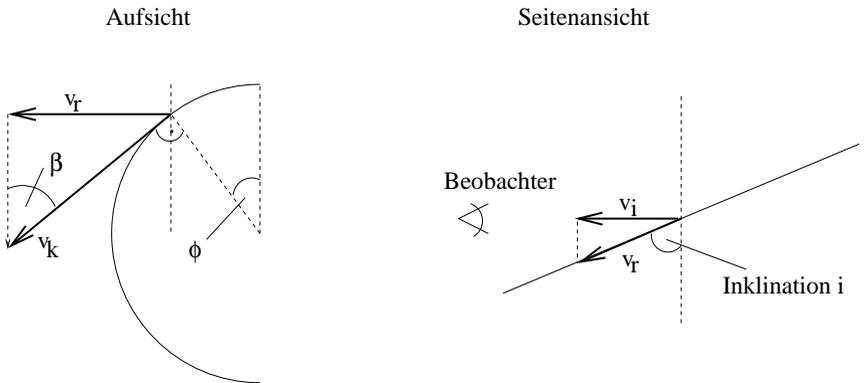


Abbildung 8.3: Schematische Darstellung zur Berechnung der Geschwindigkeitskomponente zum Beobachter unter Berücksichtigung der Inklination.

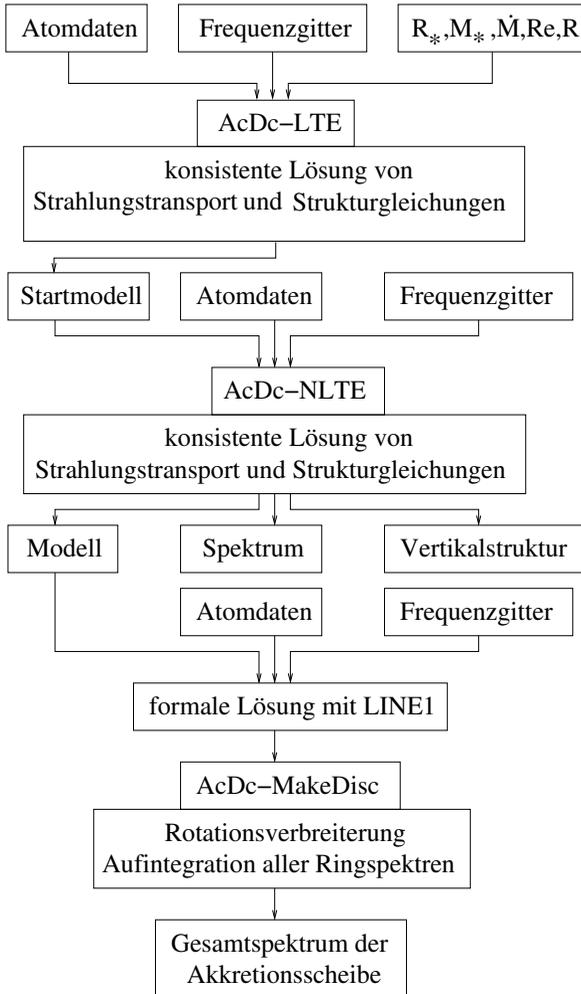


Abbildung 8.4: Schematische Darstellung der Berechnung von Vertikalstruktur und Spektrum einer Akkretionsscheibe mit dem Programmpaket ACDC.

KAPITEL 9

Atommodelle

Die Berechnung von Akkretionsscheibenmodellen erfordert die Bereitstellung einer Reihe von Daten über die verwendeten Atome. Dies geschieht in Form einer Datei, die vom Programm eingelesen wird. Sie enthält für jedes Ion die zu berücksichtigenden LTE- und NLTE-Niveaus sowie deren Ionisationsenergien und statistischen Gewichte. Die Grenze zwischen LTE und NLTE ist dabei frei wählbar. Die Bestimmung der Wirkungsquerschnitte und Stoßraten ist in Werner (1988) und Werner, Heber & Hunger (1991) ausführlich beschrieben. Die Hauptquellen für die verwendeten Atomdaten sind das Opacity Project (Seaton et al., 1994) und die Linienlisten von Kurucz (1991). Die Lyman-, Balmer und Paschen-Serie von H I, die Lyman-Serie von He I und die Lyman-, Balmer, Paschen- und Bracket-Serie von He II, einige Lyman- und Balmerlinien der Metalle sowie Resonanzlinien werden starkverbreitert gerechnet, die übrigen Linienprofile mit thermischer Dopplerverbreiterung. Für die Stark-Verbreiterung von Wasserstofflinien kommen die VCS-Verbreiterungstabellen nach Lemke (1997) zum Einsatz. Für die Stark-Verbreiterung von He I werden sowohl BCS-Tabellen (Barnard, Cooper & Shamey, 1969) als auch Griem-Tabellen (Griem, 1974), für He II die VCS-Tabellen nach Schöning & Butler (1989) verwendet. In Tabelle 9.1 sind für jedes Ion die berücksichtigten Niveaus und Linienübergänge aufgelistet.

Tabelle 9.1: Übersicht der verwendeten Niveaus und Linienübergänge

Ion	Niveaus	Übergänge	Ion	Niveaus	Übergänge
H I	16	29	Ne III	5	0
H II	1	-	Ne IV	10	1
He I	44	31	Ne V	13	4
He II	32	59	Ne VI	9	3
He III	1	-	Ne VII	1	0
C II	30	15	Mg III	19	0
C III	85	127	Mg IV	14	2
C IV	41	74	Mg V	21	2
C V	1	0	Mg VI	8	1
N II	22	0	Mg VII	1	0
N III	102	68	Si III	12	4
N IV	210	54	Si IV	23	44
N V	42	56	Si V	1	0
N VI	1	0			
O II	43	36			
O III	54	37			
O IV	69	5			
O V	21	1			
O VI	45	50			
O VII	1	0			

Teil II

Resultate

Nach der Entwicklung des Programmpaketes ACDC wird in den folgenden Kapiteln die Anwendung auf reale Systeme demonstriert. Im Mittelpunkt steht hierbei AMCVn, ein System, das bereits von Nasser, Solheim & Semionoff (2001) mit Hilfe von TLUSDISC (Hubeny et al., 2001) untersucht wurde. In diesem Teil der Arbeit soll es deshalb weniger um eine detaillierte Analyse von AMCVn, sondern vielmehr um einen Test des Programmpaketes ACDC gehen. Es gilt also herauszufinden, in wie weit die Ergebnisse von Nasser reproduziert werden können und welche Schwierigkeiten bei der Berechnung von Akkretionsscheibenmodellen unter Umständen auftreten. Ein weiteres Objekt, das als Testfall dient, ist der Röntgendoppelstern 4U 1626-67. Hierzu werden erste detaillierte Modelle einer wasserstoff- und heliumarmen Akkretionsscheibe vorgestellt. Besonderes Augenmerk gilt dabei dem Einfluss der Einstrahlung vom Zentralobjekt auf die Vertikalstruktur und das Spektrum.

KAPITEL 10

AM CVn – Ein kataklysmischer Variabler

10.1 AM CVn-Systeme

AM CVn Sterne, auch Helium-Kataklysmische genannt, bilden eine Untergruppe der Kataklysmischen Variablen und werden als Endprodukt in der Entwicklung enger Doppelsternsysteme betrachtet (El-Khoury & Wickramasinghe, 2000). Der Prototyp AM CVn (HZ 29) wurde zuerst von Malmquist (1936) und Humason & Zwicky (1947) beobachtet und von Greenstein & Matthews (1957) als DB-Weißer Zwerg klassifiziert. Andere wiederum sahen in ihm ein quasi-stellares Objekt (Burbidge, Burbidge & Hoyle, 1967) oder einen heißen Stern (Wampler, 1967). Nach der Entdeckung der periodischen Variabilität der Lichtkurve von etwa 17 Minuten (Smak, 1967) schlugen Warner & Robinson (1972) als Modell für AM CVn ein enges Doppelsternsystem mit Massentransfer vor. Zur Zeit sind elf derartige Systeme bekannt (Nasser, Solheim & Semionoff, 2001), sie sind in Tabelle 10.1 aufgelistet.

Nach heutigem Wissen handelt es sich hierbei um wechselwirkende Weiße Zwerg-Doppelsternsysteme (interacting binary white dwarfs, IBWD), bestehend aus einem entarteten C-O-Weißen Zwerg als Primärstern und einem teil-entarteten Sekundärstern äußerst geringer Masse, weitgehend bestehend aus Helium. Der Sekundärstern füllt sein Roche-Volumen aus und verliert via Roche-Lobe-Transfer Masse an den Primärstern, um welchen sich eine heliumreiche Akkretionsscheibe bildet.

Ein weiteres Charakteristikum der AM CVn Sterne ist ihre photometrische Variabilität im Bereich von 1000 Sekunden bis 3000 Sekunden. Diese kurzperiodischen Variationen werden als Superhump-Phänomen gedeutet, verursacht durch eine präzederende exzentrische Scheibe im Gezeiteninstabilitätsmodell (Whitehurst, 1988; Hirose & Osaki, 1990; Tsugawa & Osaki, 1997). Ein für die Entstehung von Gezeiteninstabilität nötiges extremes Massenverhältnis q von Sekundärstern zu Primärstern mit $q < 0,25$ ist in allen AM CVn Systemen erfüllt. Die aus den Superhumpperioden abgeleiteten Orbitalperioden liegen weit unterhalb des Periodenminimums der Kataklysmischen Variablen von 78 Minuten (Hellier, 2002). Heliumsterne sind bei gleicher

Masse kompakter als wasserstoffreiche Sterne. Dies führt in einem Binärsystem zu geringeren Abständen und somit geringeren Umlaufzeiten.

Die Entstehung von AMCVn-Systemen ist noch nicht zweifelsfrei geklärt. Zur Zeit werden zwei Szenarien diskutiert (Nelemans, Steeghs & Groot, 2001): Das erste Modell geht von einem engen System zweier Weißer Zwerge aus. Der leichtere der beiden füllt sein Roche-Volumen aus, es kommt zum Materieübertrag auf den schwereren Weißen Zwerg, jedoch ohne sofortige Bildung einer Akkretionsscheibe. Erst wenn nach etwa zehn Millionen Jahren die Masse des Sekundärsterns kleiner als 0,05 Sonnenmassen ist und der Abstand der beiden Weißen Zwerge zugenommen hat, kann sich eine Akkretionsscheibe um den Primärstern bilden. Das zweite Szenario beginnt mit einem massearmen, nicht-entarteten, heliumbrennenden Stern und einem Weißen Zwerg als Begleiter. Sind die beiden Komponenten nah genug beieinander, führt der Verlust von Drehimpuls durch Abstrahlung von Gravitationswellen zu Massenübertrag auf den Weißen Zwerg via Roche-Lobe-Transfer, noch bevor das Helium im Kern verbraucht ist. Ist das Massenverhältnis von Sekundärstern zu Primärstern kleiner als etwa 1,2, verläuft der Massenübertrag stabil (Tutukov & Fedorova, 1989). Sinkt die Masse des Heliumsterns unter etwa 0,2 Sonnenmassen, stoppt die Heliumfusion im Kern, und der Stern wird teil-entartet. In diesem Modell bildet sich immer eine Akkretionsscheibe, denn der Abstand der beiden Komponenten ist zu Beginn des Massentransfers relativ groß.

Generell hat die Abstrahlung von Gravitationswellen maßgeblichen Einfluss auf die Entwicklung der AMCVn Systeme (Hils & Bender, 2000). Sie gelten deshalb auch als Quellen der von LISA (Laser Interferometer Space Antenna) detektierbaren Gravitationswellen, da ihre Frequenzen im Bereich von 3 mHz liegen sollten und erwartet wird, dass sie das höchste Signal-zu-Rausch-Verhältnis aller zur Zeit bekannten Quellen haben (Hils & Bender, 2000).

10.2 Der Prototyp - AM CVn

10.2.1 Systemparameter

AMCVn setzt sich zusammen aus einer Primärkomponente mit $1,1 M_{\odot}$ und einer Sekundärkomponente mit etwa $0,09 M_{\odot}$. Der Radius R_{\star} des Primärsterns beträgt 4600 km, die Massentransferrate etwa $3 \cdot 10^{-9} M_{\odot}/a$ (Nasser, Solheim & Semionoff, 2001; Solheim et al., 1998). Für die Modellrechnungen wurde ein minimaler Innenradius der Akkretionsscheibe von $1,4 R_{\star}$ sowie ein maximaler Außenradius von $15 R_{\star}$ (dies entspricht etwa dem Gezeitenradius) angenommen, beide Werte wurden aber variiert, um Abhängigkeiten der Vertikalstruktur oder des Spektrums von der Scheibengröße herauszuarbeiten. Des Weiteren wurde der Inklinationwinkel der Akkretionsscheibe von 0° (face on) bis 90° (edge on) variiert, um Auswirkungen auf das

Name	M_1/M_\odot	M_2/M_\odot	M_1/M_\odot	M_2/M_\odot	Orbital- periode/s
KUV 01584-939	—	—	—	—	—
CP Eri	0,78	0,260	1,51	0,049	1701
RX J0806.3+1527	—	—	—	—	321
AM CVn	0,49	0,044	1,06	0,114	1028
GP Com	0,80	0,016	1,00	0,021	2790
CE 315	0,38	0,011	0,55	0,012	3906
V803 Cen	0,37	0,028	0,70	0,054	1611
CR Boo	0,67	0,030	1,31	0,062	1471
HP Lib	0,71	0,040	1,51	0,099	1103
RX J1914.4+2456	—	—	—	—	570
KL Dra	0,38	0,030	0,73	0,060	1502

Tabelle 10.1: Übersicht aller bekannten AM CVn Objekte. Die Massen der ersten beiden Massenspalten sind aus der Superhumpperiode unter Annahme eines entarteten Sekundärsterns abgeleitet, die Massen der zweiten Massenspalten aus der Superhumpperiode unter Annahme eines teil-entarteten Sekundärsterns (Solheim, 2003).

Spektrum zu untersuchen. Das Teilchenzahlverhältnis von Wasserstoff zu Helium in der Scheibe wurde zu 10^{-5} angenommen, Kohlenstoff, Stickstoff, Sauerstoff und Silizium wurden solar gewählt.

Insgesamt wurden 38 Scheibenringe berechnet. Alle Rechnungen wurden auf dem PC-Cluster des Astronomischen Institutes Tübingen (AIT) durchgeführt. Dort stehen zahlreiche Computer mit 1,6 bis 2,6 GHz Taktfrequenz zur Verfügung. Die Rechenzeit für ein Modell variiert dabei von Scheibenring zu Scheibenring mitunter deutlich zwischen Stunden und Tagen. Dies liegt im wesentlichen an Konvergenzproblemen, verursacht durch Ionisationsfronten, oder an numerischen Instabilitäten auf Grund von extrem kleinen Besetzungszahlen einzelner atomarer Niveaus.

10.2.2 Einfluss verschiedener Radien

Die Berechnung des Gesamtspektrums der Akkretionsscheibe erfolgte für verschiedene radiale Ausdehnungen der Scheibe, um herauszufinden, welchen Einfluss die Größe der Akkretionsscheibe auf das Spektrum hat. Der Innenrand wurde von $1,4$ bis $2 R_\star$, der Außenradius von 11 bis $15 R_\star$ variiert. Des Weiteren wurden Spektren vom heißen Innenbereich der Scheibe ($1,4$ bis $5 R_\star$) und vom kühleren Außenbereich (5 bis $15 R_\star$) berechnet.

Abbildung 10.1 zeigt das optische Spektrum von drei Akkretionsscheibenmodellen, bei denen der Außenradius $11 R_\star$ ($T_{\text{eff}} = 23\,500$ K), $13 R_\star$ ($T_{\text{eff}} = 21\,000$ K) und

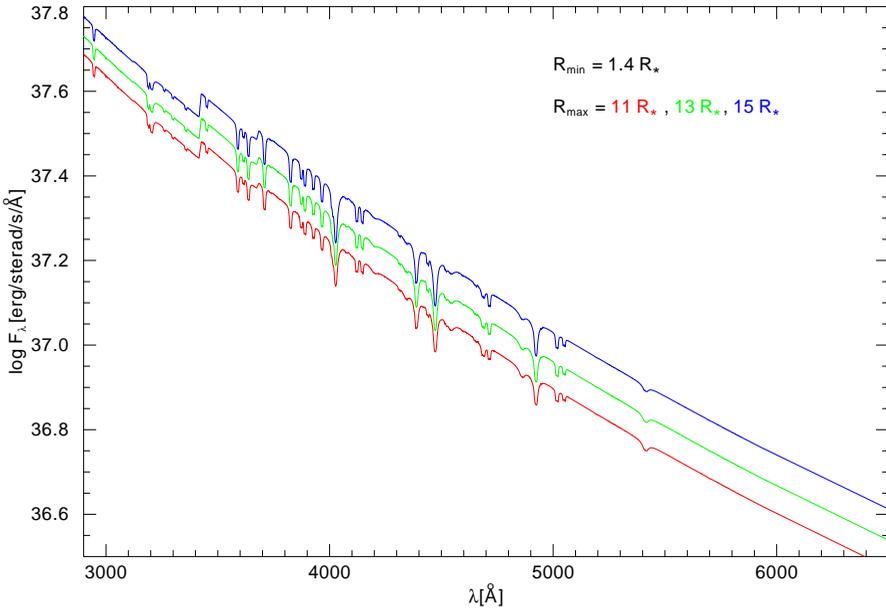


Abbildung 10.1: Optischer Bereich eines Modellspektrums für AM CVn. Der Innenradius der Akkretionsscheibe beträgt $1,4 R_*$, der Außenradius beträgt $11 R_*$ ($T_{\text{eff}} = 23\,500\text{ K}$, rot), $13 R_*$ ($T_{\text{eff}} = 21\,000\text{ K}$, grün) und $15 R_*$ ($T_{\text{eff}} = 19\,000\text{ K}$, blau), die Inklination 10° , die Massenakkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{a}$.

