
In situ Beobachtung von
Feshbach-Resonanzen mittels
photoassoziativer Ionisation

Dissertation

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von

MAX ALBERT EISELE
aus Stuttgart-Bad Cannstatt

Tübingen
2020

Gedruckt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Eberhard Karls Universität Tübingen.

Tag der mündlichen Qualifikation:	12.02.2021
Stellvertretender Dekan:	Prof. Dr. József Fortágh
1. Berichterstatter:	Prof. Dr. Claus Zimmermann
2. Berichterstatter:	Prof. Dr. József Fortágh
3. Berichterstatter:	Prof. Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Streutheorie und Streuresonanz	7
2.1	Grundlagen der Streutheorie	8
2.1.1	Zweikörper-Streuprozess und Streuquerschnitt	8
2.1.2	Partialwellenentwicklung	12
2.1.3	Gekoppelte Kanäle und inelastischer Wirkungsquerschnitt	14
2.1.4	Berücksichtigung von Symmetrie und Parität der Wellenfunktionen von Bosonen und Fermionen	15
2.1.5	<i>s</i> -Wellen-Streuung	16
2.1.6	Korrelationsfunktion zweiter Ordnung und Paarwellenfunktion	18
2.2	Molekülpotenziale – Born-Oppenheimer-Potenziale	20
2.2.1	Coulomb-Wechselwirkungen	20
2.2.2	Hyperfein-Wechselwirkung und Wechselwirkung mit externem Magnetfeld	22
2.2.3	Spin-Spin-Wechselwirkungen	24
2.3	Feshbach-Resonanz	25
2.4	Analytische Van-der-Waals-Theorie	28
3	Photoassoziative Ionisation	33
3.1	Molekülpotenziale	36
3.1.1	Hund'sche Kopplungsfälle und Symmetrien der Wellenfunktionen	36
3.1.2	Morsepotenzial, Vibrations- und Rotationszustände	38
3.2	Photoassoziative Anregungen	41
3.2.1	Beschreibung mittels resonanter Streutheorie	41
3.2.2	Auswahlregeln für elektronische Übergänge	43
3.3	Experimentelle Realisierung	45
4	Photoassoziative Ionisation in der Nähe magnetischer Feshbach-Resonanzen	51
4.1	Streuresonanz mit Verlusten	52
4.1.1	Komplexe Streulänge	54
4.1.2	Elastischer und inelastischer Streuquerschnitt	55

4.2	Theoretische Ionenzählrate	57
4.2.1	Thermische Mittelung	58
4.2.2	Räumliche Mittelung	59
5	Atomfalle mit Ionendetektor	61
5.1	Modellierung der Magnetfelder	65
5.1.1	Spulengeometrie und Charakterisierung des Magnetfeldes	65
5.1.2	Atomare Wechselwirkung mit Magnetfeldern	67
5.2	Dipolfalle	72
5.2.1	Dipolpotenzial und Streurrate	72
5.2.2	Dipolpotenzial gekreuzter Gauß-Strahlen	74
5.2.3	Experimentelle Realisierung	77
5.3	Modellierung des optischen, magnetischen und gravitativen Gesamtpotenzials	79
5.4	Ionendetektion mittels Kanal-Elektronenvervielfacher	81
5.4.1	Optimaler Arbeitspunkt des CEM und Pulszählmodus	81
5.4.2	Elektrische Schaltung des CEM und Zähl Elektronik	82
5.4.3	Blende des CEM	85
5.4.4	Positionierung des CEM in der Vakuumapparatur	85
5.5	Modellierung der Iontrajektorien	89
5.5.1	Berechnungen der elektrischen Felder	89
5.5.2	Elektrostatische Kräfte auf die Atome	92
5.5.3	Einfluss eines konstanten elektrischen Feldes auf die Feshbach-Resonanzen	93
5.5.4	Trajektorien im gekreuzten elektrischen und magnetischen Feld	94
5.6	Experimenteller Zyklus	99
6	Charakterisierung des Ionendetektors mittels Zwei-Farben-Photoionisation	101
6.1	Zwei-Farben-Photoionisation	102
6.1.1	Energieübertrag auf die Ionisationsfragmente	103
6.1.2	Übergangsraten	103
6.1.3	Energieverschiebung und Übergangsrate des Zweiphotonen-Übergangs im Magnetfeld	104
6.2	Laseraufbau und 5D-Spektroskopie	107
6.2.1	5D-Zweiphotonen-Spektroskopie zur Frequenzstabilisierung des Referenzlasers	107
6.2.2	Frequenzstabilisierung des Zweiphotonen-Ionisationslasers	109
6.2.3	Strahlüberlagerung mit der Dipolfalle	110

6.3	Ionisationsspektren	112
6.4	Detektionseffizienz	117
7	Beobachtung von Feshbach-Resonanzen	
	durch photoassoziative Ionisation	119
7.1	Übersichtsmessung	120
7.2	Messverfahren zur Untersuchung einzelner Feshbach-Resonanzen	123
	7.2.1 Bestimmung der Resonanzpositionen	126
	7.2.2 Korrektur langsamer systematischer Störungen	127
7.3	<i>s</i> -Wellen Feshbach-Resonanzen	132
7.4	Zweikörper Zerfallskurven der <i>s</i> -Wellen Feshbach-Resonanzen	137
7.5	<i>d</i> -Wellen Feshbach-Resonanzen	142
7.6	Unbekannte Resonanzen bei 701,85 G und 702,74 G	147
8	Zusammenfassung und Ausblick	149
8.1	Zusammenfassung	149
8.2	Ausblick	150
A	Anhang	155
A.1	Physikalische Konstanten und Größen	155
A.2	Feshbach-Resonanzen	156
	A.2.1 Thermische Mittelung der Ionenrate	156
	A.2.2 Charakterisierungsparameter der Feshbach-Resonanzen	157
	A.2.3 Einfache Abschätzung der Positionen der Resonanzen und ihrer magnetischen Momente	158
	A.2.4 Optimierte Parameter der Korrekturfunktion für die einzelnen Feshbach-Resonanzen	160
	A.2.5 Amplituden der Resonanzen in Abhängigkeit von der Abtastrichtung des Magnetfeldes	162
	A.2.6 Magnetfeldabhängigkeit der photoassoziativen Verluste	164
A.3	Magnetfeldkalibrierung mittels Mikrowellenspektroskopie	165
B	Technischer Anhang	169
B.1	<i>Cateye</i> -Laser	169
	Literaturverzeichnis	171

1 Einleitung

In den vergangenen Jahrzehnten haben sich ultrakalte atomare Gase als außergewöhnlich leistungsfähiges Modellsystem zur Untersuchung von Fragen der quantenmechanischen Vielteilchenphysik etabliert. Sie bieten ein einzigartig reines und von der Außenwelt entkoppeltes System, in dem eine immer präzisere Kontrolle innerer und äußerer Freiheitsgrade möglich ist. Der „Werkzeugkasten“ zur gezielten Manipulation ultrakalter atomarer Ensembles entwickelte und entwickelt sich dabei stetig weiter. Von zentralem Interesse ist hierbei das Verständnis und einhergehend damit die Kontrolle der interatomaren Wechselwirkungen innerhalb eines ultrakalten Bose- oder Fermigases. Die interatomaren Wechselwirkungen haben zentrale Einflüsse auf Eigenschaften des Gases, wie zum Beispiel Stoßprozesse oder die Stabilität und Beschaffenheit eines Bose-Einstein-Kondensats (BEC¹) [1, 2].