$15 R_*$ ($T_{\text{eff}} = 19\,000\text{ K}$) beträgt. Der Innenrand liegt jeweils bei $1,4 R_*$, die Akkretionsrate beträgt $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{a}$ und die Inklination 10° . Deutlich zu sehen ist die Zunahme des absoluten Flusses mit größer werdendem Außenradius. Dies ist auf die bei größerem Radius größere strahlende Fläche zurückzuführen.

Abbildung 10.2 zeigt Ausschnittsvergrößerungen der Modellspektren für die Linien He I $2p^1P - 5d^1D$ und He I $2p^3P - 4d^3D$ (links) und für die Linien He II $3 - 4$ und He I $2p^3P - 4s^3S$ (rechts), der Fluss wurde hierbei auf das Kontinuum normiert. Die Kerne der He I-Linien werden mit zunehmendem Radius der Scheibe tiefer. Dies ist damit zu erklären, dass die mit größer werdendem Außenradius hinzukommenden Bereiche der Akkretionsscheibe kühl genug sind, um starke He I-Linien zeigen zu können. Zusätzlich nimmt die Fläche dieser Bereiche einen Großteil der Gesamtfläche ein. In Übereinstimmung damit ist das Verhalten der He II-Linie bei 4686 \AA . Normiert auf das Kontinuum wird sie mit größer werdendem Außenradius schwächer,

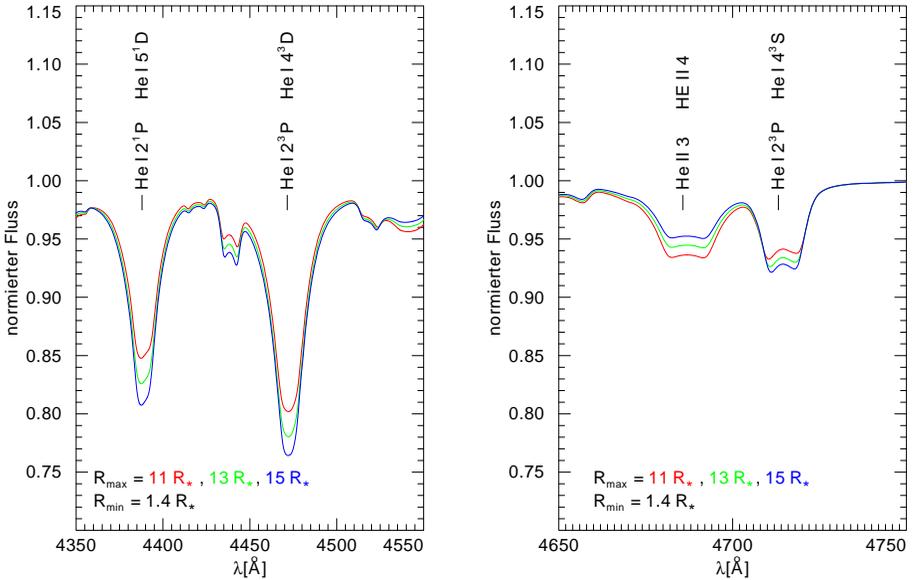


Abbildung 10.2: Ausschnitte aus dem optischen Modellspektrum für AM CVn. Der Innenradius der Akkretionsscheibe beträgt $1,4 R_*$, der Außenradius beträgt $11 R_*$ (rot), $13 R_*$ (grün) und $15 R_*$ (blau), die Inklination 10° , die Massenakkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/a$.

da die hinzukommenden Bereiche der Scheibe auf Grund ihrer geringen Effektivtemperatur kaum mehr einen Beitrag zur Linienabsorption leisten.

In Abbildung 10.3 sind drei Modellspektren für konstanten Außenradius von $15 R_*$, jedoch für drei verschiedene Innenradien von $1,4 R_*$ ($T_{\text{eff}} = 76\,200\text{ K}$), $1,8 R_*$ ($T_{\text{eff}} = 71\,500\text{ K}$) und $2,0 R_*$ ($T_{\text{eff}} = 68\,300\text{ K}$) zu sehen. Mit kleiner werdender Fläche, also weiter außen beginnender Akkretionsscheibe, nimmt der absolute Fluss analog zu Abbildung 10.1 ab. Die Flussabnahme ist allerdings relativ gering, da die Fläche eines Kreisringes von $1,4 R_*$ bis $2,0 R_*$ nur einen kleinen Bruchteil der Gesamtfläche beträgt und deshalb zum Gesamtfluss wenig beiträgt.

Abbildung 10.4 zeigt die bereits aus Abbildung 10.2 bekannten Ausschnitte der Modellspektren, diesmal für konstanten Außenradius von $15 R_*$ und variablen Innenradius von $1,4 R_*$, $1,8 R_*$ und $2,0 R_*$. Die He I-Linien werden tiefer mit weiter außen beginnender Akkretionsscheibe, die heißen Gebiete, in denen He II dominiert, werden abgeschnitten, wie sich am Verhalten der He II Linie in Abbildung 10.4 (rechts) zeigt.

Abbildung 10.5 vergleicht ein Modellspektrum des Innenbereichs der Akkretions-

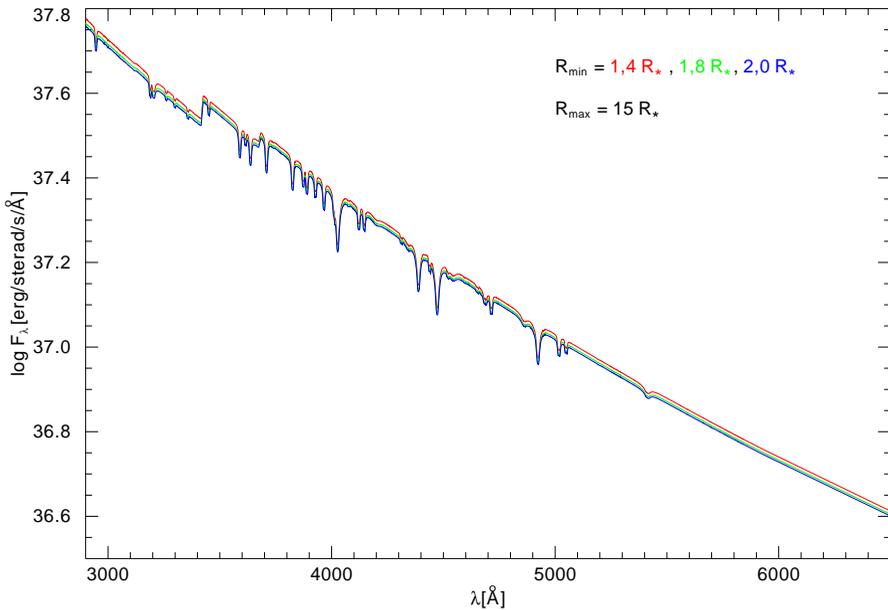


Abbildung 10.3: Optischer Bereich eines Modellspektrums für AM CVn. Der Außenradius der Akkretionsscheibe beträgt $15 R_*$, der Innenradius beträgt $1,4 R_*$ ($T_{\text{eff}} = 76\,200\text{ K}$, rot), $1,8 R_*$ ($T_{\text{eff}} = 71\,500\text{ K}$, grün) und $2,0 R_*$ ($T_{\text{eff}} = 68\,300\text{ K}$, blau), die Inklination 10° , die Massenakkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{a}$.

scheibe ($1,4$ bis $5 R_*$) mit einem Modellspektrum des Außenbereichs (5 bis $15 R_*$). Der UV-Bereich des Spektrums wird vom inneren Teil der Akkretionsscheibe dominiert, wohingegen der optische und IR-Bereich des Spektrums durch den äußeren Teil der Scheibe bestimmt ist. Deutlich zu erkennen ist die Dominanz von He I im Außenbereich.

10.2.3 Einfluss verschiedener Inklinationenwinkel

Alle Scheibenspektren wurden für neun verschiedene Inklinationenwinkel berechnet, sie betragen 10° , 23° , 36° , 48° , 60° , 70° , 78° , 85° und 89° . Ziel ist es herauszufinden, in wie weit die Stellung der Akkretionsscheibe im Raum einen beobachtbaren Einfluss auf das Spektrum hat, ein Vergleich eines synthetischen Spektrums mit einem beobachteten also Information über die Inklination liefern kann.

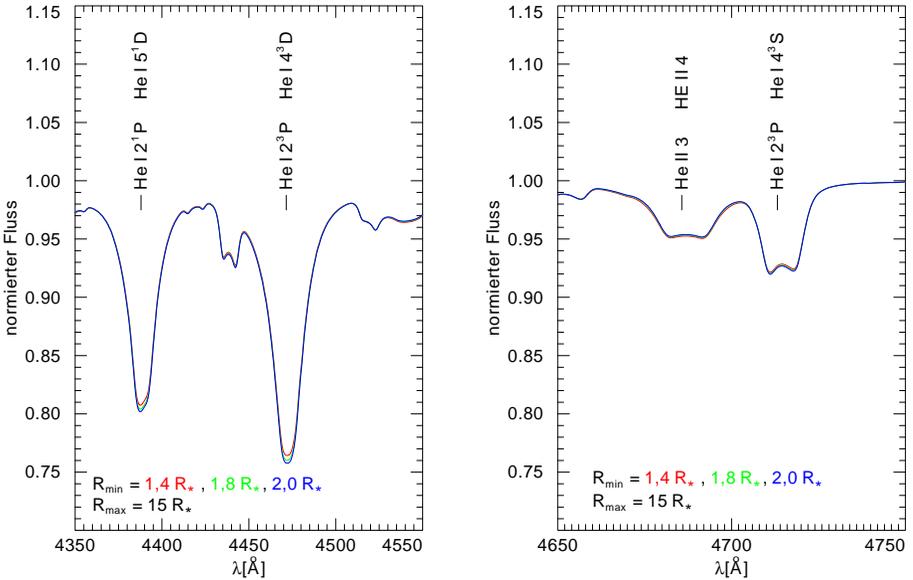


Abbildung 10.4: Ausschnitte aus dem optischen Modellspektrum für AMCVn. Der Außenradius der Akkretionsscheibe beträgt $15 R_*$, der Innenradius beträgt $1,4 R_*$ (rot), $1,8 R_*$ (grün) und $2,0 R_*$ (blau), die Inklination 10° , die Massenakkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/a$.

Die Abbildungen 10.6 und 10.7 zeigen einen Vergleich von Modellspektren für vier verschiedene Inklinationen. Der Innenradius der Akkretionsscheibe beträgt dabei jeweils $1,4 R_*$, der Außenradius $15 R_*$ und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/a$. Es ist deutlich zu erkennen, dass der absolute Fluss mit zunehmender Inklination geringer wird. Dies liegt an der kleiner werdenden projizierten Fläche der Akkretionsscheibe. Allerdings ist dieser Effekt nur bei bekannter Entfernung eines Objektes nutzbar. Des Weiteren sieht man, dass bei geringer Inklination die Linien schmal sind, bei hoher Inklination aber zu sehr breiten, flachen Linien werden. Dies liegt an der Zunahme der Rotationsverbreiterung bei größer werdender Inklination auf Grund des größer werdenden Radialanteils der Keplerbewegung. Anhand von Abbildung 10.7 ist zu erkennen, dass der Kontinuumsverlauf mit zunehmender Inklination flacher wird. Dies liegt daran, dass auf Grund des flacher werdenden Blickwinkels die Strahlung aus immer geringeren Tiefen stammt. Dort herrschen kühlere Temperaturen als in den tieferen Schichten (siehe Abbildung 10.9). Das kann beim Vergleich mit beobachteten Spektren als weiteres Bestimmungsmerkmal der Inklination dienen.

In Abbildung 10.8 sind wieder die bereits bekannten Ausschnitte der Modellspek-

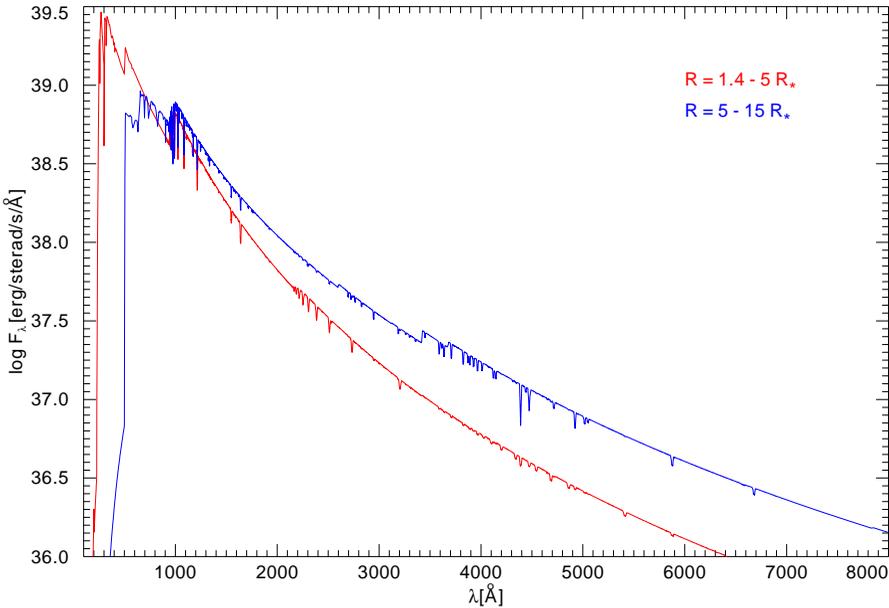


Abbildung 10.5: Vergleich der Modellspektren für AM CVn aus dem Innenbereich (1,4 bis $5 R_*$, rot) und dem Außenbereich (5 bis $15 R_*$, blau) der Akkretionsscheibe.

tren der kompletten Akkretionsscheibe zu sehen, der Inklinationswinkel beträgt dabei 10° , 36° und 60° . Man kann sehr gut erkennen, dass die bei kleinem Inklinationswinkel schmalen Linien bei großem Inklinationswinkel auf Grund der starken Rotationsverbreiterung zu sehr breiten Linien werden.

10.2.4 Vertikalschichtungen

Bezüglich der Vertikalschichtung der Scheibenringe sind vor allem der Temperatur- und Dichteverlauf sowie der Verlauf der Rosselandschen optischen Tiefe τ interessant. Sie sind in Abbildung 10.9 für jeweils drei Scheibenringe mit den Abständen $1,4 R_*$, $7 R_*$ und $15 R_*$ dargestellt. Für die x-Achse wird dabei die Säulenmasse als Tiefenskala verwendet. Anhand der oberen Graphik ist gut zu sehen, dass weiter innen liegende Scheibenringe deutlich heißer sind als weiter vom Zentralobjekt entfernte. Die Temperatur in der Mittelebene ist beim innersten Ring mehr als zweimal so hoch als beim äußersten Ring, ebenso verhält es sich mit der Oberflächentemperatur. Ge-

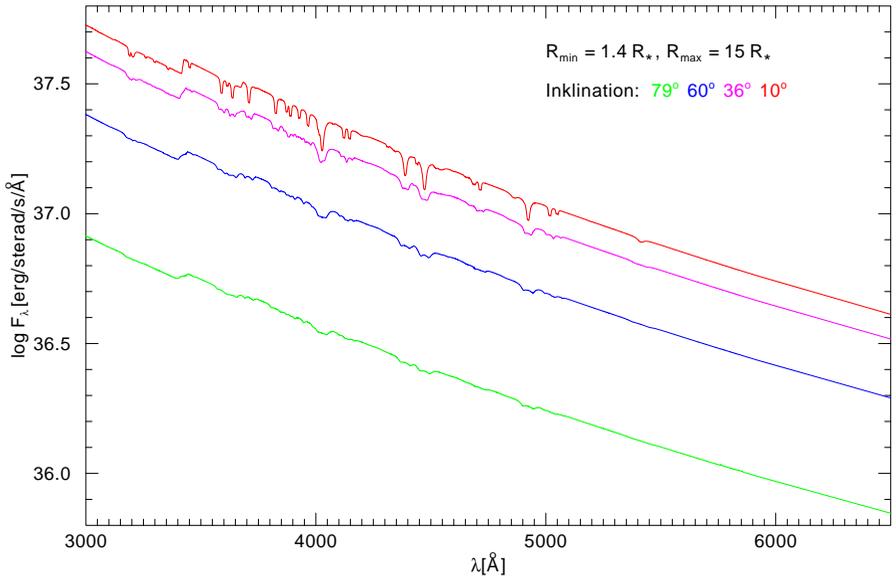


Abbildung 10.6: Verschiedene Modellspektren von AMCVn für vier verschiedene Inklinationen (10° , 36° , 60° und 79°). Der Innenradius liegt jeweils bei $1,4 R_\star$, der Außenradius bei $15 R_\star$ und die Akkretionsrate bei $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{a}$.

nerell steigt die Temperatur von der Oberfläche hin zur Mittelebene kontinuierlich an. Die Dichte (mittlere Graphik) ist beim innersten, heißesten Ring am höchsten, beim äußersten Ring ist sie etwa eine Größenordnung geringer. Sie nimmt beim innersten Ring kontinuierlich von der Oberfläche zur Mittelebene hin zu, der mittlere und äußerste Ring zeigen jedoch zusätzlich einmal beziehungsweise zweimal eine kurze Phase fallender Dichte, einen Bereich so genannter Dichteinversion. Alle drei Scheibenringe sind bis in eine Tiefe von -1 auf der logarithmischen Skala der Säulenmasse optisch dünn ($\tau < 1$), erst in Tiefen größer als $0,5$ werden sie optisch dick ($\tau > 100$). Der innerste Ring erreicht dabei eine optische Tiefe von $\tau = 328$, der äußerste Ring von $\tau = 960$. Die Zunahme der optischen Tiefe verläuft stets kontinuierlich.