Beschränkt man sich auf eine isotrope und kurzreichweitige Wechselwirkung, wird die interatomare Wechselwirkung ultrakalter Gase durch einen einzigen Parameter charakterisiert, die s -Wellen-Streulänge a . Sie ist spezifisch für jedes Atom bzw. Isotop und abhängig von der exakten Beschaffenheit des interatomaren Wechselwirkungspotenzials. Ist die Streulänge positiv, sind die Wechselwirkungen repulsiv, ist sie hingegen negativ, sind die Wechselwirkungen attraktiv. Beispielsweise besitzt das Isotop ⁸⁷Rb eine positive Streulänge und wird standardmäßig genutzt, um stabile Bose-Einstein-Kondensate herzustellen [3], hingegen weist das Isotop ⁸⁵Rb eine große negative Streulänge auf und aufgrund der resultierenden attraktiven Wechselwirkung tendiert hier ein BEC zum Kollaps [4–6].

Ein zentrales Werkzeug zur Manipulation der interatomaren Wechselwirkungen stellen Streuresonanzen dar. Mithilfe von Streuresonanzen [7, 8], insbesondere magnetischer Feshbach-Resonanzen, lässt sich durch experimentell zugängliche Größen, zum Beispiel der Magnetfeldstärke, die interatomare Wechselwirkung variieren und damit die Streulänge frei einstellen ($a \rightarrow \pm\infty$). Die erste Beobachtung magnetischer Feshbach-Resonanzen gelang im Jahre 1998 durch die Messung inelastischer Verluste, bedingt durch Dreikörperrekombinationen [9] und die Überhöhung der Photoassoziationsrate in der Nähe einer Feshbach-Resonanz [10]. Modellrechnungen geben durch die Anpassung der in Feshbach-Spektroskopien experimentell bestimmten Lage der Resonanzen dabei

¹engl. *Bose-Einstein condensate*

Aufschluss über die Wechselwirkungspotenziale diverser homonuklearer [11–16] oder auch heteronuklearer Gase [17–20]. Diese Beschreibungen wurden über die Jahre mit jeder neu entdeckten Feshbach-Resonanz in den einzelnen Systemen immer präziser. Die damit gewonnene Kontrolle über die interatomaren Wechselwirkungen macht atomare Quantengase zu geeigneten Modellsystemen für eine Vielzahl von Phänomenen der quantenmechanischen Vielteilchenphysik, die auf komplexere Systeme, zum Beispiel der Festkörperphysik, übertragen werden können. Ebenso führte sie zu vielen Anwendungen in der Untersuchung von Fermi- und Bosegasen und eröffnete eine Fülle an neuen experimentellen Möglichkeiten [21]. So konnten zum Beispiel, nur mit Hilfe der Kontrolle der Streulänge, stabile Bose-Einstein-Kondensate in ^{85}Rb [22], ^{133}Cs [23] und ^{39}K [24] erzeugt werden. Für die Erzeugung ultrakalter Moleküle spielen Feshbach-Resonanzen ebenfalls eine zentrale Rolle. Feshbach-Moleküle können mittels optisch stimulierter, adiabatischer Raman-Übergänge (STIRAP²) in tief gebundene Molekülzustände überführt werden und so ist sogar die Erzeugung von Grundzustandsmolekülen möglich [21, 25]. Solche Molekül-gase konnten dann auch bis zur Bose-Einstein-Kondensation abgekühlt werden [26–28]. Die Kondensation von Feshbach-Molekülen ermöglichte die Realisierung des Übergangs von einem Bose-Einstein-Kondensat zu einem Cooperpaar-Supraleiter (BEC-BCS-Übergang) in zweikomponentigen Fermigasen [29–33]. Auch die Untersuchung der Quantenphysik weniger Atome (engl. *few-body physics*), wie zum Beispiel von Efimov-Trimeren, wurde ermöglicht. Der erste Nachweis eines Efimov-Trimers gelang 2006 in einem ultrakalten Cäsiumgas durch Merkmale in den Verlusten, bedingt durch Dreikörperrekombinationen [34, 35]. Diese Verlustspektroskopie zur Untersuchung von Efimov-Zuständen konnte anschließend dann auch auf andere Spezies [36] und heteronukleare Gemische [37] erweitert werden. Direktere Beobachtungen dieser Zustände stellten dabei zum Beispiel Trimer Radiofrequenz-Assoziation dar [38–40].

Alle diese Messungen beruhen auf destruktiven Messmethoden. Die konventionelle Methode, ultrakalte atomare Ensemble zu untersuchen, stellt hierbei die Absorptionaufnahme der Atomwolke dar. Dabei wird meist die Atomfalle nach dem Experiment geöffnet und das atomare Ensemble nach einer Flugzeit abgebildet. Die zentrale Messgröße stellen dabei gemeinhin die durch das Experiment hervorgerufenen Verluste dar. Für jeden neuen experimentellen Datenpunkt muss das gesamte atomare Ensemble neu präpariert werden. Ein Präparationszyklus umfasst dabei das Abkühlen, Einfangen, Speichern, Manipulieren und Detektieren der Atome und dauert typischerweise mehrere zehn Sekunden bis über eine Minute. Das Verhältnis zwischen Präparationszeit und der Dauer des eigentlichen Experiments ist dabei sehr ungünstig. Darüber hinaus unterliegen diese Messungen Schwankungen in der Präparation von Zyklus zu Zyklus.

Zur Verdeutlichung der Nachteile von destruktiven Messmethoden sollen an dieser Stelle

²engl. *stimulated Raman adiabatic passage*

exemplarisch vorherige Untersuchungen an unserem Experiment zur Detektion eines Efimov-Trimers im Lithium-Rubidiumgemisch [19] dienen. Der Efimov-Zustand macht sich hierbei durch die Überhöhung der Dreikörperrekombinationsrate auf der Flanke des durch die Feshbach-Resonanz erzeugten Verlustsignals bei negativen Streulängen bemerkbar. Neben den Atomzahlverlusten führt die überhöhte Dreikörperrekombinationsrate durch Kollisionsheizen zu einer Erhöhung der Temperatur. Für jede Änderung der Magnetfeldstärke, also für jeden einzelnen Datenpunkt eines Spektrums, muss das Ensemble neu präpariert werden und nach einer festen Wechselwirkungsdauer wird die Atomzahl und Temperatur des Ensembles bestimmt. Um Messkurven mit hoher statistischer Güte zu erzeugen, müssen mehrere tausend Zyklen durchlaufen werden. Für diese Untersuchungen wurden bei vier unterschiedlichen Temperaturen des Ensembles Spektren aufgenommen, wobei eine Messreihe dabei typischerweise über 4000 Präparationszyklen beinhaltet. Bei einer Zykluszeit von einer Minute entsprach dies einer Messdauer von zwei Wochen. Somit werden hohe Anforderungen an die Stabilität und Zuverlässigkeit des apparativen Aufbaus gestellt. Dadurch stößt eine solch bewährte Messmethode, mit deren Hilfe in den letzten Jahrzehnten beeindruckende Messungen getätigt wurden, immer mehr an ihre experimentellen Grenzen.

Nicht destruktive Messmethoden bilden jedoch die Ausnahme. Dies sind meist dispersive Messmethoden, welche üblicherweise in dichten oder großen Ensembles Anwendung finden [1], wie zum Beispiel die Dunkelfeld-Abbildung [41], die Phasenkontrast-Abbildung [42, 43] und die Polarisationskontrast-Abbildung [44, 45]. Der abbildende Charakter einer Messung spielt dabei oftmals keine Rolle, wie zum Beispiel bei dem dispersiven optischen Nachweis magnetischer Feshbach-Resonanzen [46]. Eine weitere nichtdestruktive, nichtabbildende Messmethode stellt die Zweifarben-Photoionisation dar, wobei mittels Stichprobenmessungen relevante Größen des atomaren Ensembles, wie die Atomzahl und die Temperatur, bestimmt werden können [47–52].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird eine Methodik zur direkten Beobachtung von Paarkorrelationen bei kleinen interatomaren Abständen innerhalb einiger Nanosekunden vorgestellt und experimentell untersucht. Die Methode basiert einerseits auf der photoassoziativen Ionisation, einer aus der Molekülspektroskopie bekannten Technik [53–56], und andererseits auf dem effizienten Echtzeitnachweis der so erzeugten Ionen.

Bei der im Rahmen dieser Arbeit realisierten photoassoziativen Ionisation wird ein Atompaar optisch in einen tief gebundenen Zustand eines Molekülions angeregt. Die optische Anregung ist nur möglich, wenn der interatomare Abstand ähnlich groß ist wie die Größe des gebundenen molekularen Zustands. Die beobachtete Molekülionenrate ist also direkt proportional zur Anzahl der Paare mit kleinen interatomaren Abständen. Für den effizienten Echtzeitnachweis der erzeugten Molekülionen wurde im Rahmen dieser Arbeit der bestehende apparative Aufbau um einen Kanal-Elektronenvervielfacher

erweitert. Dieses Detektionsschema ermöglicht es nun, die durch die photoassoziative Ionisation erzeugten Verluste direkt und in Echtzeit zu messen. So kann sogar während eines experimentellen Zyklus ein Parameter zur Manipulation des atomaren Ensembles variiert werden und die Reaktion des Gases ist *in situ* beobachtbar. Im Vergleich ist die konventionelle, destruktive Messmethode prinzipiell dazu nicht in der Lage, hier kann eine Aussage über das Gas erst nach dem Experiment, durch die Bestimmung der verbleibenden Atomzahl, getroffen werden.

Die Vorzüge dieser neuen Messmethode werden im Rahmen dieser Arbeit exemplarisch bei der *in situ* Beobachtung von Feshbach-Resonanzen in einem thermischen ^{87}Rb -Gas verdeutlicht. Magnetische Feshbach-Resonanzen [21] führen dabei zu einer Überhöhung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Streupartner bei kleinen interatomaren Abständen und somit zu einer Überhöhung der Photoassoziationsrate in der Nähe von Feshbach-Resonanzen [10, 57–59]. Daher ist auch die photoassoziative Ionisationsrate in der Nähe von Feshbach-Resonanzen überhöht. Dies erlaubt erstmals eine Echtzeit Beobachtung sich ändernder Streueigenschaften des atomaren Ensembles durch die direkte Messung der Paarkorrelationen bei kleinen interatomaren Abständen. Dabei wird nur eine Stichprobe des Ensembles für die Untersuchung entnommen und der größte Teil des Gases bleibt während der Messung unangetastet. Die hohe Geschwindigkeit und die hohe Empfindlichkeit des hier vorgestellten Detektionsschemas erlaubt es, eine komplette Feshbach-Resonanz innerhalb einer Millisekunde und ohne Zerstörung des Gases zu beobachten. Dies ermöglicht es, innerhalb eines Präparationszyklus Mehrfachmessungen von Feshbach-Resonanzen durchzuführen und ist somit prinzipiell unabhängig von Präparationsschwankungen. Dabei ist die Analyse des Zerfalls der Atomzahl über die Messdauer hinweg ebenfalls möglich. Die Untersuchung dieses Streuphänomens wird nun innerhalb kurzer Messdauern und mit einer sehr hohen statistischen Güte der Messung ermöglicht.

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Messmethode mit ihren einzigartigen Eigenschaften, der zerstörungsfreien Echtzeitmessung der Paarkorrelationen, ebnet nun den Weg hin zur direkten Beobachtung von dynamischen Prozessen in atomaren Quantengasen.

In den letzten Jahren lag ein besonderer Augenmerk auf der Untersuchung von stark wechselwirkenden Quantengasen im unitären Regime. In der Nähe magnetischer Feshbach-Resonanzen ändert sich die s -Wellen-Streulänge mit der Magnetfeldstärke drastisch. An der Resonanzposition weist die Streulänge einen Pol auf, divergiert und das unitäre Regime wird erreicht [21]. In diesem Bereich überschreitet die Streulänge alle anderen Längenskalen des Gases und die Paarkorrelationen sind eng mit der Kontaktstärke verbunden. Sie wurde von S. Tan für unitäre fermionische Systeme aus zwei Spinzuständen ($\uparrow\downarrow$) eingeführt und beschreibt die Anzahl der Paare von Fermionen in den

beiden Spinzuständen mit kleinen interatomaren Abständen [60–62]. Mit der Einführung des Kontakts ist es möglich, die makroskopischen Eigenschaften eines unitären fermionischen oder bosonischen Quantengases auf die Paareigenschaften im Grenzwert kleiner Abstände zurückzuführen. Die Verbindung von der Vielteilchenphysik mit der Quantenphysik einzelner Teilchen wird dadurch ermöglicht.

Fermigase werden durch Zweikörper-Wechselwirkungen dominiert, da aufgrund der Pauli-Blockade Dreikörperprozesse stark unterdrückt sind [63]. Das unitäre Regime wurde daher am ausführlichsten in fermionischen Systemen aus zwei Spinzuständen untersucht [64, 65]. Alle bisher in diesen zweikomponentigen Fermigasen abgeleiteten universellen Beziehungen beinhalten die Kontaktstärke [66]. Experimentell wurde die Tan'sche Kontaktstärke erstmals 2010 gemessen [67, 68]. Bei zweikomponentigen Fermigasen in der Nähe von Feshbach-Resonanzen kann Photoassoziation genutzt werden, um den Zweikörper-Kontakt direkt zu bestimmen [69–71].