Abbildung 10.10 zeigt den radialen Verlauf der Effektivtemperatur T_{eff} , der Flächen-dichte Σ und der Scheibenhöhe H für eine Akkretionsscheibe von $1,4 R_\star$ bis $15 R_\star$ mit einer Akkretionsrate von $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{y}$. Die jeweils berechneten Scheibenringe sind mit einem Kreis gekennzeichnet. Gut zu erkennen ist der zuerst steile Abfall

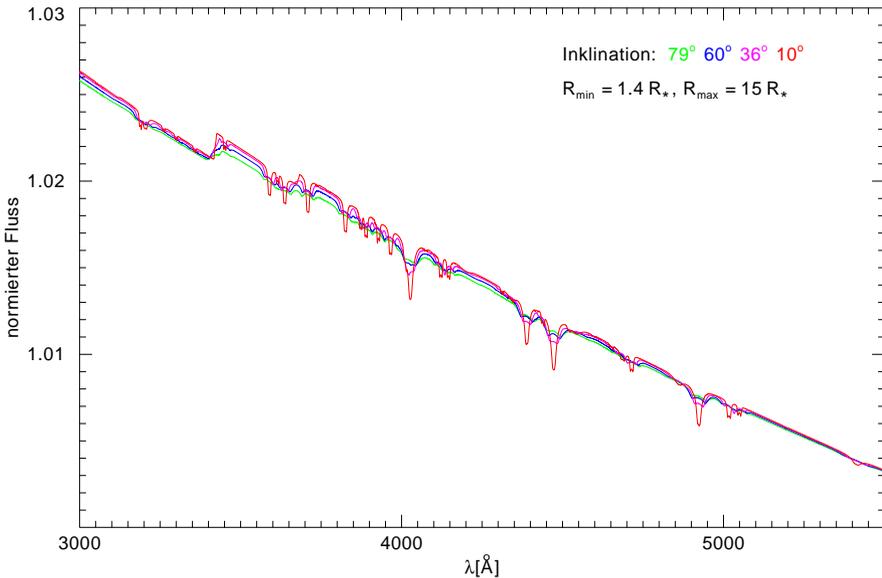


Abbildung 10.7: Verschiedene Modellspektren von AM CVn für vier verschiedene Inklinationenwinkel (10° , 36° , 60° und 79°), normiert auf den Fluss bei $5931,74 \text{ \AA}$. Der Innenradius liegt jeweils bei $1,4 R_*$, der Außenradius bei $15 R_*$ und die Akkretionsrate bei $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{a}$.

der Effektivtemperatur (untere Graphik) gemäß Gleichung 1.8. Mit zunehmendem Abstand vom Zentralobjekt wird der Verlauf jedoch flacher, die Effektivtemperatur ändert sich nur noch wenig. Des Weiteren erkennt man, dass die Flächendichte (mittlere Graphik) ein Maximum durchläuft. Dieses Verhalten lässt sich bereits an der Gleichung 5.17 zur Beschreibung der Flächendichte erkennen. Nicht überraschend ist die Steigerung der Scheibenhöhe mit zunehmendem Radius auf Grund der mit größer werdendem Abstand geringer werdenden Vertikalkomponente der Gravitation (obere Graphik).

Abbildung 10.11 zeigt die Temperaturverteilung in einem radialen Schnitt durch die Akkretionsscheibe. Gut zu erkennen ist der Temperaturabfall sowohl vertikal von der Mittelebene nach oben als auch radial nach außen. Zur Orientierung sind Isolinien für die Temperaturen $30\,000 \text{ K}$, $60\,000 \text{ K}$, $100\,000 \text{ K}$, $150\,000 \text{ K}$ und $200\,000 \text{ K}$ eingezeichnet.

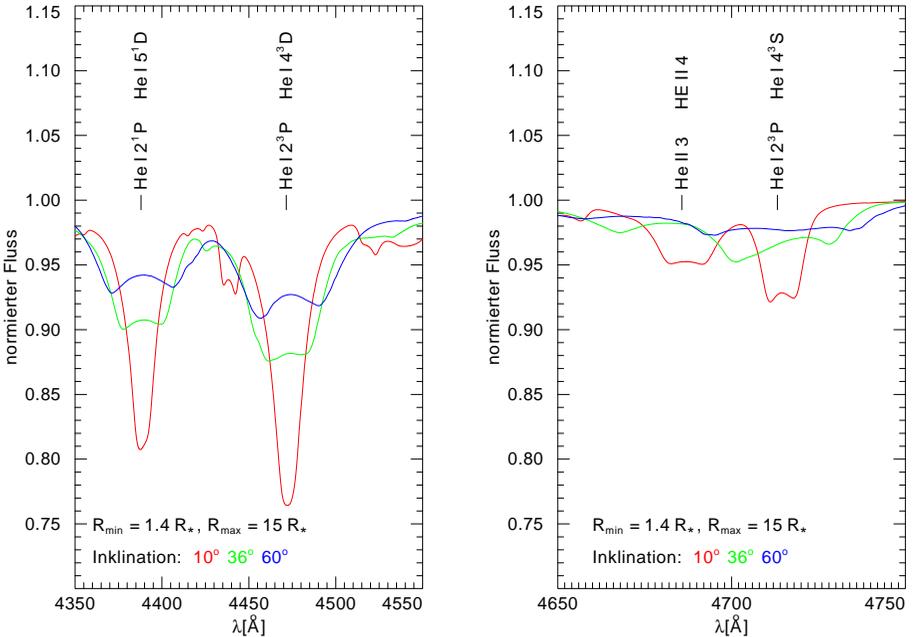


Abbildung 10.8: Ausschnitte aus dem optischen Modellspektrum für AMCVn. Die Inklinationen betragen 10° , 36° und 60° , der Innenradius liegt jeweils bei $1,4 R_\star$, der Außenradius bei $15 R_\star$ und die Akkretionsrate bei $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{a}$.

10.2.5 Einfluss der Viskosität

Exemplarisch an einem Scheibenring wird die Abhängigkeit des Spektrums von der Formulierung der Viskosität aufgezeigt. Hierzu wird der Scheibenring mit vertikal konstanter Viskosität berechnet sowie mit vertikal zum oberen Rand fallender Viskosität. Zusätzlich werden verschiedene Werte für die Reynoldszahl gewählt. Abbildung 10.12 zeigt den vertikalen Verlauf von Temperatur, Dichte und Rosseland'scher optischer Tiefe für einen Scheibenring im Abstand $1,4 R_\star$. In blau dargestellt ist ein Modell mit vertikal konstanter Viskosität, rot und grün dargestellt Modelle mit vertikal von der Mittelebene aus leicht abnehmender Viskosität. Hierbei ist beim roten Modell die Viskosität für das innerste eine Prozent der Massenskala konstant, beim grünen Modell dagegen für die inneren 99 Prozent der Massenskala (siehe Abbildung 10.13 oben). Es ist deutlich zu erkennen, dass alle drei Modelle nahezu deckungsgleich sind, lediglich im äußeren Bereich gibt es bei der Temperatur und der optischen Tiefe leichte Abweichungen. Auch die dazugehörigen Spektren (siehe Abbil-

dung 10.14 unten) zeigen kaum Unterschiede. Der absolute Fluss des Modells mit konstanter Viskosität ist auf Grund der leicht höheren Temperaturen etwas größer als bei den Modellen mit tiefenabhängiger Viskosität.

Abbildung 10.14 zeigt den vertikalen Verlauf von Temperatur, Dichte und Rosse-landscher optischer Tiefe von vier Modellen mit leicht tiefenabhängiger Viskosität [siehe dazu Abbildung 10.15, oben] für vier verschiedene Reynoldszahlen (5 000, 12 000, 15 000 und 18 000, die entsprechenden α -Werte lauten 0,58, 0,26, 0,21 und 0,17). Die Vertikalstrukturen der Modelle, deren Reynoldszahl zwanzig Prozent größer beziehungsweise kleiner als 15 000 ist, sind beinahe deckungsgleich. Lediglich das Modell, dessen Reynoldszahl mit 5 000 nur ein Drittel des ursprünglichen Wertes beträgt, zeigt in den Außenbereichen eine höhere, in den Innenbereichen eine niedrigere Temperatur. Die Dichte ist generell etwas kleiner als bei den drei anderen Modellen, auch die totale Säulenmassendichte ist kleiner. Die Spektren aller vier Modelle sind nahezu identisch, wie sich anhand von Abbildung 10.15 (unten) zeigt.

Eine Temperatorkatastrophe für konstante Viskosität wurde nicht beobachtet, wohl aber ein starker Anstieg mit anschließendem Abfall der Temperatur in den oberen Bereichen der Akkretionsscheibe im Falle einer Scheibe aus reinem Wasserstoff. Dies ist in Abbildung 10.16 dargestellt, rot das Modell mit konstanter Viskosität, blau das Modell mit vertikal um 25 Prozent abnehmender Viskosität.

Eine starke Abhängigkeit von der vertikalen Formulierung der Viskosität im Falle der hier betrachteten metallhaltigen Akkretionsscheibenmodelle besteht also nicht. Auch Änderungen der Reynoldszahl um zwanzig Prozent haben keinen erkennbaren Einfluss auf die Vertikalstruktur und das Spektrum. Allerdings hat eine nach außen abfallende Viskosität eine kühlende Wirkung, weshalb der Parameter ζ bei der Formulierung der tiefenabhängigen Viskosität nicht zu groß gewählt werden sollte. Für die hier gezeigten Modelle wurde $\zeta = 0,001$ gesetzt, die Viskosität nimmt folglich nur sehr leicht nach außen hin ab. Auf das Konvergenzverhalten oder die numerische Stabilität konnte kein Einfluss festgestellt werden, solange ζ nicht zu groß ist. Werte von $\zeta = 0,01 - 0,1$ haben bei metallhaltigen Modellen zu Konvergenzproblemen geführt, nicht jedoch bei reinen Wasserstoffmodellen.

10.2.6 LTE und NLTE

In Abbildung 10.17 wird ein LTE-Modell mit einem NLTE-Modell verglichen, um die Abweichung der Akkretionsscheibe vom lokalen thermodynamischen Gleichgewicht und damit die Notwendigkeit detaillierter NLTE-Modelle aufzuzeigen. Hierzu wird exemplarisch an einem Scheibenring im Abstand von $1,4 R_*$ der Spektralbereich um die He II-Linie bei 4686 \AA untersucht. Deutlich ist zu erkennen, dass die Spektrallinien des LTE-Modells zu schmal sind. Der Linienkern der He II-Linie ist im NLTE-Modell tiefer als im LTE-Modell. Außerdem sind die Emissionslinien von C IV ($\lambda\lambda 4658 \text{ \AA}, 4660 \text{ \AA}$) des NLTE-Modells im LTE-Modell in Absorption. Die Näherung des

LTE ist unter den in der Akkretionsscheibe herrschenden Bedingungen offensichtlich nicht mehr erfüllt, realistische Modelle müssen im NLTE gerechnet werden.

10.2.7 Vergleich von Modellspektren und beobachteten Spektren

Ziel der Berechnung synthetischer Spektren von Akkretionsscheiben ist es, aus dem Vergleich mit beobachteten Spektren Systemparameter wie radiale Ausdehnung der Scheibe, Akkretionsrate, Inklination und chemische Zusammensetzung bestimmen zu können. In dieser Arbeit wird hierzu ein von Thomas Rauch am 6 m-Teleskop des SAO (Russland) aufgenommenes und zur Verfügung gestelltes Spektrum verwendet.

Abbildung 10.18 zeigt das beobachtete Spektrum von AM CVn verglichen mit drei Modellspektren mit verschiedenen Außenradien ($11 R_*$, $13 R_*$ und $15 R_*$) bei konstantem Innenradius ($1,4 R_*$). Die Inklination beträgt dabei jeweils 36° und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/a$. Der maximale Scheibenradius wird mit $15 R_*$ offenbar etwas überschätzt, mit $11 R_*$ dagegen etwas unterschätzt, weshalb die Wahl auf $13 R_*$ als maximaler Akkretionsscheibenradius fällt.

Abbildung 10.19 zeigt das beobachtete Spektrum von AM CVn, verglichen mit drei Modellspektren mit verschiedenen Innenradien ($1,4 R_*$, $1,8 R_*$ und $2,0 R_*$) bei konstantem Außenradius ($15 R_*$). Die Inklination beträgt dabei jeweils 36° und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/a$. Die Linientiefe des Modells ist bei größerem Innenradius geringfügig größer als in der Beobachtung. Für den minimalen Scheibenradius erscheint somit $1,4 R_*$ als der beste Wert.

Abbildung 10.20 zeigt das beobachtete Spektrum von AM CVn, verglichen mit vier Modellspektren mit verschiedenen Inklinationen (23° , 36° , 48° und 60°). Der Innenradius beträgt dabei jeweils $1,4 R_*$, der Außenradius $13 R_*$ und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/a$. Das Modell mit 23° zeigt zu schmale Linien, wohingegen die Modelle mit 48° und 60° zu breite Linien aufweisen. Die beste Übereinstimmung der Linienbreite von Modell und Beobachtung ergibt sich für einen Inklinationenwinkel von 36° .

In Abbildung 10.21 sind das beobachtete Spektrum sowie das damit am besten übereinstimmende Modellspektrum von AM CVn zu sehen. Die Akkretionsscheibe erstreckt sich somit von $1,4 R_*$ bis $13 R_*$, ihr Inklinationenwinkel beträgt 36° und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/a$. Das angenommene Teilchenzahlverhältnis Helium zu Wasserstoff von $10^5 : 1$ erweist sich als realistisch, denn weder Modell noch Beobachtung zeigen Spektrallinien des Wasserstoffs. Diese Ergebnisse stimmen gut mit denjenigen von Nasser, Solheim & Semionoff (2001) überein.

Um Aussagen über Häufigkeiten von Metallen machen zu können, ist es nötig, ein UV-Spektrum zum Vergleich heranzuziehen. Die Bestimmung der Metallhäufigkeiten ist insofern interessant, da sie unter Umständen eine Unterscheidung der verschiedenen Entwicklungsszenarien von AM CVn-Objekten erlaubt. Besteht das System aus

einem Weißen Zwerg und einem Heliumstern, so sollten Produkte des Heliumbrennens nachweisbar sein. Modellrechnungen zeigen allerdings, dass die beiden Sterne sehr schnell in Kontakt miteinander kommen und so das Heliumbrennen unterdrückt wird (Nelemans, Steeghs & Groot, 2001). Doch wenn der Heliumstern konvektiv wird, sollten dennoch Metalle in der Scheibe nachweisbar sein. Im Falle eines Systems aus zwei Weißen Zwergen ist zu erwarten, dass die Akkretionsscheibe frei von Metallen ist, wenn die Metalle in den Weißen Zwergen im Schwerfeld abgesunken sind, bevor die beiden Sterne in Kontakt kommen. In beiden Entwicklungsszenarien spielt die Zeitdauer bis ein Kontaktsystem entsteht eine große Rolle bezüglich der Metallhäufigkeit, eine Unterscheidung der beiden Szenarien erscheint aber möglich. In Abbildung 10.22 wird ein mit dem STIS-Spektrographen des HST gewonnenes UV-Spektrum mit einem Modellspektrum von AM CVn verglichen. Der Innenradius des Modells beträgt $1,4 R_*$, der Außenradius $13 R_*$, die Inklination 10° und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{a}$. Neben einer Reihe interstellarer Linien sind C III λ 1175 Å, N V $\lambda\lambda$ 1238, 1242 Å, C IV $\lambda\lambda$ 1548, 1550 Å und He II λ 1640 Å gut zu erkennen, ebenso die Linien von Si III λ 1299 Å und Si IV $\lambda\lambda$ 1394, 1403 Å. N V, C IV und He II zeigen dabei deutliche P-Cygni-Profile, ein Umstand, der auf das Vorhandensein eines Scheibenwindes hindeutet. Die Häufigkeit von Stickstoff und Sauerstoff scheint mit solar unterschätzt worden zu sein. Eine detaillierte Häufigkeitsbestimmung unter Berücksichtigung von Windeffekten liegt jenseits der Zielsetzung dieser Arbeit.

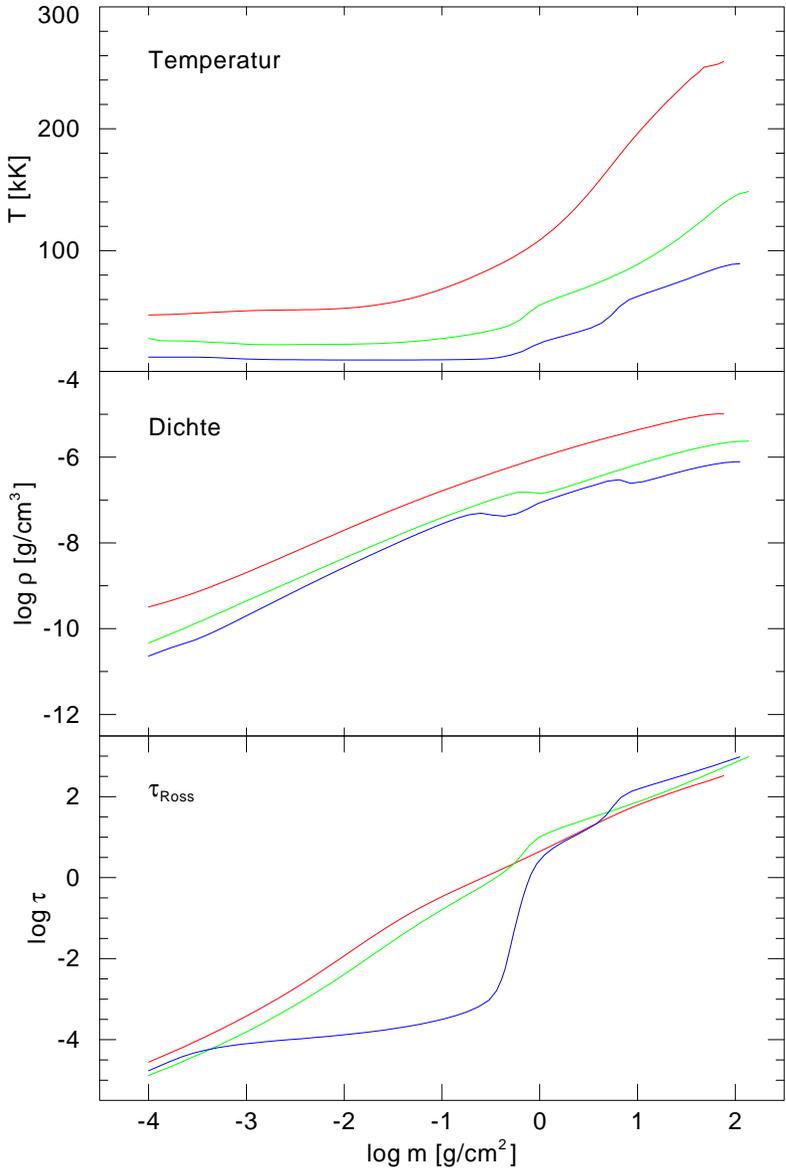


Abbildung 10.9: Vertikaler Verlauf von Temperatur (oben), Dichte (Mitte) und Rosselandscher optischer Tiefe (unten) für drei Scheibenringe mit den Abständen $1,4 R_*$ (rot), $7 R_*$ (grün) und $15 R_*$ (blau).