In Bosegasen hingegen sind Dreikörper-Wechselwirkungen und der sogenannte Efimov-Effekt [36, 72] nicht zu vernachlässigen. Daher muss neben dem Zweikörperkontakt auch dessen Dreikörperanalogon, der Dreikörperkontakt, berücksichtigt werden [73–75]. Das unitäre Regime ist bisher in Bosegasen ein schwer zu untersuchender Bereich, da die Dreikörperrekombinationsrate ($\propto a^4$) in der Nähe einer Feshbach-Resonanz, also bei divergierender s -Wellen-Streulänge, sehr groß wird. Da mit dieser erhöhten Dreikörperrekombinationsrate die Atome verstärkt verloren gehen, erweisen sich unitäre bosonische Gase leider als instabil [76]. Erste experimentelle Untersuchungen zum Kontakt in Bosegasen erfolgten mittels Radiofrequenz-Spektroskopie [77]. In aktuellen Experimenten wurde, um das Problem der hohen Dreikörperrekombinationsrate in Bosegasen zu umgehen, das unitäre Regime mittels sogenannter „*Quench*“-Experimente untersucht, bei denen die Wechselwirkung in einem Gas durch einen Sprung (engl. „*interaction quench*“) ins unitäre Regime gestört werden. Mittels Ramsey-Interferometrie wurde die kohärente Entwicklung eines resonant wechselwirkenden, unitären Bosegases untersucht und der Zwei- und Dreikörperkontakt des Gases konnte interferometrisch gemessen werden [78]. Eine andere Art einen „*Quench*“ durchzuführen besteht darin, das atomare Ensemble mittels schneller Magnetfeldrampen in das unitäre Regime zu überführen und die resultierende zeitliche Entwicklung des Systems zu beobachten [79–83].

Die im Rahmen dieser Arbeit getätigten Messungen geben einen Hinweis darauf, dass mittels photoassoziativer Ionisation eine Echtzeitbeobachtung der Entwicklung des Systems nach einer schnell induzierten Änderung der Streueigenschaften möglich ist. Dieses neue Detektionsschema ist ein Wegweiser zur direkten Beobachtung von Dynamiken ultrakalter Gase, auch im unitären Regime.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert. Im nachfolgenden Kapitel 2 werden die Grundlagen der Streutheorie und Streuresonanzen besprochen. Der neuen Messmethode zugrundeliegende Mechanismus der photoassoziativen Ionisation wird in Kapitel 3 vorgestellt. Eine theoretische Beschreibung der Ionen­zählrate in der Nähe einer magnetischen Feshbach-Resonanz wird in Kapitel 4 abgeleitet. In Kapitel 5 wird der apparative Aufbau charakterisiert und der neu eingebaute Ionendetektor beschrieben. Dessen Funktionsweise in hohen Magnetfeldern und dessen Detektionseffizienz wird in Kapitel 6 experimentell untersucht. Messungen von Feshbach-Resonanzen mittels der in dieser Arbeit neu entwickelten Messmethode werden in Kapitel 7 vorgestellt. In Kapitel 8 wird eine Zusammenfassung der Arbeit und ein Ausblick gegeben.

Außerdem wurde ein Teil der in dieser Dissertation vorgestellten Ergebnisse in einer Publikation bei *Physical Review Letters* [84] veröffentlicht.

2 Streutheorie und Streuresonanz

Stöße von Atomen in ultrakalten Quantengasen besitzen aufgrund der geringen Temperaturen eine asymptotisch verschwindende Stoßenergie und man spricht auch von ultrakalten Stößen. Diese Stoßprozesse sind die Folge von Wechselwirkungen zwischen den Teilchen und bestimmen damit die Eigenschaften von ultrakalten Gasen. Feshbach-Resonanzen stellen hierbei ein Resonanzphänomen ultrakalter Stöße dar, deshalb soll vorab kurz in Abschnitt 2.1 auf die Grundlagen der atomaren Streutheorie eingegangen werden. Hier werden die grundlegenden Begriffe und charakteristischen Größen eingeführt, die für die nachfolgende Beschreibung von Streuresonanzen essenziell sind.

Die Kenntnis der Streupotenziale ist für die Beschreibung von Streuphänomenen bestimmend. In Abschnitt 2.2 wird ein Einblick in die relevanten Wechselwirkungen gegeben, die dann zu adiabatischen Born-Oppenheimer Potenzialen führen.

Um Streuresonanzen, hier im speziellen Feshbach-Resonanzen, beschreiben zu können, muss man auch innere Freiheitsgrade der Stoßpartner berücksichtigen. Jeder dieser inneren Zustände definiert einen sogenannten Kanal für den Streuprozess. Dies führt zur Beschreibung der Resonanz im Modell zweier gekoppelter Kanäle in Abschnitt 2.3. Feshbach-Resonanzen treten durch die Kopplung eines quasigebundenen Molekülzustands in einem geschlossenen Kanal und der Streuwellenfunktion der kollidierenden Atome in einem offenen Hintergrundstreukanal auf. Die Streuphase separiert hierbei in einen Anteil, bedingt durch den Hintergrundstreukanal, und einen resonanten Anteil. Der resonante Anteil der Streuphase ist durch die Standardform einer Breit-Wigner-Resonanz gegeben.

Die in Abschnitt 2.4 vorgestellte Analytische Van-der-Waals-Theorie, welche sich zu eigen macht, dass die Streueigenschaften maßgeblich durch den langreichweitigen Anteil der Born-Oppenheimer Potenziale, das Van-der-Waals-Potenzial, bestimmt sind, liefert eine Beschreibung dieser Streuresonanz. Mit deren Hilfe lassen sich die beiden charakteristischen Parameter, die Breite der Feshbach-Resonanz und die Resonanzverschiebung aufgrund der Kopplung der Kanäle, beschreiben.

2.1 Grundlagen der Streutheorie

Streutheorie wird in verschiedenen Lehrbüchern und Übersichtsartikeln behandelt [21, 85–88], die nachfolgenden Abhandlungen folgen diesen Veröffentlichungen.

Im Abschnitt 2.1.1 wird ein Zweikörper-Stoßprozess von unterscheidbaren Teilchen quantenmechanisch beschrieben und der differenzielle und totale elastische Streuquerschnitt des Stoßes hergeleitet. Ist das Wechselwirkungspotenzial der Stoßpartner radialsymmetrisch, ist eine Partialwellenzerlegung des Streuproblems möglich, diese wird in Abschnitt 2.1.2 besprochen. In Abschnitt 2.1.3 werden innere Freiheitsgrade der Stoßpartner berücksichtigt. Dies führt zu den sogenannten gekoppelten Kanalgleichungen. In diesem Zusammenhang wird eine Ableitung des inelastischen Streuquerschnittes vorgenommen. Bei der Betrachtung in Abschnitt 2.1.4 von ununterscheidbaren Stoßpartnern, wie Bosonen und Fermionen, muss die Symmetrie und Parität der Wellenfunktionen berücksichtigt werden, was wiederum den elastischen und inelastischen Wirkungsquerschnitt beeinflusst. In Abschnitt 2.1.5 wird auf das Schwellverhalten bei geringen Stoßenergien eingegangen, dies führt zur sogenannten s -Wellen-Streuung. Der formale Zusammenhang der räumlichen Korrelationsfunktion und der Paarwellenfunktion wird in Abschnitt 2.1.6 vorgestellt.

2.1.1 Zweikörper-Streuprozess und Streuquerschnitt

Zweikörper-Streuprozess

Die Beschreibung eines Zweikörper-Streuprozesses mittels stationärer Lösungen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung wird stationäre Zustandsmethode genannt und liefert in den meisten experimentell realisierten Fällen äquivalente Ergebnisse, wie die Lösungen des zeitabhängigen Problems [86].

Quantenmechanisch wird die Kollision eines Projektils der Masse m_1 am Ort \vec{r}_1 und eines Targets mit der Masse m_2 am Ort \vec{r}_2 durch die zeitunabhängige Schrödingergleichung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}_2^2 + V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \right) \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = E \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (2.1.1)$$

beschrieben. Dabei beschreiben die ersten beiden Terme die kinetische Energie der beiden Teilchen und der dritte Term die Wechselwirkung zwischen den beiden Teilchen, ausgedrückt durch das Wechselwirkungspotenzial $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$. Die elektronische Zweiteilchen-Wellenfunktion ist $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$.

Der Übergang zu Relativ- und Schwerpunktsystem liefert mit dem Relativabstand $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ von Projektil und Target, ihrem Schwerpunkt $\vec{R} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}$, deren reduzierter Masse $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ und dem Separationsansatz von Relativ- und Schwerpunktsbewegung (Born-

Oppenheimer-Näherung) $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Psi_k(\vec{r})\chi_K(\vec{R})$ für die Schwerpunktsbewegung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{4\mu}\vec{\nabla}_R^2\right)\chi_K(\vec{R}) = E_K\chi_K(\vec{R}) \quad (2.1.2)$$

und für die Relativbewegung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\vec{\nabla}_r^2 + V(\vec{r})\right)\Psi_k(\vec{r}) = E\Psi_k(\vec{r}). \quad (2.1.3)$$

Im Folgenden sind Projektil und Target hierbei unterscheidbare Teilchen derselben Masse $m_1 = m_2 = m$ und die reduzierte Masse vereinfacht sich zu $\mu = \frac{m}{2}$. Der Schwerpunkt bewegt sich wie ein freies Teilchen der Masse $2m$ mit der Energie $E_K = \frac{\hbar^2 K^2}{2m}$. Die Eigenzustände sind somit ebene Wellen $\chi_K(\vec{R}) = e^{-i\vec{K}\vec{R}}$ mit den zugehörigen Eigenenergien E_K .

Die Streudynamik resultiert aus der Relativbewegung. Diese verhält sich wie ein Teilchen der reduzierten Masse μ und Energie $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$, welches am Potenzial $V(\vec{r})$ gestreut wird. Nach Arnold Sommerfeld ist ein Lösungsansatz der Schrödingergleichung des Streuproblems gegeben durch

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_k(\vec{r}) = e^{ikz} + f(k, \theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (2.1.4)$$

Diese Randbedingung stellt für große Relativabstände die Überlagerung von einer einlaufenden ebenen Welle, die o.B.d.A. in Richtung der positiven z -Achse einläuft, und einer auslaufenden gestreuten Kugelwelle dar. Die auslaufende Kugelwelle wird hierbei durch die Streuamplitude $f(k, \theta, \phi)$ moduliert. Die Streuamplitude, die den Einfluss des Potenzials auf die einlaufende Welle beschreibt, ist von der Energie des einlaufenden Partikels k abhängig. Sie ist außerdem abhängig von dem Polarwinkel θ und dem Azimutwinkel ϕ um die Richtung von z . Die Streuamplitude hat die Dimension einer Länge.

Diese Lösung, Gleichung (2.1.4), impliziert, dass die Bewegung des Teilchens für asymptotisch große interatomare Abstände frei ist. Dies führt zu Einschränkungen des langreichweitigen Verhaltens des Potenzials, es muss schneller abfallen als $\frac{1}{r^2}$. Da die atomaren Wechselwirkungspotenziale im Verhältnis zu $\frac{1}{r^2}$ kurzreichweitig sind (vergleiche Abschnitt 2.2), ist das hier geforderte asymptotische Verhalten des Potenzials

$$\lim_{|r| \rightarrow \infty} r^2 V(\vec{r}) = 0 \text{ erfüllt.}$$

Differenzieller und totaler elastischer Streuquerschnitt

Die Lösungen der Schrödingergleichungen erfüllen die Kontinuitätsgleichung. Diese besagt, dass die Summe aus der zeitlichen Änderung der Teilchenzahl $\rho = |\Psi(\vec{r})|^2$ und der Änderung der Teilchenflussdichte $\vec{j}(\vec{r})$ konstant ist

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0. \quad (2.1.5)$$

Da bei den betrachteten Streuprozessen Teilchenzahlerhaltung gilt, ist die zeitliche Änderung der Teilchenzahl $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Betrachtet man nun die Kontinuitätsgleichung in der Integralform

$$\oint \vec{j} \cdot \hat{e}_r r^2 d\Omega = 0, \quad (2.1.6)$$

ist ersichtlich, dass der Nettofluss durch jede geschlossene Oberfläche ebenfalls verschwinden muss. Der Teilchenfluss, der mit der Wellenfunktion verknüpft ist, wird beschrieben durch die Flussdichte $\vec{j}(\vec{r})$ und ist gegeben durch

$$\vec{j}(\vec{r}) = \frac{\hbar}{2i\mu} \left(\Psi^*(\vec{r}) \vec{\nabla} \Psi(\vec{r}) - \Psi(\vec{r}) \vec{\nabla} \Psi^*(\vec{r}) \right). \quad (2.1.7)$$

Asymptotisch ($r \rightarrow \infty$) ist der differenzielle elastische Streuquerschnitt gegeben durch die auslaufende Teilchenflussdichte, gestreut in den Raumwinkel $d\Omega$, normiert auf die einlaufende Teilchenflussdichte $|\vec{j}_{\text{ein}}|$

$$d\sigma = \frac{\vec{j}_{\text{aus}}(r) \cdot \hat{e}_r r^2 d\Omega}{|\vec{j}_{\text{ein}}|}. \quad (2.1.8)$$

Der differenzielle Streuquerschnitt kann also als Fläche senkrecht zur Einfallsrichtung interpretiert werden, die der einlaufende Fluss durchdringt, welcher in den Raumwinkel $d\Omega$ gestreut wird.

Für die einlaufende ebene Welle e^{ikz} beträgt die Teilchenflussdichte

$$\vec{j}_{\text{ein}} = \frac{\hbar k}{\mu} \hat{e}_z = v \hat{e}_z, \quad (2.1.9)$$

mit der Geschwindigkeit des einlaufenden Teilchens $v = \frac{\hbar k}{\mu}$.

Die Teilchenflussdichte der auslaufenden Kugelwelle ist in führender Ordnung gegeben durch

$$\vec{j}_{\text{aus}}(r) = \frac{\hbar k}{\mu} |f(k, \theta, \phi)|^2 \frac{\hat{e}_r}{r^2} \left(1 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r}\right) \right). \quad (2.1.10)$$

Der Teilchenfluss, der in den Raumwinkel $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ gestreut wird und somit das Flächenelement $r^2 d\Omega \hat{e}_r$ durchdringt, ist gegeben durch

$$\vec{j}_{\text{aus}}(r) \hat{e}_r r^2 d\Omega = \frac{\hbar k}{\mu} |f(k, \theta, \phi)|^2 d\Omega. \quad (2.1.11)$$

Der differenzielle elastische Streuquerschnitt ist damit gegeben durch

$$d\sigma = \frac{\frac{\hbar k}{\mu} |f(\theta, \phi)|^2 d\Omega}{\frac{\hbar k}{\mu}} = |f(k, \theta, \phi)|^2 d\Omega. \quad (2.1.12)$$

Integriert man diesen differenziellen Wirkungsquerschnitt über alle Raumwinkel, erhält man den totalen elastischen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\text{el}} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta |f(k, \theta, \phi)|^2. \quad (2.1.13)$$

Der totale elastische Wirkungsquerschnitt hat die Einheit einer Fläche, er beschreibt die Fläche, die der Fluss, der gestreut wird, durchdringt. Klassisch kann der Wirkungsquerschnitt als eine Trefferfläche beim Stoß interpretiert werden.