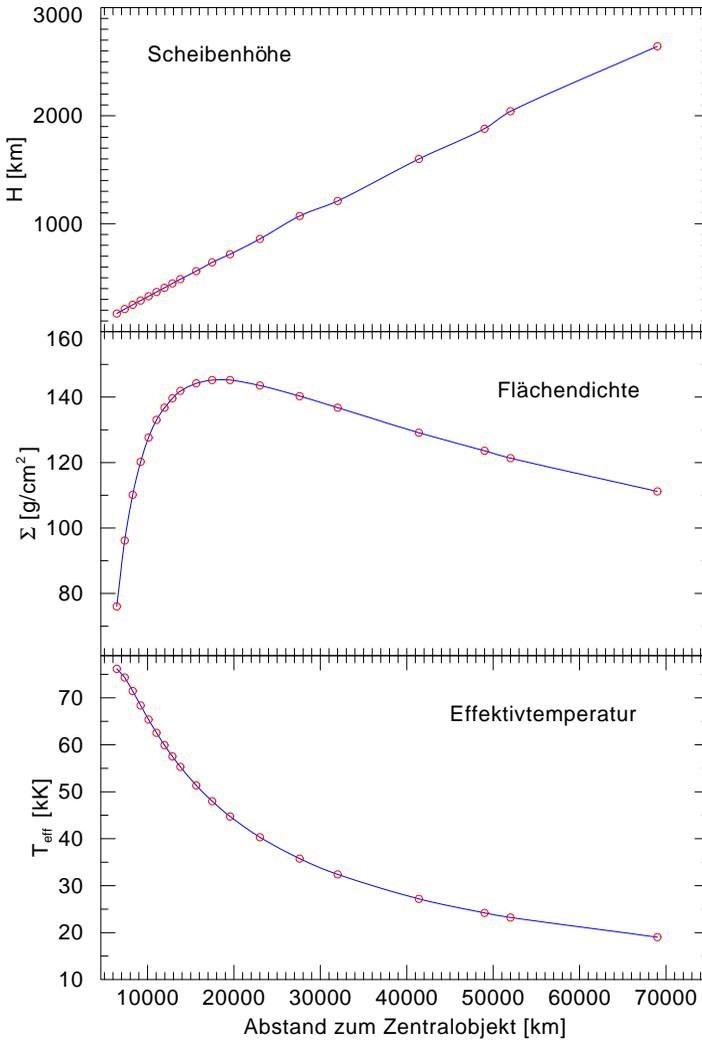


Abbildung 10.10: Radialer Verlauf der Scheibenhöhe H (oben), der Flächendichte Σ (Mitte) und der Effektivtemperatur T_{eff} (unten). Der Innenradius der Modelle beträgt hierbei $1,4 R_*$, der Außenradius $15 R_*$ und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_{\odot}/\text{a}$. Rote Kreise kennzeichnen die einzelnen berechneten Scheibenringe.

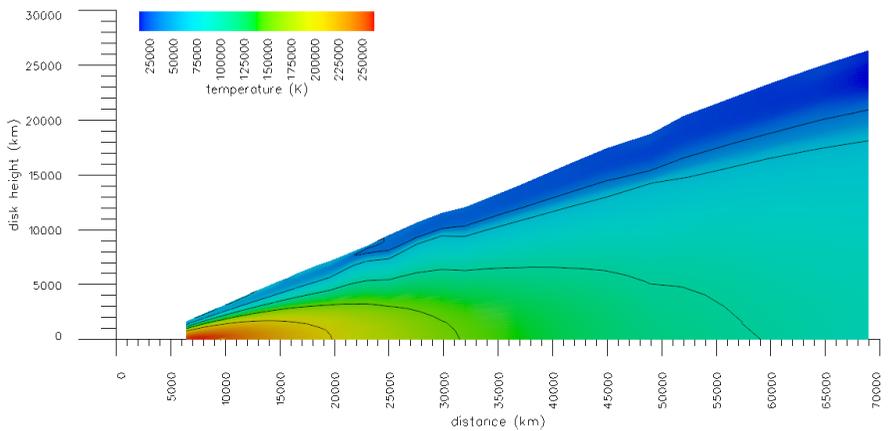


Abbildung 10.11: Radialer Schnitt durch eine Akkretionsscheibe mit einer Ausdehnung von $1,4 R_*$ bis $15 R_*$ und einer Akkretionsrate von $3 \cdot 10^{-9} M_{\odot}/a$. Die Scheibenhöhe ist um einen Faktor zehn gestreckt. Eingezeichnet sind außerdem Isolinien für die Temperaturen 30 000 K, 60 000 K, 100 000 K, 150 000 K und 200 000 K.

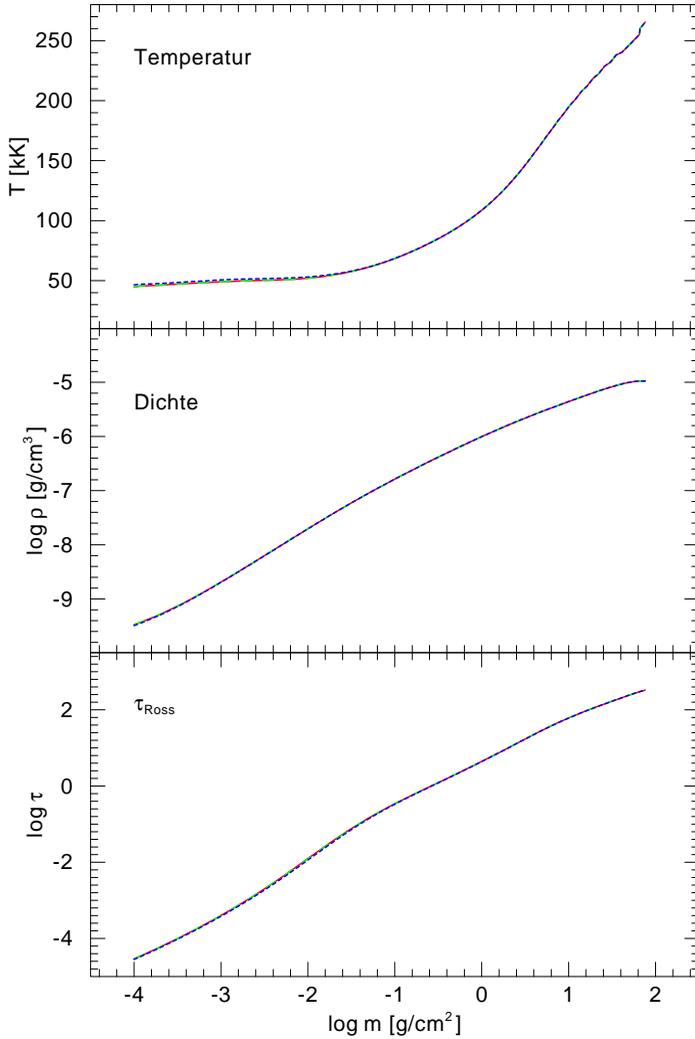


Abbildung 10.12: Vertikaler Verlauf von Temperatur (oben), Dichte (Mitte) und Rosseland-scher optischer Tiefe (unten) für einen Scheibenring im Abstand von $1,4 R_*$, sowohl mit vertikal konstanter Viskosität (blau), als auch mit vertikal von der Mittelebene aus abnehmender Viskosität (rot und grün).

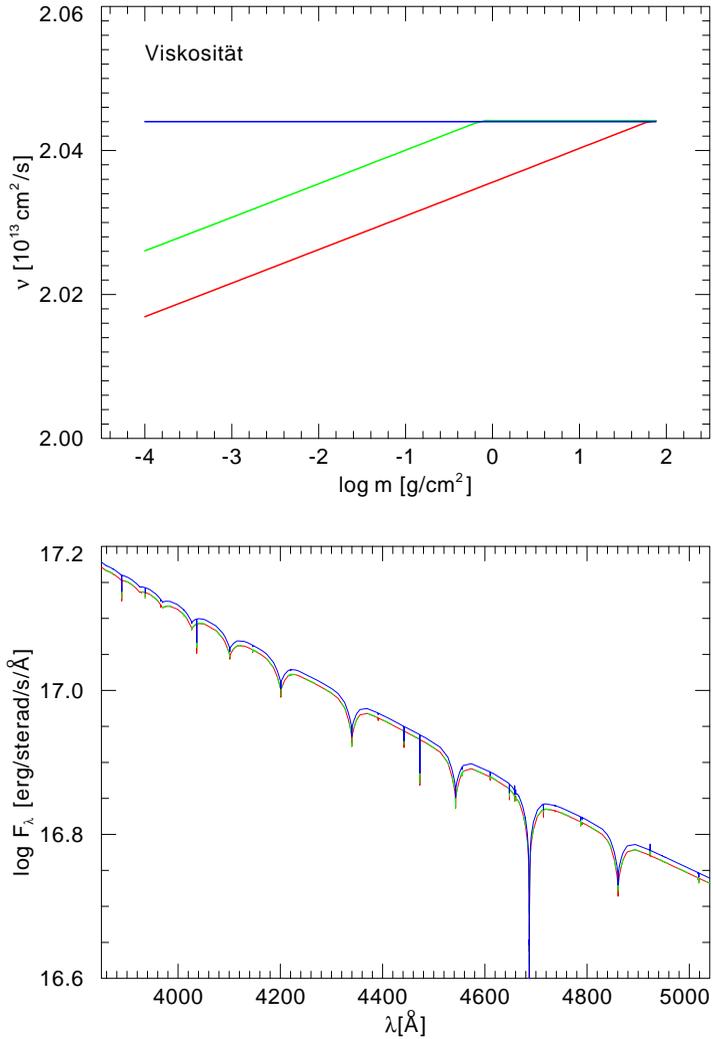


Abbildung 10.13: Verlauf der Viskosität (oben) und Modellspektren (unten) für einen Scheibenring im Abstand $1,4 R_*$, sowohl mit vertikal konstanter Viskosität (blau), als auch mit vertikal von der Mittelebene aus abnehmender Viskosität (rot und grün).

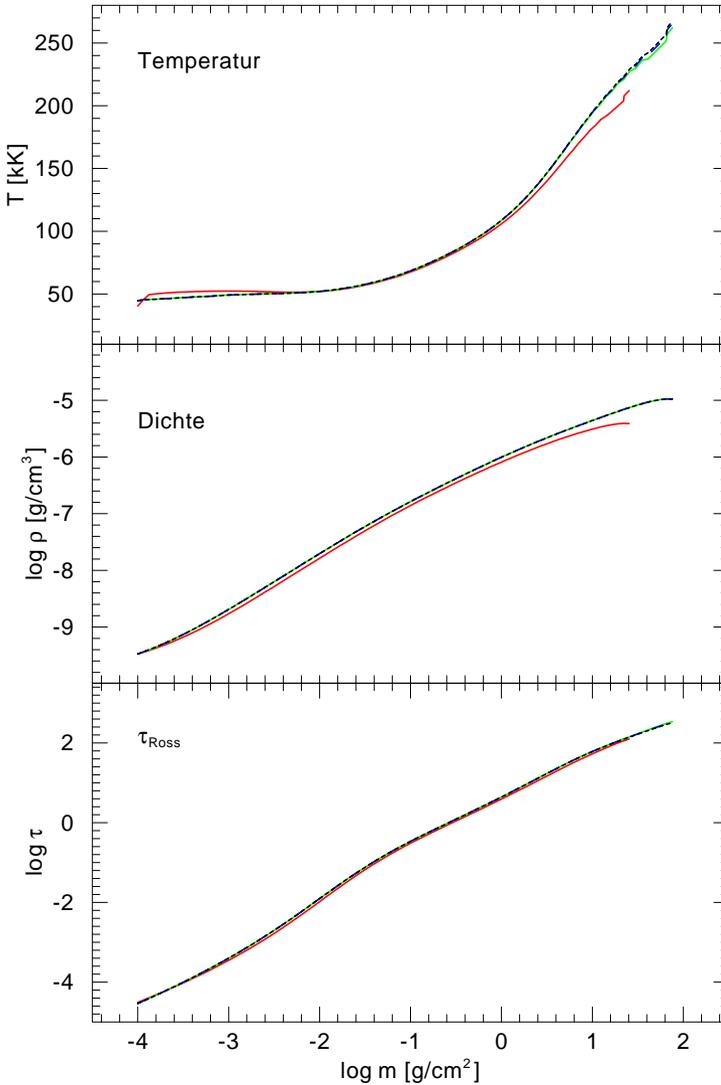


Abbildung 10.14: Vertikaler Verlauf von Temperatur (oben), Dichte (Mitte) und Rosseland-scher optischer Tiefe (unten) für einen Scheibenring im Abstand $1,4 R_*$ mit tiefenabhängiger Viskosität für die Reynoldszahlen 5 000 (rot), 12 000 (grün), 15 000 (blau) und 18 000 (schwarz).

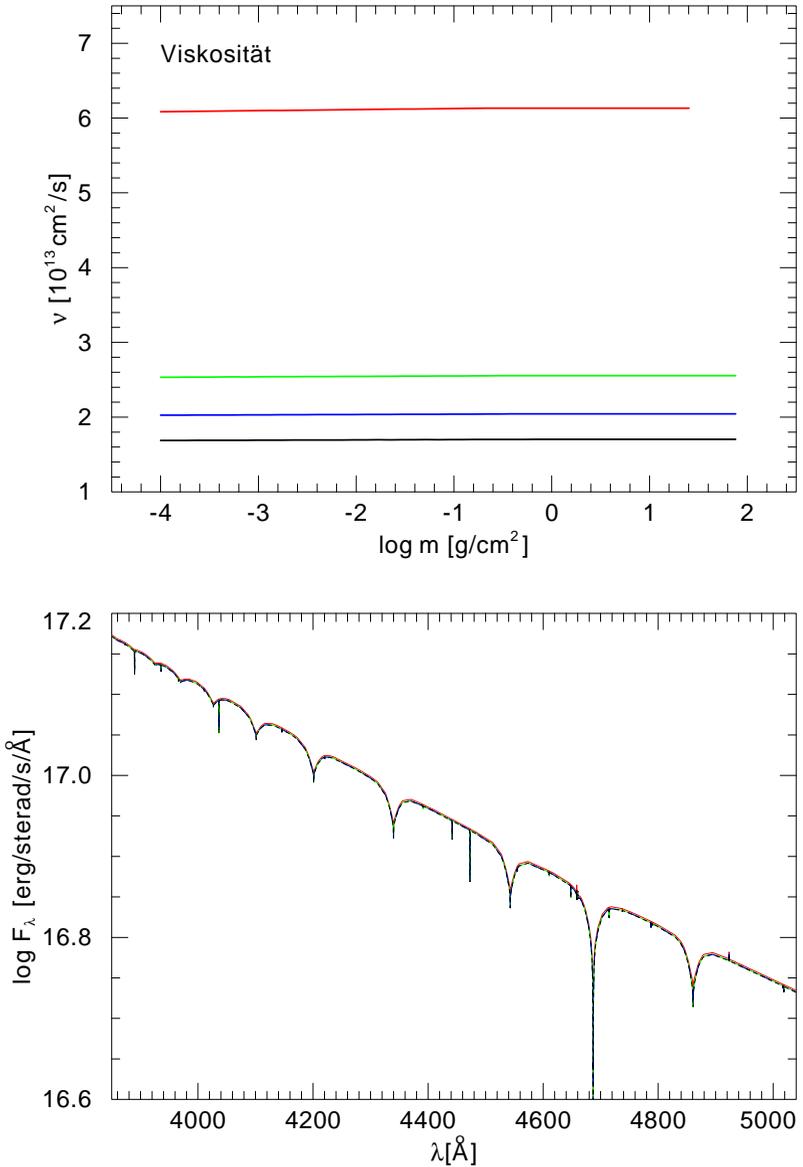


Abbildung 10.15: Verlauf der Viskosität (oben) und Modellspektren (unten) für einen Scheibenring im Abstand $1,4 R_*$ mit tiefenabhängiger Viskosität für die Reynoldszahlen 5 000 (rot), 12 000 (grün), 15 000 (blau) und 18 000 (schwarz).