Optisches Theorem

Das optische Theorem ist ein Ausdruck für die Teilchenzahlerhaltung und soll an dieser Stelle abgeleitet werden.

Der gesamt gestreute Fluss I_{aus} ist gegeben durch

$$I_{\text{aus}} = \sigma_{\text{el}} |\vec{j}_{\text{ein}}| = \sigma_{\text{el}} v \hat{e}_z. \quad (2.1.14)$$

Der einlaufende Fluss verschwindet aus Symmetriegründen

$$I_{\text{ein}} = \oint \vec{j}_{\text{ein}} \hat{e}_r r^2 d\Omega = 0. \quad (2.1.15)$$

Die Tatsache, dass die einlaufenden und auslaufenden Flüsse sich nicht kompensieren, ist der Interferenz der einlaufenden ebenen Welle und der Kugelwellen geschuldet.

Die gesamte Flussdichte ist also asymptotisch ($r \rightarrow \infty$) gegeben durch

$$\vec{j}(r) \approx \vec{j}_{\text{ein}} + \vec{j}_{\text{aus}}(r) + \vec{j}_{\text{interf}}(r) \quad (2.1.16)$$

und erfüllt die Kontinuitätsgleichung, Gleichung (2.1.6).

Der Fluss, der durch die Interferenz bedingt ist, ergibt sich zu [85]

$$I_{\text{interf}} = -\frac{\hbar}{\mu} 4\pi \text{Im}(f(\theta = 0)). \quad (2.1.17)$$

Die Teilchenzahlerhaltung fordert nun, dass der Fluss, bedingt durch die Interferenz I_{interf} , den auslaufenden Fluss I_{aus} kompensiert. Damit erhält man das sogenannte optische Theorem

$$\sigma_{\text{el}} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}(f(\theta = 0)). \quad (2.1.18)$$

Die destruktive Interferenz der ebenen Welle und der gestreuten Welle in Vorwärtsrichtung $\theta = 0$ kompensiert also den Fluss, bedingt durch den Streuprozess. In Vorwärtsrichtung $\theta = 0$ wird die Streuamplitude unabhängig vom Winkel ϕ .

2.1.2 Partialwellenentwicklung

Das Wechselwirkungspotenzial zwischen zwei Atomen ist radialsymmetrisch. Für ein solches radialsymmetrisches Potenzial $V(\vec{r}) = V(r)$ ist die Schrödingergleichung rotationsinvariant, die Randbedingungen, Gleichung (2.1.4), für die Streuwellenfunktion jedoch nicht. Damit ist die Paarwellenfunktion Ψ_k selbst keine Eigenfunktion des Drehimpulses, kann aber in Eigenfunktionen des Drehimpulses entwickelt werden, einer sogenannten Partialwellenentwicklung. Die Eigenfunktionen des Drehimpulses sind die Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\theta, \phi)$.

Da entlang der z -Achse die Rotationssymmetrie der Schrödingergleichung und der Randbedingungen erfüllt sind, ist die Azimutal-Quantenzahl m erhalten. Die einlaufende ebene Welle e^{ikz} ist ein Eigenzustand der z -Komponente des Drehimpulsoperators mit der Quantenzahl $m = 0$. Bei der Partialwellenentwicklung tragen daher nur Partialwellen mit $m = 0$ bei. Die Wellenfunktion ist also unabhängig vom Azimutalwinkel ϕ und die Kugelflächenfunktionen reduzieren sich damit zu den Legendre-Polynomen $P_l(\cos \theta)$.

Es folgt für die Partialwellenentwicklung der Paarwellenfunktion

$$\Psi_k(\vec{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{u_{k,l}(r)}{r} P_l(\cos \theta), \quad (2.1.19)$$

wobei die einzelnen Partialwellen mit ihrer orbitalen Drehimpulsquantenzahl l benannt werden und $u_{k,l}(r)$ sind die radialen Wellenfunktionen.

Die eindimensionale radiale Schrödingergleichung ergibt sich zu

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V_{\text{eff}}(r) \right) u_{k,l}(r) = E u_{k,l}(r), \quad (2.1.20)$$

mit dem effektiven Potenzial

$$V_{\text{eff}}(r) = V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}. \quad (2.1.21)$$

Der repulsive Term $\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}$ führt für Bahndrehimpulse ($l \neq 0$) zu einer sogenannten Zentrifugalbarriere.

Die Partialwellenentwicklung der einlaufenden ebenen Welle zeigt, dass sich diese als Überlagerung einer einlaufenden und auslaufenden Kugelwelle darstellen lässt

$$e^{ikz} \propto \frac{1}{2ikr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) ((-1)^{l+1} e^{-ikr} + e^{ikr}). \quad (2.1.22)$$

Damit lässt sich die Randbedingung der Gesamtwellenfunktion, Gleichung (2.1.4), die Summe einer einlaufenden ebenen Welle und der auslaufenden gestreuten Kugelwelle $f(\theta)e^{ikr}/r$, ausdrücken als

$$\Psi_k(r) \propto \frac{1}{2ikr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) ((-1)^{l+1} e^{-ikr} + e^{ikr}) + f(k, \theta) \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (2.1.23)$$

Die Streuamplitude kann ebenfalls in Partialwellen entwickelt werden

$$f(k, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} f_l P_l(\cos \theta), \quad (2.1.24)$$

mit den konstanten Koeffizienten f_l , den Partialwellen-Streuamplituden. Diese sind wiederum gegeben durch

$$f_l = \frac{2l+1}{2ik} (e^{2i\varphi_l} - 1), \quad (2.1.25)$$

mit den reellen Streuphasen φ_l , welche die Information über den Einfluss des Potentials auf das asymptotische Verhalten der Wellenfunktion beinhalten. Das Streuproblem reduziert sich damit auf die Bestimmung der Streuphasen φ_l .

Die asymptotische Form der Gesamtwellenfunktion ergibt sich damit zu

$$\begin{aligned} \Psi_k(\vec{r}) &\propto \frac{1}{2ikr} \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \theta) (2l+1) ((-1)^{(l+1)} e^{-ikr} + e^{2i\varphi_l} e^{ikr}) \\ &= \frac{1}{kr} \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \theta) (2l+1) (i)^l e^{i\varphi_l} \sin(kr - l\frac{\pi}{2} + \varphi_l). \end{aligned} \quad (2.1.26)$$

Im oberen Ausdruck für die asymptotische Form der Gesamtwellenfunktion ist ersichtlich, dass diese aus einer einlaufenden ($\propto e^{-ikr}$) und einer auslaufenden Kugelwelle ($\propto e^{ikr}$) zusammengesetzt ist.

Der Faktor $e^{2i\varphi_l}$ der auslaufenden Welle ist der Beitrag der l -ten Partialwelle zu der Streumatrix oder S-Matrix,

$$S_l = e^{2i\varphi_l}. \quad (2.1.27)$$

Für das hier besprochene radialsymmetrische Potenzial $V(r)$ ist die S-Matrix diagonal, da es keine Kopplung zwischen den radialen Schrödinger-Gleichungen mit verschiedenen orbitalen Drehimpulsquantenzahlen l gibt. Die S-Matrix ist für reelle Streuphasen unitär $|S_l| = 1$, ein Ausdruck für Teilchenerhaltung.

Die Partialwellenentwicklung ermöglicht es nun, den differentiellen elastischen Streuquerschnitt $d\sigma/d\Omega = |f(k, \theta)|^2$ mithilfe der Streuphasen φ_l auszudrücken. Es ergibt sich eine Doppelsumme über Produkte von Legendre-Polynomen. Durch Integration und Berücksichtigung der Orthogonalität der Legendre-Polynome erhält man aus dem differentiellen Streuquerschnitt den totalen elastischen Wirkungsquerschnitt

$$\begin{aligned} \sigma_{el} &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2l+1} |f_l|^2 \\ &= \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left(|1 - e^{2i\varphi_l}|^2 \right) \\ &= \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \varphi_l. \end{aligned} \quad (2.1.28)$$

Dieser ist nun ebenfalls nur noch abhängig von den Streuphasen φ_l .

2.1.3 Gekoppelte Kanäle und inelastischer Wirkungsquerschnitt

In der bisherigen Betrachtung von Streuprozessen wurde ein einzelnes Wechselwirkungspotenzial angenommen, um den Stoßprozess der beiden beteiligten Atome zu beschreiben. Dabei ist die Wechselwirkung der Streupartner elastisch. Im Allgemeinen ist jedoch das Wechselwirkungspotenzial von den internen Freiheitsgraden der Atome abhängig. Besitzen die Streupartner interne Freiheitsgrade, so können diese durch einen Energietransfer von oder zu den Bewegungsfreiheitsgraden der Relativbewegung an- oder abgeregt werden. Solche Streuprozesse, bei denen das Projektil oder Target seine internen Freiheitsgrade ändert, nennt man inelastisch.

Betrachtet man Stöße von Teilchen mit inneren Freiheitsgraden ξ , wird diesen nun nach Friedrich [85] durch eine Erweiterung der Wellenfunktion Rechnung getragen

$$\Psi(r, \xi) = \sum_j \Psi_j(r) \Upsilon_j(\xi), \quad (2.1.29)$$

wobei $\Upsilon_j(\xi)$ die quantenmechanischen Wellenfunktionen der jeweiligen inneren Zustände sind. Jeder dieser inneren Zustände definiert einen Kanal $|\xi\rangle$ für den Streuprozess. Aus der vollständigen Schrödingergleichung lassen sich dann gekoppelte Kanal-Gleichungen ableiten [85]

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}^2 \Psi_i(\vec{r}) + \sum_j V_{i,j} \Psi_j(\vec{r}) = (E - E_i) \Psi_i(\vec{r}), \quad (2.1.30)$$

wobei die Einträge der Matrix der Potenziale $V_{i,j} = \langle \Upsilon_i | W | \Upsilon_j \rangle_\xi$ durch den Wechselwirkungsoperator W gegeben sind. Als geschlossene Kanäle werden Kanäle bezeichnet, deren Energie E_j größer als die Energie der Relativbewegung E ist. Offene Kanäle sind Kanäle mit einer Energie E_i , kleiner als die der Relativbewegung.

Der Eingangskanal ist ein offener Kanal, in dem die ebene Welle einläuft. Der ausgehende Fluss in andere offene Reaktionskanäle findet im Streuquerschnitt, aus Abschnitt 2.1.1, keine Berücksichtigung, da die bisherige Betrachtung nur elastische Streuung behandelt. Um inelastische Streueignisse und andere mögliche Reaktionskanäle, wie zum Beispiel Absorption, die in der bisherigen Beschreibung nicht explizit Berücksichtigung finden, einzubeziehen, ist der totale Streuquerschnitt nun gegeben durch die Summe aus elastischem und inelastischem Wirkungsquerschnitt $\sigma = \sigma_{el} + \sigma_i$.

Der inelastische Wirkungsquerschnitt oder auch Reaktionsquerschnitt σ_i ist formal definiert als die Differenz zwischen dem einlaufenden Fluss und dem auslaufenden Fluss im Eingangskanal, dividiert durch die einlaufende Flussdichte der ebenen Welle [86].

An dieser Stelle soll eine heuristische Ableitung des inelastischen Wirkungsquerschnittes über das generalisierte Optische Theorem gegeben werden. Nach Wu und Ohmura [86] ist das generalisierte Optische Theorem gegeben durch

$$\frac{4\pi}{k} \text{Im}(f(k, \theta = 0)) = \sigma_{el} + \sigma_i = \sigma(k). \quad (2.1.31)$$

Durch Einsetzen der Streuamplitude, Gleichung (2.1.24), in das generalisierte optische Theorem, wobei nun die Streuphase φ_l als komplex angenommen werden muss, folgt dann mit dem Legendre Polynom $P_l(1) = 1$ und $\text{Im}(z) = \frac{1}{2i}(z - z^*)$

$$\begin{aligned}\sigma(k) &= \frac{4\pi}{k} \text{Im}(f(k, \theta = 0)) \\ &= \frac{4\pi}{k} \text{Im}\left(\sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2ik} (e^{2i\varphi_l} - 1)\right) \\ &= \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (2 - e^{2i\varphi_l} - e^{-2i\varphi_l^*}) \\ &= \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left(|1 - e^{2i\varphi_l}|^2 + 1 - |e^{2i\varphi_l}|^2\right) = \sigma_{el} + \sigma_i.\end{aligned}\tag{2.1.32}$$

Der totale elastische Wirkungsquerschnitt ist dann für unterscheidbare Teilchen gegeben durch

$$\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left(|1 - e^{2i\varphi_l}|^2\right)\tag{2.1.33}$$

und für den inelastischen Wirkungsquerschnitt gilt

$$\sigma_i = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left(1 - |e^{2i\varphi_l}|^2\right)\tag{2.1.34}$$

[21, 89].

Einen endlichen positiven inelastischen Wirkungsquerschnitt erhält man für den Fall, dass $|e^{2i\varphi_l}| < 1$, somit müssen die Streuphasen φ_l imaginär sein, zumindest für einige Partialwellen l , und die S-Matrix ist nicht mehr unitär.

2.1.4 Berücksichtigung von Symmetrie und Parität der Wellenfunktionen von Bosonen und Fermionen

Für identische Teilchen folgen aufgrund der Parität und der Symmetrie beziehungsweise Antisymmetrie der Paarwellenfunktion für Bosonen und Fermionen Einschränkungen für die Streuquerschnitte [85, 88].

Für ununterscheidbare Teilchen verhalten sich die Wellenfunktionen unter Vertauschung der Koordinaten gemäß $\Psi_k(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \epsilon \Psi_k(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$, wobei der Faktor $\epsilon = +1$ der Symmetrisierung der Paarwellenfunktion für Bosonen und $\epsilon = -1$ der Antisymmetrisierung der Paarwellenfunktion für Fermionen Rechnung trägt.