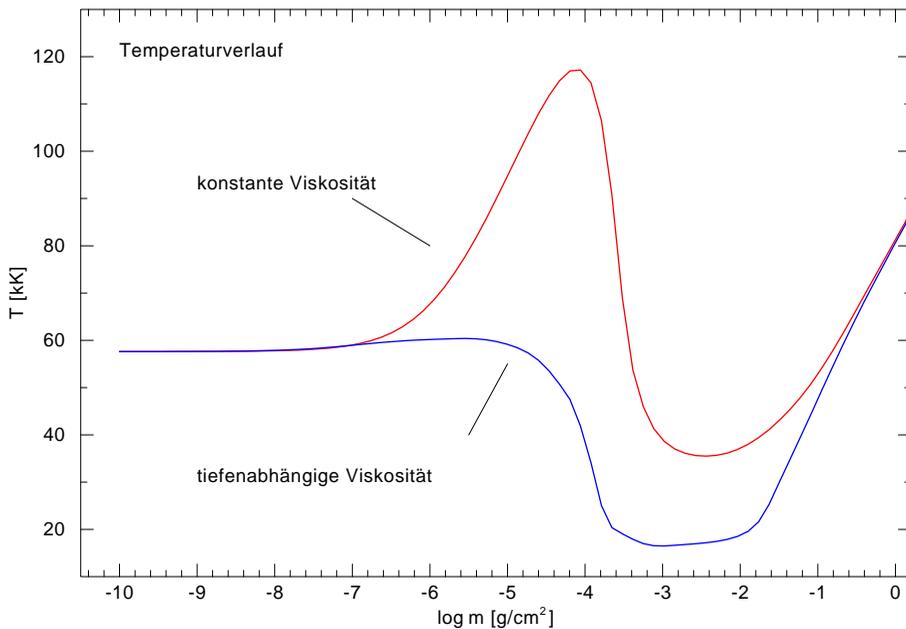


Abbildung 10.16: Vergleich eines Modells mit vertikal konstanter Viskosität (rot) mit einem Modell mit tiefenabhängiger Viskosität (blau) für einen Scheibenring aus reinem Wasserstoff im Abstand von $1,4 R_*$.

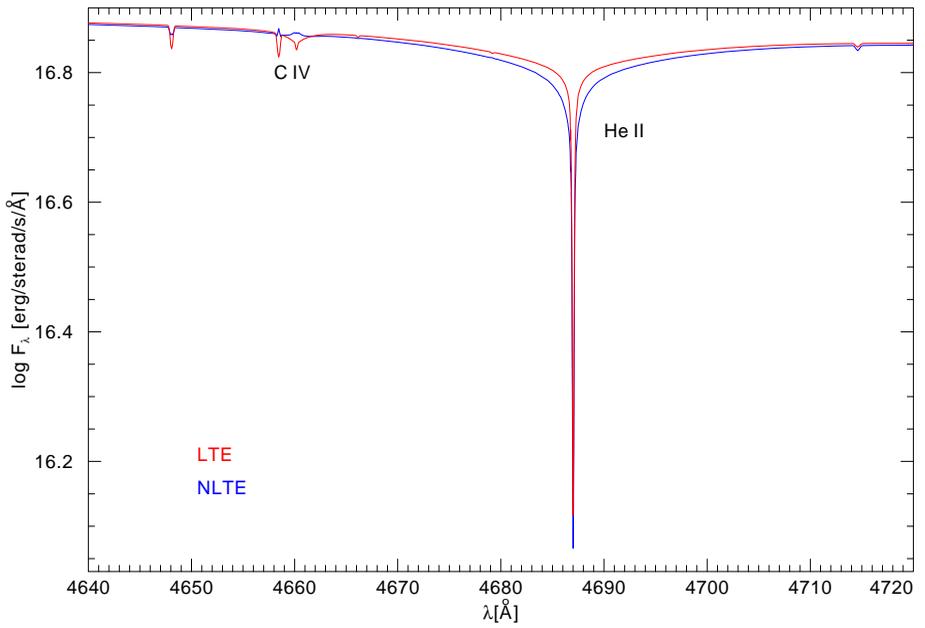


Abbildung 10.17: Vergleich eines LTE-Modells (rot) mit einem NLTE-Modell (blau) für einen Scheibenring im Abstand von $1,4 R_*$.

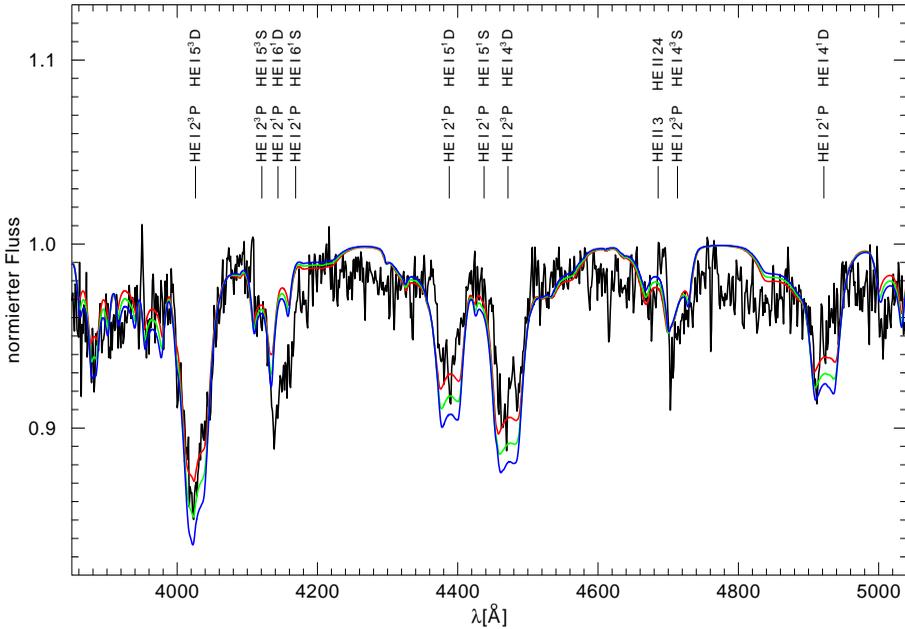


Abbildung 10.18: Vergleich des beobachteten Spektrums von AM CVn mit verschiedenen Modellspektren. Der Innenradius der Modelle beträgt $1,4 R_*$, der Außenradius $11 R_*$ (rot), $13 R_*$ (grün) und $15 R_*$ (blau), die Inklination jeweils 36° und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{a}$. Für die He I-Linie bei $4143,759 \text{ \AA}$ stehen keine detaillierten Verbreiterungstabellen zur Verfügung.

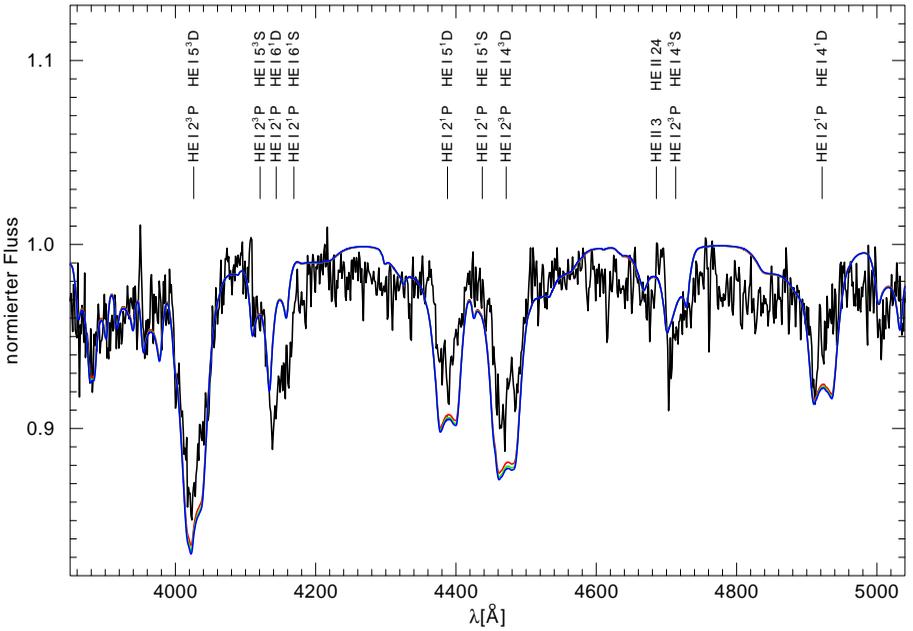


Abbildung 10.19: Vergleich des beobachteten Spektrums von AM CVn mit verschiedenen Modellspektren. Der Außenradius der Modelle beträgt $15 R_*$, der Innenradius $1,4 R_*$ (rot), $1,8 R_*$ (grün) und $2,0 R_*$ (blau), die Inklination jeweils 36° und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{a}$.

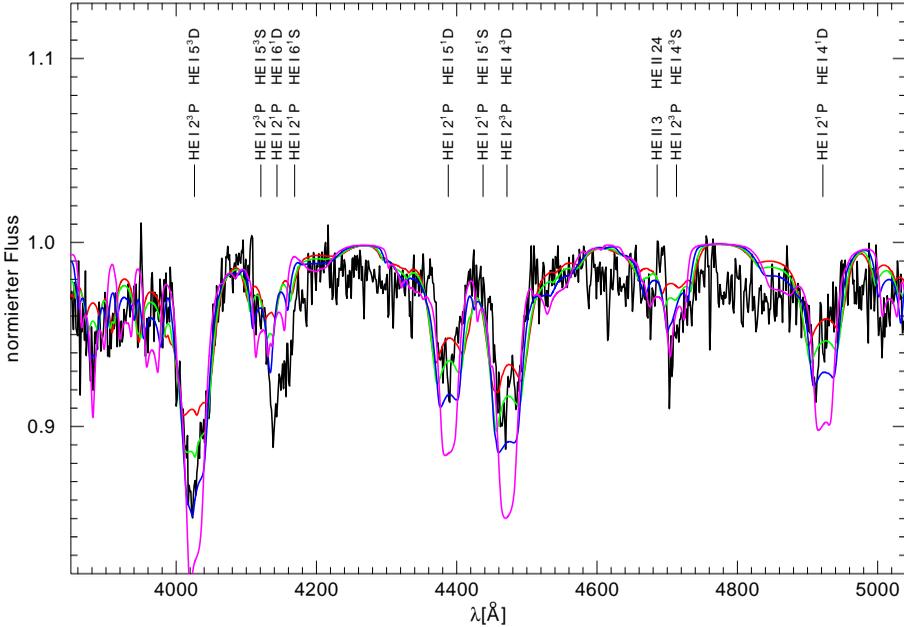


Abbildung 10.20: Vergleich des beobachteten Spektrums von AM CVn mit verschiedenen Modellspektren. Der Außenradius der Modelle beträgt $13 R_{\star}$, der Innenradius $1,4 R_{\star}$ und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_{\odot}/\text{a}$. Die Inklination beträgt 23° , 36° , 48° und 60° .

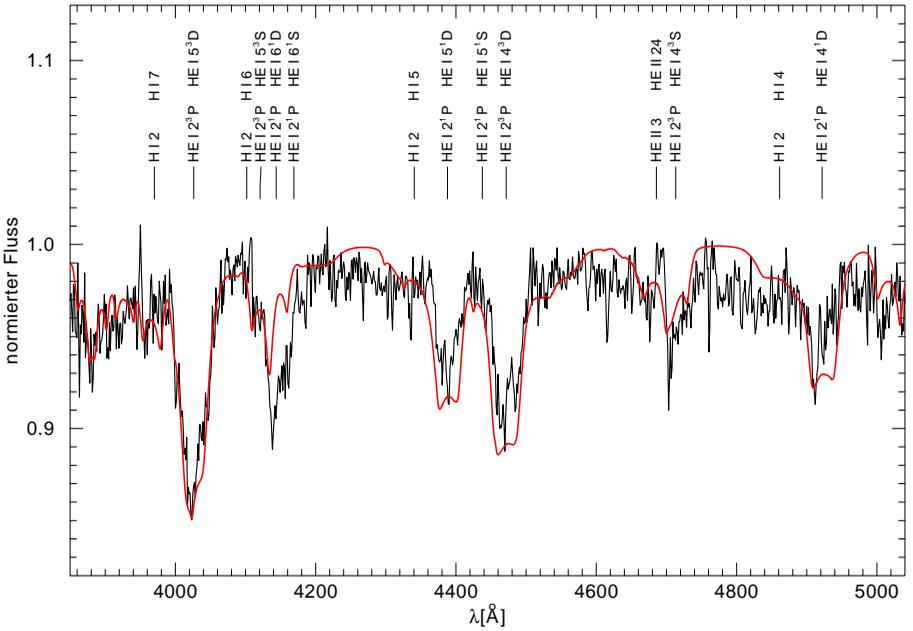


Abbildung 10.21: Vergleich des beobachteten Spektrums von AMCVn und des Modellspektrums mit der besten Übereinstimmung. Der Innenradius des Modells beträgt $1,4 R_*$, der Außenradius $13 R_*$, die Inklination 36° und die Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/a$.

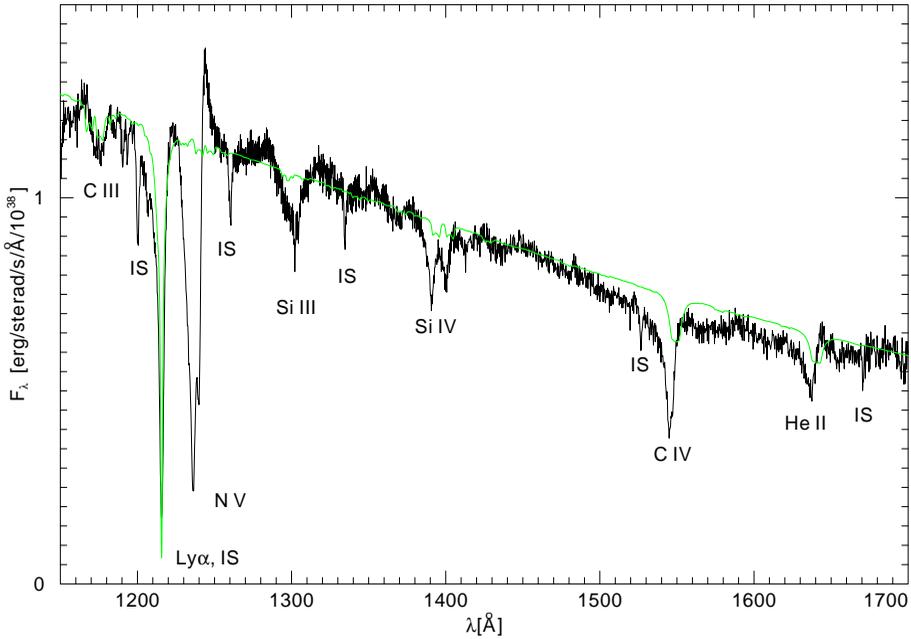


Abbildung 10.22: Vergleich des beobachteten UV-Spektrums (HST-STIS, Archiv) von AM CVn und eines Modellspektrums mit Innenradius $1,4 R_*$, Außenradius $13 R_*$, Inklination 10° und Akkretionsrate $3 \cdot 10^{-9} M_\odot/\text{a}$. Für die Wasserstoffsäulendichte wurde $n_H = 7 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}$ angenommen, für die interstellare Rötung $E(B - V) = 0,09$.

Ultrakompakte Röntgendoppelsterne

11.1 High-Mass und Low-Mass X-ray binaries

Mit der Untersuchung des Röntgendoppelsterns 4U 1626-67 folgt nun eine weitere Anwendung des Programmpaketes ACDC, hierbei soll vor allem der Einfluss der Einstrahlung vom Zentralobjekt getestet werden. Die vorgestellten Modelle sind die ersten detaillierten Rechnungen, die für wasserstoff- und heliumarme Scheiben gemacht worden sind.

Röntgendoppelsterne sind enge Doppelsternsysteme, bei denen im Gegensatz zu Kataklysmischen Variablen Materie nicht auf einen Weißen Zwerg, sondern auf einen Neutronenstern oder ein Schwarzes Loch akkretiert wird. Sie strahlen überwiegend im Röntgenbereich und zeigen eine starke Variabilität in ihrer Helligkeit auf Zeitskalen von Sekundenbruchteilen bis hin zu einigen hundert Sekunden. Die Röntgenemission entsteht bei der Freisetzung von potenzieller Gravitationsenergie der akkretierten Materie.

Entsprechend der Masse ihrer Sekundärkomponente werden Röntgendoppelsterne in zwei Klassen unterteilt, die massereichen (high mass X-ray binaries, HMXBs) und die massearmen Röntgendoppelsterne (low mass X-ray binaries, LMXBs). Die massereichen Röntgendoppelsterne enthalten als Sekundärkomponente oft einen jungen OB-Stern mit mehr als zehn Sonnenmassen, die Akkretion auf das kompakte Objekt erfolgt meist aus dem Sternwind der Sekundärkomponente. Bei den massearmen Röntgendoppelsternen findet sich in der Regel ein Zwergstern vom Spektraltyp G bis M mit etwa einer Sonnenmasse als Sekundärkomponente, die Akkretion erfolgt durch Roche-Lobe-Transfer.

Zu den massearmen Röntgendoppelsternen gehört auch eine erst vor kurzem entdeckte Gruppe von ultrakompakten Doppelsternsystemen mit dem Kern eines C-O-Weißen Zwerges als Sekundärkomponente. Spektroskopische Röntgenbeobachtungen mit dem Chandra-Satelliten legen nahe, dass ihre Akkretionsscheiben kein Wasserstoff und Helium enthalten, sie scheinen stattdessen im wesentlichen aus Metallen

wie Neon und Sauerstoff zu bestehen (Schulz et al., 2001; Juett, Psaltis & Chakrabarty, 2001). Als Vorgängersterne der Sekundärkomponente werden Weiße Zwerge mit einem Kern aus Kohlenstoff und Sauerstoff diskutiert. Die große Häufigkeit von Neon ist möglicherweise das Ergebnis chemischer Sedimentation (Yungelson, Nelemans & van den Heuvel, 2002), Neon sinkt gravitativ von den äußeren Schichten herab in Richtung des Kerns des Weißen Zwerges (Segretain et al., 1994). Bisher wurden sechs derartige Systeme identifiziert, fünf weitere Objekte gehören wahrscheinlich ebenfalls zu dieser Gruppe (Chakrabarty, 2003).

11.2 4U 1626-67

Ein Vertreter der neu entdeckten Klasse der metallreichen ultrakompakten Röntgendoppelsterne ist der Pulsar 4U 1626-67. Dieses System besteht aus einem stark magnetischen ($\sim 3 \cdot 10^{12}$ G) Neutronenstern mit einer Akkretionsscheibe und einem sehr massearmen wasserstofffreien Begleiter. Die Orbitalperiode des Systems beträgt 42 Minuten, die Rotationsperiode des Pulsars 7,7 Sekunden. Die Sekundärkomponente ist vermutlich der 0,02 Sonnenmassen schwere und aus Kohlenstoff, Sauerstoff und Neon beziehungsweise aus Sauerstoff, Neon und Magnesium bestehende Kern eines Weißen Zwerges, der bereits kristallisiert ist. Die Akkretionsscheibe wird am inneren Rand bei etwa $650 R_*$, das entspricht etwa 6500 Kilometern, vom Magnetfeld des Neutronensterns abgeschnitten (Korotationsradius). Der äußere Rand der Scheibe bei $20\,000 R_*$, oder etwa 200 000 Kilometern, ist durch den Gezeitenradius bestimmt, in den durchgeführten Modellrechnungen reicht die Akkretionsscheibe allerdings nur bis $1\,500 R_*$, dort entsteht der Großteil der beobachteten UV-Strahlung. Für die Masse des Neutronensterns wurden 1,4 Sonnenmassen angenommen, für die Akkretionsrate $2 \cdot 10^{-10}$ Sonnenmassen pro Jahr und für die Reynoldszahl 10 000. Die Häufigkeiten in Massenbruchteilen betragen für Helium 0,002, für Kohlenstoff 0,100, für Sauerstoff 0,508, für Neon 0,170, für Magnesium 0,210 und für Silizium 0,010.

Ein wichtiger Punkt bei der Berechnung der Vertikalstruktur und des Spektrums dieses Systems ist die Berücksichtigung der Einstrahlung vom Neutronenstern auf die Scheibe. Die Einstrahlung bestimmt wesentlich die Struktur der oberen Schichten der Akkretionsscheibe. Hierzu wurde für den Neutronenstern eine Röntgenleuchtkraft von $2 \cdot 10^{36}$ erg/s (Schulz et al., 2001) angenommen und die Akkretionsscheibe mit einem Schwarzkörperspektrum entsprechend einer Effektivtemperatur von $1,2 \cdot 10^6$ K bestrahlt. Der Einstrahlwinkel ergibt sich aus den geometrischen Verhältnissen des Systems, er wurde für die Modellrechnungen jedoch variiert, um den Einfluss auf die Vertikalstruktur und das Spektrum herauszuarbeiten.

Abbildung 11.1 zeigt das Spektrum der Akkretionsscheibe mit einem Innenradius von $650 R_*$ und einem Außenradius von $1\,500 R_*$ für fünf verschiedene Inklinations-

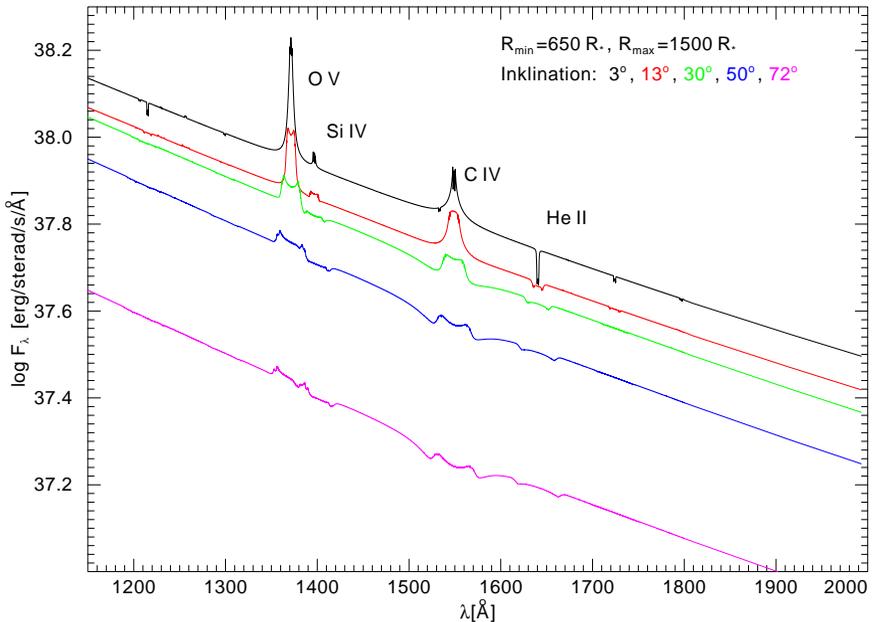


Abbildung 11.1: Modellspektren für eine Akkretionsscheibe mit einer Ausdehnung von $650 R_*$ bis $1500 R_*$ bei einem Einstrahlwinkel von 1° , gerechnet für fünf verschiedene Inklinationen ($3^\circ, 13^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 72^\circ$).

winkel ($3^\circ, 13^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 72^\circ$). Abbildung 11.2 zeigt dieselben Modelle ohne Rotationsverbreiterung. Der Einstrahlungswinkel beträgt jeweils 1° . Man erkennt, dass der absolute Fluss zu größeren Inklinationen hin auf Grund der geringer werdenden projizierten sichtbaren Oberfläche der Akkretionsscheibe abnimmt. Beim Vergleich der Spektrallinien in Abbildung 11.1 und Abbildung 11.2 sieht man, dass die Emissionslinien in den Modellen mit Rotationsverbreiterung deutlich breiter werden und Doppelspitzen ausbilden. Dies liegt an der Zunahme der in Beobachtungsrichtung liegenden Komponente der Keplergeschwindigkeit, die zu einer stärkeren Rotationsverbreiterung auf Grund der Dopplerverschiebung führt.

In Abbildung 11.3 ist das Spektrum für eine Akkretionsscheibe mit einem Inklinationenwinkel von 3° dargestellt, der Einstrahlwinkel beträgt hierbei $0, 1^\circ$ und 1° . Der absolute Fluss ist beim kleineren Einstrahlwinkel am niedrigsten, beim größeren dagegen am höchsten. Die Ursache hierfür ist die deutlich höhere Temperatur in der Scheibe bei größerem Einstrahlwinkel. Auch erkennt man, dass Spektrallinien, die bei

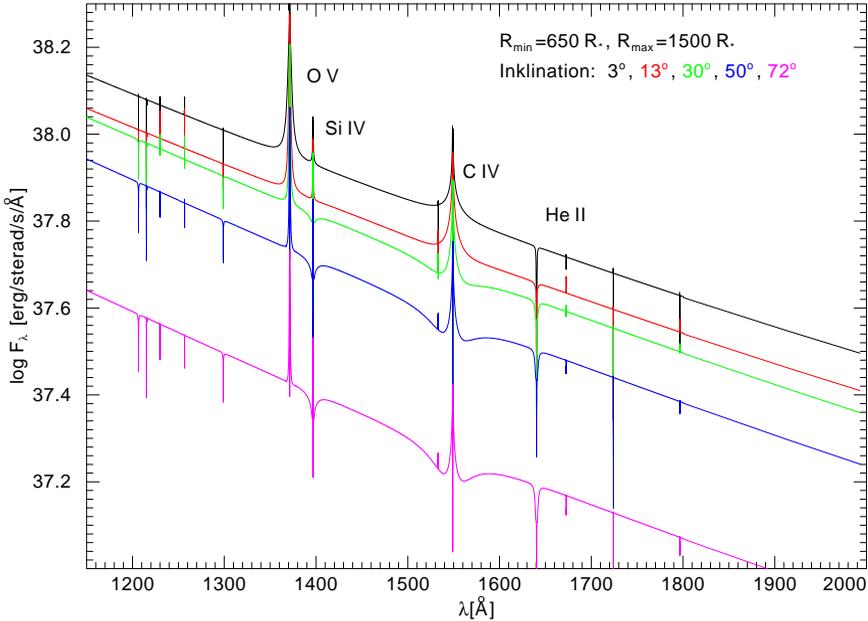


Abbildung 11.2: Modellspektren für eine Akkretionsscheibe mit einer Ausdehnung von $650 R_*$ bis $1500 R_*$ bei einem Einstrahlwinkel von 1° , gerechnet für fünf verschiedene Inklinationen ($3^\circ, 13^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 72^\circ$), jedoch ohne Rotationsverbreiterung.

kleinem Einstrahlwinkel ein Absorptionsprofil zeigen, bei größerem Einstrahlwinkel auf Grund der starken Temperaturinversion in Emission übergehen.

Abbildung 11.4 zeigt das Spektrum der Akkretionsscheibe, wie es bei fünf verschiedenen Radien entsteht, der Einstrahlwinkel ist wieder 1° , die Inklination beträgt 0° . Der absolute Fluss ist bei den weiter entfernten Scheibenringen geringer als bei den näher gelegenen. Sehr gut zu erkennen ist das teilweise gegensätzliche Profil einzelner Spektrallinien. Absorptionslinien des Scheibenringes mit $650 R_*$ Abstand werden zu Emissionslinien im Scheibenring mit $1500 R_*$ Abstand.

Anhand von Abbildung 11.5 erkennt man den Einfluss, den die Bestrahlung durch den Neutronenstern auf die Vertikalstruktur der Akkretionsscheibe ausübt, exemplarisch an einem Scheibenring im Abstand von $1500 R_*$. Die Einstrahlung erfolgt unter einem Winkel von 1° . Blau gezeichnet ist der vertikale Verlauf der Temperatur, der Dichte und der optischen Tiefe des nicht bestrahlten Modelles, rot jeweils derjenige des bestrahlten. Deutlich sichtbar ist die starke Zunahme der Temperatur in den

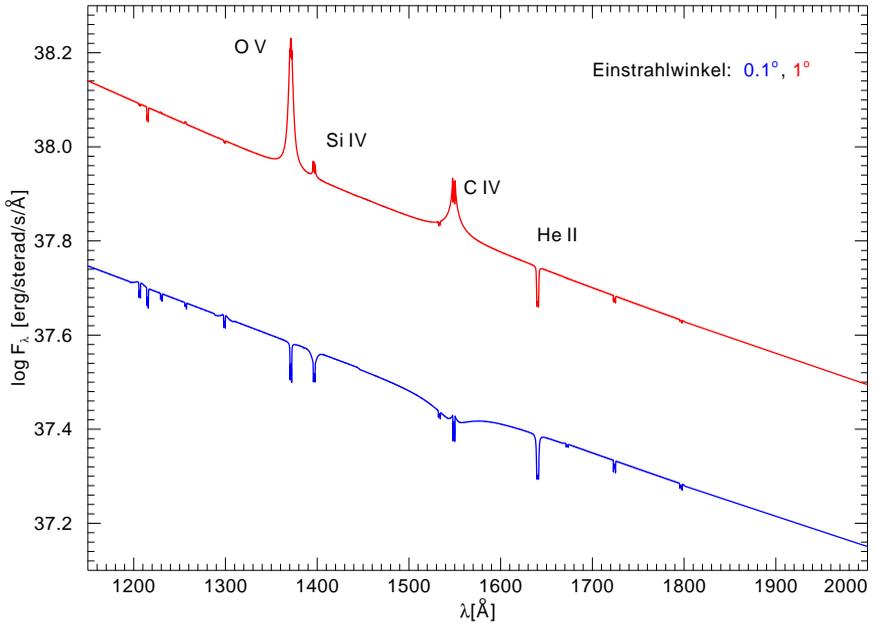


Abbildung 11.3: Modellspektren für eine Akkretionsscheibe mit einer Ausdehnung von $650 R_*$ bis $1500 R_*$ und einem Inklinationwinkel von 3° , der Einstrahlwinkel beträgt $0, 1^\circ$ (blau) und 1° (rot).

oberen Schichten der Akkretionsscheibe. Der Einfluss auf die Dichtestruktur ist eher gering, das bestrahlte Modell hat in den oberen Schichten der Scheibe eine etwas höhere Dichte. Die optische Tiefe ist in den oberen Schichten der Scheibe des bestrahlten Modelles etwas kleiner als im unbestrahlten Modell.

Abbildung 11.6 vergleicht die Spektren des bestrahlten und des unbestrahlten Modells. Der Einstrahlwinkel beträgt dabei 1° , die Inklination für beide Modelle 3° . Der Fluss des nicht bestrahlten Modelles ist geringer als der des bestrahlten. Auffallend sind die O V-Linie bei 1371 \AA und die C IV-Linie bei 1550 \AA , die im bestrahlten Modell in Emission, im unbestrahlten Modell dagegen in Absorption sind. Auch die Si IV-Linie bei 1403 \AA ist im bestrahlten Modell in Emission, wohingegen sie im unbestrahlten eine starke Absorptionslinie bildet. Die He II-Linie bei 1640 \AA bleibt sowohl im bestrahlten wie auch im unbestrahlten Modell in Absorption.

Der Einfluss der Einstrahlung vom Neutronenstern auf die Ionisationsstruktur ist in Abbildung 11.7 am Beispiel von Sauerstoff für einen Scheibenring im Abstand

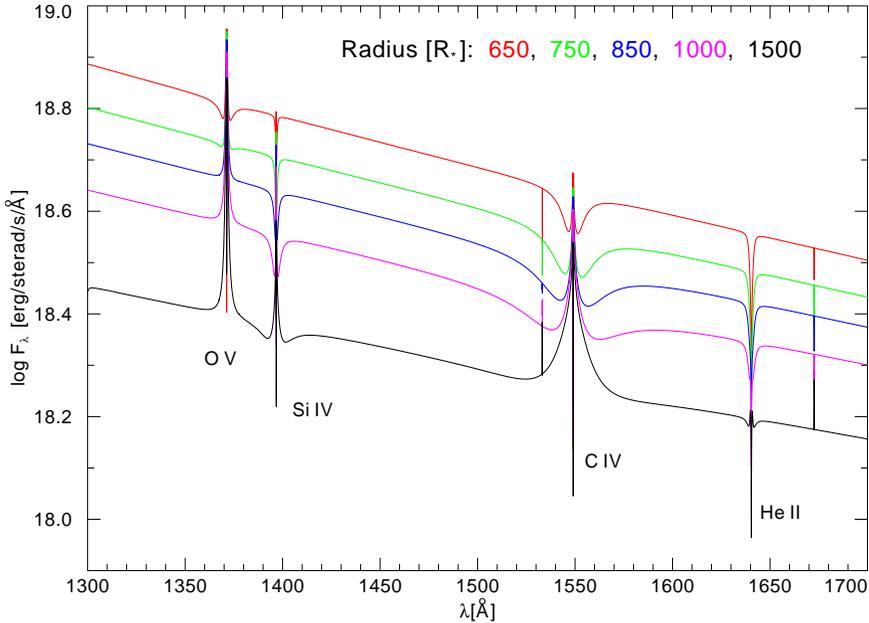


Abbildung 11.4: Modellspektren für Scheibenringe bei fünf verschiedenen Radien. Der Inklinationwinkel ist 0° , der Einstrahlwinkel 1° .

von $650 R_*$ dargestellt. Die obere Grafik zeigt die Anteile der Ionisationsstufen ohne Einstrahlung, die untere dasselbe mit Einstrahlung vom Neutronenstern. Man erkennt, dass in erster Linie die äußeren Bereiche betroffen sind, die inneren dagegen nahezu gleich bleiben. Während das unbestrahlte Modell in den Außenbereichen von O V dominiert ist, ist es im bestrahlten Fall O VII.

In Abbildung 11.8 wird ein HST-STIS UV-Spektrum, aufgenommen und zur Verfügung gestellt von Lee Homer (2002), mit zwei Modellspektren verglichen. Hierbei ist rot ein Modell mit Einstrahlung vom Neutronenstern unter einem Winkel von 1° gezeichnet, blau ein Modell ohne Einstrahlung. Die Akkretionsscheibe beider Modelle reicht jeweils von $650 R_*$ bis $1500 R_*$, der Inklinationwinkel beträgt 13° . Es ist deutlich zu erkennen, dass die Linien von O V 1371 \AA und C IV 1550 \AA des beobachteten Spektrums nur im bestrahlten Modell in Emission sind, das Modell ohne Einstrahlung zeigt diese Linien in Absorption. Offensichtlich ist Einstrahlung vom Zentralobjekt in diesem System ein wichtiger Parameter bei der Modellierung des Spektrums der Akkretionsscheibe.

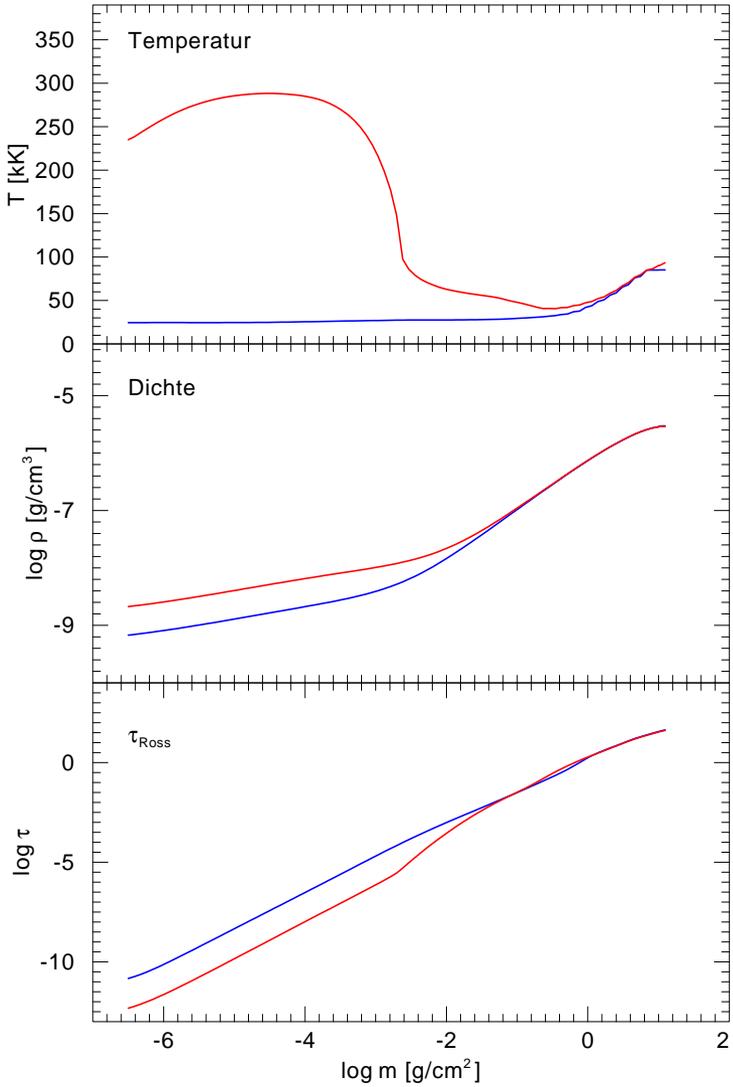


Abbildung 11.5: Vergleich der Vertikalschichtung eines Modells für 4U 1626-67 ohne Einstrahlung vom Neutronenstern (blau) verglichen mit einem Modell mit Einstrahlung (rot). Die obere Graphik zeigt den Temperaturverlauf, die mittlere den Dichteverlauf und die untere den Verlauf der optischen Tiefe.

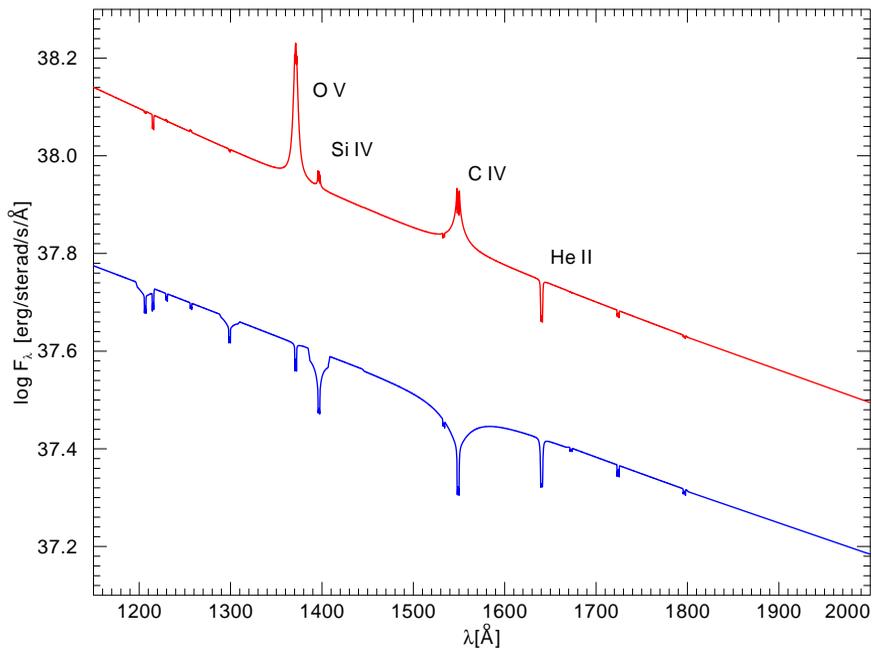


Abbildung 11.6: Vergleich eines Modellspektrums für 4U 1626-67 ohne Einstrahlung vom Neutronenstern (blau) mit einem Modellspektrums mit Einstrahlung (rot, Einstrahlwinkel 1°). Die Scheibe reicht jeweils von $650 R_\star$ bis $1500 R_\star$, der Inklinationwinkel beträgt 3° .

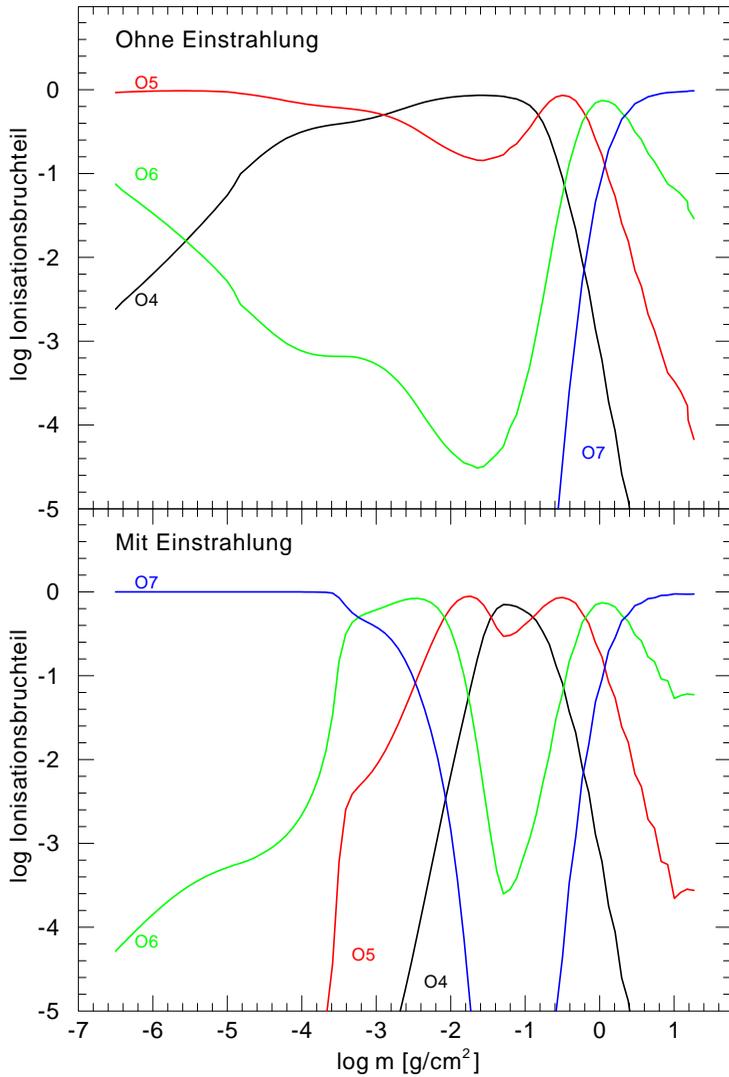


Abbildung 11.7: Anteile der verschiedenen Ionisationsstufen von Sauerstoff für einen Ring im Abstand von $650 R_*$ ohne Einstrahlung vom Neutronenstern (oben) und mit Einstrahlung vom Neutronenstern (unten).

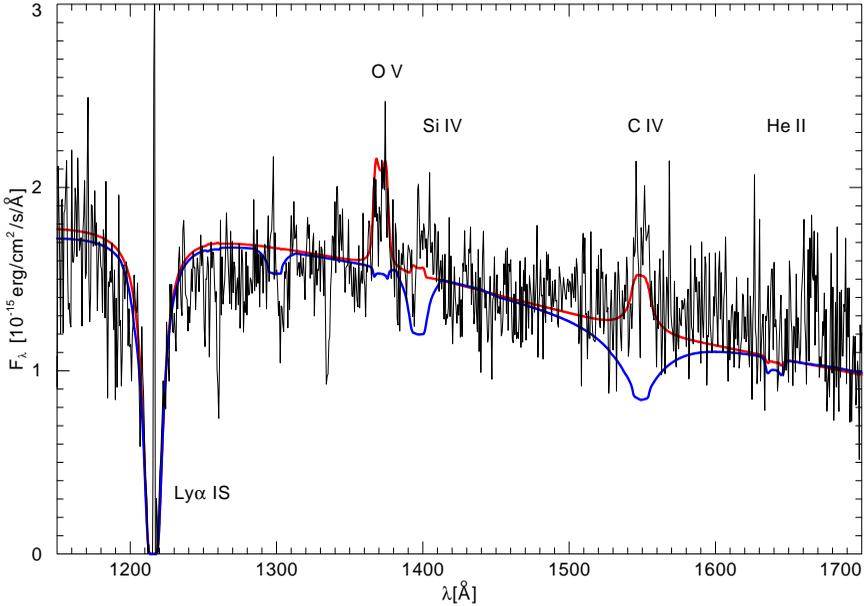


Abbildung 11.8: Vergleich eines HST UV-Spektrums (schwarz) von 4U 1626-67 mit zwei Modellspektren. Rot gezeichnet ist ein Modellspektrum mit Einstrahlung vom Neutronenstern (Einstrahlwinkel 1°), blau ein Modell ohne Einstrahlung. Die Scheibe reicht jeweils von $650 R_\star$ bis $1500 R_\star$, der Inklinationwinkel beträgt 13° . Für die Wasserstoffsäulendichte wurde $n_H = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$ angenommen, für die interstellare Rötung $E(B - V) = 0,15$.

Zusammenfassung und Ausblick

Mit den Programmen ACDC-LTE, ACDC-NLTE und ACDC-MAKEDISK wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Software-Paket entwickelt, das die detaillierte Berechnung der Vertikalstruktur und des Spektrums einer α -Akkretionsscheibe unter NLTE-Bedingungen erlaubt. Nach der Unterteilung der Akkretionsscheibe in konzentrische Ringe werden die Gleichungen des Strahlungstransportes sowie des radiativen und hydrostatischen Gleichgewichtes und die Ratengleichungen für die Besetzungszahlen der atomaren Niveaus konsistent unter der Voraussetzung von Teilchenzahl- und Ladungserhaltung für jeden Ring gelöst, auch Einstrahlung vom Zentralobjekt kann berücksichtigt werden. Mit ACDC-LTE werden im ersten Schritt Startmodelle der Scheibenringe unter der Bedingung von lokalem thermodynamischen Gleichgewicht berechnet, im zweiten Schritt dann mit ACDC-NLTE die entsprechenden NLTE-Modelle. Zuletzt integriert man mit ACDC-MAKEDISK die Spektren der einzelnen Ringe zum Gesamtspektrum der Scheibe für verschiedene Inklinationen und unter Berücksichtigung der Rotationsverbreiterung auf.

Die Anwendung von ACDC auf den kataklysmischen Variablen AMCVn und auf den ultrakompakten Röntgendoppelstern 4U 1626-67 hat gezeigt, dass die Programme numerisch stabil sind und sich Ergebnisse anderer Arbeitsgruppen reproduzieren lassen. Sowohl die Variation der radialen Ausdehnung als auch der Inklination der Akkretionsscheibe haben deutlichen Einfluss auf das Spektrum. So wurde unter der Annahme einer Akkretionsrate von $3 \cdot 10^{-9}$ Sonnenmassen pro Jahr der Innenradius der Akkretionsscheibe von AMCVn zu ~ 6500 Kilometern und der Außenradius zu ~ 60000 Kilometern bestimmt, für die Inklination ergaben sich 36° . Diese Ergebnisse stimmen gut mit denjenigen von Nasser, Solheim & Semionoff (2001) überein. Eine detaillierte Analyse der Spektren von AMCVn-Objekten sollte die Bestimmung der CNO-Häufigkeiten ermöglichen und somit Aussagen über die Entstehung dieser Objekte erlauben. Für 4U 1626-67 wurden im Rahmen dieser Arbeit die ersten detaillierten Modelle einer wasserstoff- und heliumarmen Akkretionsscheibe berechnet. Es wurde deutlich, dass Einstrahlung vom Zentralobjekt in diesem System ein physikalischer Effekt ist, der einen bedeutenden Teil des Spektrums bestimmt und

somit nicht vernachlässigt werden kann. Einstrahlung führt in den oberen Schichten der Akkretionsscheibe zu einem deutlichen Temperaturanstieg, gleichzeitig werden einige Absorptionslinien des unbestrahlten Modells im bestrahlten Modell zu Emissionslinien.

Es gibt jedoch noch eine Reihe physikalischer Vorgänge, die in dieser Arbeit nicht berücksichtigt wurden und so bleibt Raum für weitere Entwicklungen. Hier ist zum einen die Compton-Streuung zu nennen, die in extrem heißen Regionen der Akkretionsscheibe auftritt. Insbesondere für die Berechnung von Scheiben in AGNs ist ihre Berücksichtigung notwendig. Ihre Behandlung erfordert einen erheblichen Eingriff in die Gleichungen des Strahlungstransportes und des Energiegleichgewichtes. Ein weiterer Punkt ist der konvektive Energietransport, der neuen Untersuchungen zufolge deutlichen Einfluss auf die Struktur der Scheibe haben kann (Hubeny et al., 2001). Auch Scheibenwinde sind ein interessantes Phänomen, da sie zu Massen- und Drehimpulsverlust führen und so die Entwicklung einer Akkretionsscheibe beziehungsweise des gesamten Doppelsternsystems beeinflussen können.

Literaturverzeichnis

- Adam, J., Stoerzer, H., Wehrse, R., & Shaviv, G., 1988, *A&A*, 193, L1
- Barnard, A. J., Cooper, J., & Shamey, L. J., 1969, *A&A*, 1, 28
- Blaes, O., & Agol, E., 1996, *ApJL*, 469, L41
- Burbidge, G., Burbidge, M., & Hoyle, F., 1967, *ApJ*, 147, 1219
- Cannizzo, J. K., & Cameron, A. G. W., 1988, *ApJ*, 330, 327
- Cannizzo, J. K., & Wheeler, J. C., 1984, *ApJS*, 55, 367
- Cannon, C. J., 1973, *ApJ*, 185, 621
- Chakrabarty, D., 2003, presented at: The Physics of Ultracompact Stellar Binaries, KITP Santa Barbara available at http://online.kitp.ucsb.edu/online/usb_c03
- Diaz, M. P., Wade, R. A., & Hubeny, I., 1996, *ApJ*, 459, 236
- Doerrler, T., Riffert, H., Staubert, R., & Ruder, H., 1996, *A&A*, 311, 69
- Dreizler, S., 2003, in *Stellar Atmosphere Modelling*, Vol. 288, 69
- El-Khoury, W., & Wickramasinghe, D., 2000, *A&A*, 358, 154
- Feautrier, P., 1964, *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 258, 3189
- Greenstein, J. L., & Matthews, M. S., 1957, *ApJ*, 126, 14
- Griem, H. R., 1974, *Spectral line broadening by plasmas*, Pure and Applied Physics, New York: Academic Press, 1974)
- Hellier, C., 2002, *Orion*, 313, 28
- Hils, D., & Bender, P. L., 2000, *ApJ*, 537, 334
- Hirose, M., & Osaki, Y., 1990, *PASJ Publications*, 42, 135
- Homer, L., Anderson, S. F., Wachter, S., & Margon, B., 2002, *AJ*, 124, 3348

- Hubeny, I., 1990, *ApJ*, 351, 632
- Hubeny, I., Blaes, O., Krolik, J. H., & Agol, E., 2001, *ApJ*, 559, 680
- Hubeny, I., & Hubeny, V., 1997, *ApJL*, 484, L37
- Humason, M., & Zwicky, F., 1947, *ApJ*, 105, 85
- Juett, A. M., Psaltis, D., & Chakrabarty, D., 2001, *ApJL*, 560, L59
- Kiplinger, A. L., 1979, *ApJ*, 234, 997
- Kolykhalov, P. I., & Sunyaev, R. A., 1984, *Advances in Space Research*, 3, 249
- Kriz, S., & Hubeny, I., 1986, *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia*, 37, 129
- Kurucz, R., 1991, *NATO ASI Series C*, 341, 441
- Kurucz, R. L., 1979, *ApJS*, 40, 1
- La Dous, C., 1989, *A&A*, 211, 131
- Laor, A., & Netzer, H., 1989, *MNRAS*, 238, 897
- Lemke, M., 1997, *A&AS*, 122, 285
- Lucy, L., 1964, *1st Harvard-Smithsonian Conference on Stellar Atmospheres*, 167
- Lynden-Bell, D., & Pringle, J. E., 1974, *MNRAS*, 168, 603
- Malmquist, K., 1936, *Stockholms Observatoriums Annaler Vol. 12*, 7, 130
- Mayo, S., Wickramasinghe, D., & Whelan, J., 1980, *MNRAS*, 193, 793
- Meyer, F., & Meyer-Hofmeister, E., 1982, *A&A*, 106, 34
- Mihalas, D., 1978, *Stellar Atmospheres*, (San Francisco: W. H. Freeman)
- Nasser, M. R., Solheim, J.-E., & Semionoff, D. A., 2001, *A&A*, 373, 222
- Nelemans, G., Steeghs, D., & Groot, P. J., 2001, *MNRAS*, 326, 621
- Olson, G., Auer, L., & Buchler, J., 1986, *QJST*, 35, 431
- Olson, G., & Kunasz, P., 1987, *QJST*, 38, 325
- Ross, R. R., Fabian, A. C., & Mineshige, S., 1992, *MNRAS*, 258, 189
- Rybicki, G. B., & Hummer, D. G., 1992, *A&A*, 262, 209

- Schöning, T., & Butler, K., 1989, *A&AS*, 78, 51
- Schulz, N. S., Chakrabarty, D., Marshall, H. L., Canizares, C. R., Lee, J. C., & Houck, J., 2001, *ApJ*, 563, 941
- Seaton, M., Yan, Y., Mihalas, D., & Pradhan, A., 1994, *MNRAS*, 266, 805
- Segretain, L., Chabrier, G., Hernanz, M., Garcia-Berro, E., Isern, J., & Mochkovitch, R., 1994, *ApJ*, 434, 641
- Shakura, N., & Sunyaev, R., 1973, *A&A*, 24, 337
- Shaviv, G., & Wehrse, R., 1986, *A&A*, 159, L5
- Shaviv, G., & Wehrse, R., 1989, in *NATO ASIC Proc. 290: Theory of Accretion Disks*, 419
- Shields, G. A., & Coleman, H. H., 1994, in *NATO ASIC Proc. 417: Theory of Accretion Disks - 2*, 223
- Smak, J., 1967, *Acta Astronomica*, 17, 255
- Solheim, J.-E., 2003, presented at: *The Physics of Ultracompact Stellar Binaries*, KITP Santa Barbara available at http://online.kitp.ucsb.edu/online/usb_c03
- Solheim, J.-E., et al., 1998, *A&A*, 332, 939
- Stoerzer, H., Hauschildt, P. H., & Allard, F., 1994, *ApJL*, 437, L91
- Stone, J. M., Hawley, J. F., Gammie, C. F., & Balbus, S. A., 1996, *ApJ*, 463, 656
- Sun, W., & Malkan, M. A., 1989, *ApJ*, 346, 68
- Tsugawa, M., & Osaki, Y., 1997, *PASJ*, 49, 75
- Tutukov, A. V., & Fedorova, A. V., 1989, *Soviet Astronomy*, 33, 606
- Wade, R. A., 1988, *ApJ*, 335, 394
- Wampler, E. J., 1967, *ApJL*, 149, L101
- Warner, B., 1995, *Cataclysmic variable stars*, Cambridge Astrophysics Series, Cambridge, New York: Cambridge University Press, 1995)
- Warner, B., & Robinson, E. L., 1972, *MNRAS*, 159, 101
- Werner, K., 1988, *A&A*, 204, 159
- Werner, K., Heber, U., & Hunger, K., 1991, *A&A*, 244, 437
- Werner, K., & Husfeld, D., 1985, *A&A*, 148, 417

Werner, K., Rauch, T., & Dreizler, S., 1998, Internal Report, Institut für Astronomie und Astrophysik, Universität Tübingen

Whitehurst, R., 1988, MNRAS, 232, 35

Williams, R. E., 1980, ApJ, 235, 939

Yungelson, L. R., Nelemans, G., & van den Heuvel, E. P. J., 2002, A&A, 388, 546

ANHANG A

Kurzanleitung für ACDC-LTE

Die Benutzung des Programmes ACDC-LTE erfordert die Bereitstellung von Atomdaten und des entsprechenden Frequenzgitters in Form der beiden Dateien ATOMS und FGRID. Die Erzeugung der beiden Dateien verläuft wie in Werner, Rauch & Dreizler (1998) beschrieben. Gegebenenfalls müssen die Dateien PARA und PARAMODULE des Programmes ACDC-LTE angepasst und der Programmcode neu übersetzt werden. Zur Steuerung von ACDC-LTE sind einige Inputparameter notwendig, die in eine Datei namens DATEN eingetragen werden. ACDC-LTE liest diese Dateien ein und geht dementsprechend vor. Im Folgenden werden diese Steuerbefehle und ihre Bedeutung in exakt der Form aufgelistet, wie sie in die Datei DATEN eingetragen sein müssen.

COMMENT: text

Dient als Kommentarzeile für die Ausgabedatei OUTPUT.

MAKE STARTMODELL

Es wird kein Startmodell als Eingabe erwartet.

RADIUS OF CENTRAL STAR xxx

Der Radius des Zentralobjektes beträgt xxx Zentimeter.

MASS OF CENTRAL STAR xxx

Die Masse des Zentralobjektes beträgt xxx Sonnenmassen.

ACCRETION RATE xxx

Die Massenakkretionsrate beträgt xxx Sonnenmassen pro Jahr.

LOG(M) OUTER BOUNDARY xxx

Der Logarithmus der Säulenmasse am äußeren Rand beträgt xxx.

DISTANCE FROM CENTRAL STAR xxx

Der Abstand des Scheibenringes vom Zentralobjekt beträgt xxx Zentimeter.

REYNOLDS NUMBER xxx

Die Reynoldszahl beträgt xxx.

ALPHA NUMBER xxx

Der α -Parameter beträgt xxx.

VALUE OF KAPPA_R xxx

Die Startnäherung für κ_R beträgt xxx.

VALUE OF KAPPA_B xxx

Die Startnäherung für κ_B beträgt xxx.

ABUNDANCE YY xxx MASS FRACTION

Das Element YY hat eine Häufigkeit von xxx in Massenbruchteilen.

NO NEGATIVE POPULATION NUMBERS

Negative Besetzungszahlen werden auf 10^{-33} gesetzt.

SWITCH OFF LINES

Es wird ein reines Kontinuumsmodell berechnet.

Am Ende des Programmdurchlaufs werden mehrere Dateien erzeugt. Die Datei MODOUT beschreibt das berechnete Modell des Scheibenringes, das nun als Startmodell an ACDC-NLTE weitergereicht werden kann. Sie enthält Angaben über die Systemparameter Masse und Radius des Zentralobjektes, Akkretionsrate, Reynoldszahl, Effektivtemperatur und Ringabstand. Außerdem werden die Dichte der Elektronen, die Gesamteilchendichte, die Besetzungszahlen aller Niveaus, die Bezeichnungen aller Niveaus und schließlich die Vertikalstruktur aufgelistet.

Die Datei OUTPUT enthält alle während des Programmlaufs aufgetretenen Bildschirm Ausgaben. Dies sind zum einen Kontrollausgaben der Vertikalstruktur, Informationen über den integrierten Fluss sowie aufgetretene Warnungs- und Fehlermeldungen.

Die Datei FINALFLUX enthält das Spektrum in Form einer Tabelle mit folgenden Einträgen: Der Index jedes Frequenzpunktes, die dazugehörige Frequenz in Hertz, die Wellenlänge λ in Å und der Fluss F_λ und F_ν .

Die Datei FINALDATA schließlich enthält die Vertikalstruktur des berechneten Scheibenringes in Form einer Tabelle mit folgenden Einträgen in cgs-Einheiten: Der Index

des Tiefenpunktes, der Logarithmus der Säulenmasse, der Logarithmus der geometrischen Scheibenhöhe, der Logarithmus der Dichte, die Temperatur, die Rosselandsche optische Tiefe τ_R sowie der Logarithmus der Schwerebeschleunigung.

ANHANG B

Kurzanleitung für ACDC-NLTE

Analog zu ACDC-LTE erfordert auch die Benutzung des Programmes ACDC-NLTE die Bereitstellung von Atomdaten und des entsprechenden Frequenzgitters in Form der beiden Dateien ATOMS und FGRID. Die Erzeugung der beiden Dateien verläuft wie in Werner, Rauch & Dreizler (1998) beschrieben. Gegebenenfalls müssen die Dateien PARA und PARAMODULE des Programmes ACDC-NLTE angepasst und der Programmcode neu übersetzt werden. Außerdem wird ein Inputmodell in Form der Datei MODIN benötigt. Dies kann ein LTE-Startmodell oder ein bereits gerechnetes NLTE-Modell sein. Zur Steuerung von ACDC-NLTE sind einige Kommandos notwendig, die in eine Datei namens INPUT eingetragen werden. ACDC-NLTE liest diese Dateien ein und geht dementsprechend vor. Im Folgenden werden nun diese Steuerbefehle und ihre Bedeutung in exakt der Form aufgelistet, wie sie in die Datei INPUT eingetragen sein müssen. Des Weiteren gibt es noch eine Reihe von Printoptionen, die dieselbe Form haben wie in Werner, Rauch & Dreizler (1998) beschrieben und deshalb hier nicht aufgelistet werden.

WAVELENGTH RANGE xxx yyy

Im Wellenlängenbereich von xxx bis yyy Å wird das Spektrum auf Konvergenz überprüft.

EXTERNAL IRRADIATION

Externe Einstrahlung vom Zentralobjekt wird berücksichtigt.

TEMPERATURE OF CENTRAL OBJECT xxx

Die Effektivtemperatur des einstrahlenden Objektes beträgt xxx Kelvin.

REYNOLDS NUMBER xxx

Die Reynoldszahl wird auf den neuen Wert xxx gesetzt. Änderungen um bis zu 30 Prozent sind sinnvoll, größere erfordern ein neues LTE-Startmodell.

DEPTH INDEPENDENT VISCOSITY

Die Viskosität wird als vertikal konstant angenommen.

VISCOSITY DIVISION POINT MD xxx

Die Viskosität wird als tiefenabhängig angenommen, xxx gibt das Verhältnis der Säulenmasse zur Gesamtsäulenmasse an, ab dem die Viskosität nach außen hin abnimmt.

SHORT CHARACTERISTICS RT

Der Strahlungstransport wird mit der Short-Characteristics-Methode gelöst.

UNSOELD-LUCY T-CORRECTION xxx yyy

Temperaturkorrektur erfolgt ab der Iteration xxx und wird alle yyy Iterationen angewendet.

TEMPERATURE CORRECTION BELOW xxx

Die Temperatur wird in allen Tiefenpunkten kleiner xxx korrigiert.

DAEMPFUNGSVARIANTE xxx

Für die Temperaturkorrektur nach Unsöld-Lucy stehen verschiedene Dämpfungsvarianten zur Verfügung:

- 1: keinerlei Dämpfung.
- 2: $\kappa_J - \kappa_S$ ist mit $e^{-\tau}$ gedämpft.
- 3: $\kappa_J - \kappa_S$ ist mit $e^{-\tau}$ gedämpft und der Integralterm ist mit $1 - e^{-\tau}$ gedämpft.

MAX TEMPERATURE CORRECTION xxx

Die maximale Temperaturkorrektur beträgt xxx Prozent.

LINATOMMAX xxx

Die statistischen Gleichungen werden für xxx=1 atomweise gelöst.

LINIONMAX xxx

Die statistischen Gleichungen werden für xxx=1 ionweise gelöst.

HMINUS ION

Das Ion H^- wird bei der Berechnung der Opazitäten berücksichtigt.

NO NEGATIVE POPULATION NUMBERS

Negative Besetzungszahlen werden auf 10^{-33} gesetzt.

ACCELERATION OF CONVERGENCE FROM ITERATION xxxx

Ab Iteration xxx wird das Konvergenzbeschleunigungsverfahren nach Ng angewandt.

SWITCH OFF LINES

Es wird ein reines Kontinuumsmodell berechnet.

Am Ende des Programmdurchlaufs werden mehrere Dateien erzeugt. Die Datei MODOUT enthält das berechnete Modell des Scheibenringes, das nun als Startmodell MODIN für weitere Rechnungen mit ACDC-NLTE benutzt werden kann. Sie enthält Angaben über die Systemparameter Masse und Radius des Zentralobjektes, Akkretionsrate, Reynoldszahl, Effektivtemperatur und Ringabstand. Außerdem werden die Dichte der Elektronen, die Gesamteilchendichte, die Besetzungszahlen aller Niveaus, die Bezeichnungen aller Niveaus und schließlich die Vertikalstruktur aufgelistet.

Die Datei OUTPUT enthält alle während des Programmlaufs aufgetretenen Bildschirmausgaben. Dies sind zum einen Kontrollausgaben der Vertikalstruktur, Informationen über den integrierten Fluss sowie aufgetretene Warnungs- und Fehlermeldungen.

Die Datei FINALFLUX enthält das Spektrum in Form einer Tabelle mit folgenden Einträgen: Der Index jedes Frequenzpunktes, die dazugehörige Frequenz in Hertz, die Wellenlänge λ in Å und der Fluss F_λ und F_ν .

Die Datei FINALDATA enthält die Vertikalstruktur des berechneten Scheibenringes in Form einer Tabelle mit folgenden Einträgen in cgs-Einheiten: Der Index des Tiefenpunktes, der Logarithmus der Säulenmasse, der Logarithmus der geometrischen Scheibenhöhe, der Logarithmus der Dichte, die Temperatur, die Rosselandsche optische Tiefe τ_R sowie der Logarithmus der Schwerebeschleunigung.

Die Datei IPLUS enthält die Intensitäten in Form einer Tabelle mit folgenden Einträgen in cgs-Einheiten: Der Index jedes Frequenzpunktes, die dazugehörige Frequenz in Hertz, die Intensitäten für alle gerechneten Raumwinkel.

Die Datei TAUBIG enthält Informationen über die optische Tiefe in Form einer Tabelle mit folgenden Einträgen in cgs-Einheiten: Der Index jedes Frequenzpunktes, die dazugehörige Frequenz in Hertz, die Wellenlänge λ in Å, der Tiefenpunkt, bei dem $\tau = 0,1$ sowie $\tau = 1$ und $\tau = 10$ erreicht sind sowie die Bezeichnung des beteiligten Überganges beziehungsweise Kontinuums.

ANHANG C

Kurzanleitung für ACDC-MAKEDISK

Um mit ACDC-MAKEDISK das gesamte Scheibenspektrum zu berechnen, muss die Programmdatei PARAMETER editiert und die Anzahl der Frequenzpunkte sowie der Scheibenringe eingetragen werden. Anschließend ist eine Neuübersetzung notwendig. Die von LINE1 (siehe Werner, Rauch & Dreizler (1998)) zu jedem Scheibenring gelieferten Intensitäten werden in die Dateien IPLUS_RING geschrieben. Außerdem wird eine Datei names INPUT benötigt, in der der innerste und äußerste Scheibenring sowie die Abstände aller Scheibenringe vom Zentralobjekt eingetragen sind.

Am Ende des Programmdurchlaufes werden neun Dateien für die neun verschiedenen Inklinationswinkel erzeugt, die das Spektrum in Form einer Tabelle mit folgenden Einträgen in cgs-Einheiten enthalten: Die Frequenz in Hertz, die Wellenlänge λ in Å und der Fluss F_λ und F_ν .

Danksagung

Dank geht an erster Stelle an Prof. Dr. Klaus Werner für die gute und engagierte Betreuung meiner Promotion. Gemeinsam mit Prof. Dr. Rüdiger Staubert initiierte er die DFG-Sachbeihilfe zur Finanzierung meines Promotionsprojekts.

Ebenso danke ich Dr. Stefan Dreizler für die wertvolle Unterstützung bei der Entwicklung von ACDC und Dr. Thomas Rauch für die Hilfe bei allem, was Atomdaten betraf sowie für die Anpassung von LINE1 an meine Bedürfnisse und die Aufnahme des optischen Spektrums von AMCVn.

Auch dem Rest der Arbeitsgruppe sei gedankt für fruchtbare Diskussionen ebenso wie für gemütliche Stunden. Es sind dies Dr. Jochen L. Deetjen, Dr. Stefan Jordan, Sonja Landenberger-Schuh sowie Nicolay Hammer, Agnes Hoffmann und Iris Traulsen.

Eine interessante und spannende Abwechslung während meiner Promotion waren die Beoberkungskampagnen am Centro Astronómico Hispano Alemán auf dem Calar Alto. Ich bedanke mich bei allen, die dies ermöglicht und unterstützt haben. Niemand sollte Astrophysik betreiben ohne sich nicht wenigstens ab und zu der beobachtenden Astronomie zu widmen.

Auch beim gesamten Astronomischen Institut Tübingen möchte ich mich bedanken für die tolle Atmosphäre, speziell seien hier die Teerunden erwähnt, und für die Geduld all derjenigen, deren Computer regelmäßig von ACDC befallen wurden.

Lee Homer danke ich dafür, dass er mir seine HST-STIS-Spektren von 4U 1626-67 zur Verfügung gestellt hat und Jörn Wilms dafür, dass ich seinen L^AT_EX-Stil für Dissertationen verwenden durfte.

Ivan Hubeny danke ich für zahlreiche und fruchtbare Diskussionen und Anregungen vor allem zu Beginn meiner Arbeit.

Einzelne Routinen in ACDC beruhen auf Routinen aus den Programmen PRO2 (Werner, Rauch & Dreizler, 1998) und NGRT (Dreizler, 2003) zur Berechnung von Sternatmosphärenmodellen.

Fürs Korrekturlesen dieser Arbeit bedanke ich mich bei Klaus Werner, Thomas Rauch, Martina Lattemann und Daniel Kobras und Stefan Dreizler. Trotz anfänglicher Schwierigkeiten hat sich die neue deutsche Rechtschreibung als recht brauchbar erwiesen.

Bedanken möchte ich mich schließlich von ganzem Herzen bei meinen Eltern, meiner Schwester sowie meiner Oma für all ihre Unterstützung in den letzten Jahren.

*„I didn't jump to conclusions. I took a small step,
and conclusions there they were.“*

Buffy, the Vampire Slayer

Curriculum vitae

	08.12.1972	geboren in Schwäbisch Gmünd
<i>Schule</i>	1979-1983	Albert-Einstein-Grundschule Geislingen
	1983-1992	Helfenstein-Gymnasium Geislingen
	05.1992	Abitur
<i>Zivildienst</i>	01.1993-04.1994	Lebenshilfe e.V. Geislingen
<i>Studium</i>	10.1994-05.2000	Studium der Physik an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen
	10.1996	Vordiplom, Nebenfach Informatik
	02.1999-02.2000	Diplomarbeit über „Sphärizitätseffekte in NLTE-Sternatmosphären“ unter der Anleitung von Prof. Dr. K. Werner
	02.2000	Diplom, Wahlfach Astronomie und Astrophysik
	04.2000-05.2003	Anfertigung der Dissertation mit dem Titel „Synthetische Spektren und Vertikalschichtungen von Akkretionsscheiben“ an der Universität Tübingen, Institut für Astronomie und Astrophysik (IAA), Abt. Astronomie, unter Anleitung von Prof. Dr. K. Werner
<i>Beruf</i>	04.1999-03.2000	wissenschaftliche Hilfskraft am IAA Tübingen
	04.2000-	wissenschaftlicher Angestellter am IAA Tübingen

Meine akademischen Lehrer waren die Professoren und Dozenten Dres.:

Angewandte Physik: E. Plies

Astronomie und Astrophysik: M. Bässgen, W. Kley, H. Mauder, H. Ruder, R. Staubert, K. Werner

Experimentalphysik: M. Baumann, H. Clement, F. Gönnerwein, P. Grabmayr, W. Hartmann, R. Hübener, O. Lutz, G. Mertens, A. Schwenk, G. Wagner

Informatik: W. Küchlin

Mathematik: H. Fischer, H. Kaul, F. Loose, M. Wolff

Theoretische Physik: P. Kramer, N. Schopohl