Aufgrund dessen sind zwei Trajektorien beim Stoß, die sich um einen Winkel von π zueinander unterscheiden, nicht voneinander zu unterscheiden. Der differenzielle Wirkungsquerschnitt ergibt sich dann nach [88] zu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k, \theta) + \epsilon f(k, \pi - \theta)|^2.\tag{2.1.35}$$

Wegen der Ununterscheidbarkeit der Teilchen muss jedoch nur noch über den Halbraum 2π integriert werden.

Unter der Berücksichtigung der Parität $(-1)^l$ von sphärischen harmonischen Funktionen folgt, dass für Bosonen nur Partialwellen mit geradem l zum Streuquerschnitt beitragen. Die Symmetrisierung liefert eine Verdopplung der geraden Beiträge und ein Verschwinden der ungeraden Beiträge. Damit folgt für Bosonen für den elastischen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{el} = 2 \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l \text{ gerade}}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \varphi_l = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l \text{ gerade}}^{\infty} (2l+1) \left(|1 - e^{2i\varphi_l}|^2 \right) \quad (2.1.36)$$

und für den inelastischen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_i = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l \text{ gerade}}^{\infty} (2l+1) \left(1 - |e^{2i\varphi_l}|^2 \right). \quad (2.1.37)$$

Für Fermionen folgt nun aus der Parität, dass nur Partialwellen mit ungeradem l Beiträge zum Streuquerschnitt leisten und aufgrund der Antisymmetrie werden Beiträge mit ungeradem l verdoppelt und die geraden Beiträge verschwinden. Es gilt dann

$$\sigma_{el} = 2 \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l \text{ ungerade}}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \varphi_l = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l \text{ ungerade}}^{\infty} (2l+1) \left(|1 - e^{2i\varphi_l}|^2 \right) \quad (2.1.38)$$

und

$$\sigma_i = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l \text{ ungerade}}^{\infty} (2l+1) \left(1 - |e^{2i\varphi_l}|^2 \right). \quad (2.1.39)$$

2.1.5 s -Wellen-Streuung

In Schwellennähe ($k \rightarrow 0$), also im Grenzfall kleiner Stoßenergien und für Potenziale, die für große Relativabstände schneller abfallen als $\lim_{r \rightarrow \infty} V(r) = \frac{1}{r^{2l+3}}$, ist die Streuphase proportional zu $\lim_{k \rightarrow 0} \tan \varphi_l \propto k^{2l+1}$ [85]. In diesem Grenzfall wird der Streuvorgang also durch niedrige Partialwellen dominiert.

Im Falle von s -Wellen-Streuung ($l = 0$) folgt nun für den elastischen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{el} = g_\alpha \frac{\pi}{k^2} \left(|1 - e^{2i\varphi}|^2 \right) \quad (2.1.40)$$

und für den inelastischen Wirkungsquerschnitt gilt

$$\sigma_i = g_\alpha \frac{\pi}{k^2} \left(1 - |e^{2i\varphi}|^2 \right), \quad (2.1.41)$$

mit dem Quantenstatistikfaktor g_α . Dieser ist $g_\alpha = 1$ für unterscheidbare Teilchen. Für ununterscheidbare Bosonen gilt $g_\alpha = 2$ und für ununterscheidbare Fermionen $g_\alpha = 0$. Da ^{87}Rb -Atome zu den Bosonen zählen, werden in dieser Arbeit Stöße von

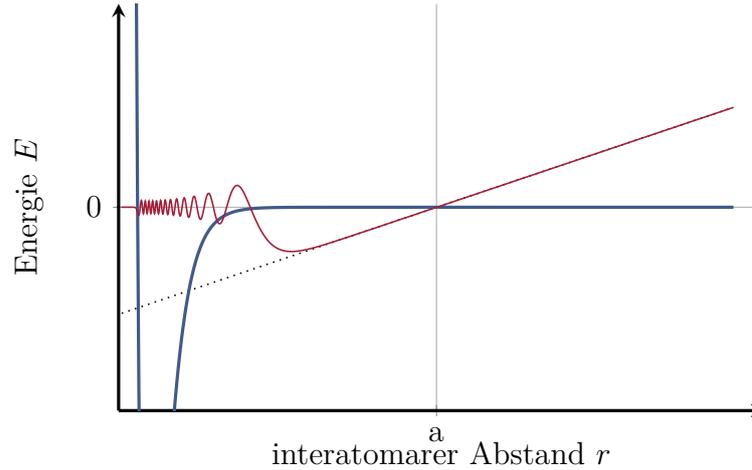


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Wellenfunktion (rot) im Grenzfalle kleiner Stoßenergien $k \rightarrow 0$ für ein attraktives Potenzial (blau). Die asymptotische Wellenfunktion ist gestrichelt dargestellt, deren Nullstelle ist die Streulänge a .

ununterscheidbaren Bosonen betrachtet und der Quantenstatistikfaktor ist in diesem Fall $g_\alpha = 2$.

Die s -Wellen-Streuphase wird mit $\varphi = \varphi_{l=0}$ bezeichnet. Sie kann über die s -Wellen-Streulänge a ausgedrückt werden

$$\lim_{k \rightarrow 0} \tan \varphi = -ak. \quad (2.1.42)$$

Für den klassischen Stoß von harten Kugeln beschreibt die Streulänge den Radius der Kugel und $\sigma_{el} \propto a^2$ ist als eine effektive Trefferfläche der Atome interpretierbar.

Eine weitere physikalische Interpretation der Streulänge liefert das Betrachten des asymptotischen Verhaltens der Wellenfunktionen. Für das asymptotische Verhalten des Radialteils der Wellenfunktion für s -Wellen ($l = 0$) folgt außerhalb der Reichweite des Potentials $\lim_{r \rightarrow \infty} u(r) \propto \sin(kr + \varphi)$. Ist zudem noch $kr \ll 1$ erfüllt, gilt in Taylorentwicklung 1. Ordnung $\lim_{r \rightarrow \infty} u(r) \approx kr \cos \varphi + \sin \varphi$. In Schwellennähe weist der asymptotische Radialteil der Wellenfunktion eine Nullstelle bei $-\frac{\tan \varphi}{k}$, also im Abstand der Streulänge a , auf. Dies ist in Abbildung 2.1 schematisch illustriert.

Ein repulsives Potenzial führt immer zu einer positiven Streulänge. Für ein attraktives Potenzial kann die Streulänge positiv oder negativ sein. In attraktiven Potenzialen können je nach Tiefe des Potentials gebundene Zustände liegen, deren Energie von der Tiefe des Potentials abhängig ist [85, 87]. Die Streulänge hängt nun empfindlich von der Lage des letztgebundenen Zustands ab. Existiert nun ein gebundener Zustand exakt an der Dissoziationsgrenze $E = 0$, wird die asymptotische Wellenfunktion konstant und die Streulänge divergiert. Ein knapp unterhalb der Schwelle liegender gebundener Zustand wirkt repulsiv auf die schwellennahen Kontinuumsfunktionen und die Streulänge nimmt

große positive Werte an. Falls das Potenzial fast einen oder fast einen weiteren gebundenen Zustand besitzt, wird die Streulänge negativ.

2.1.6 Korrelationsfunktion zweiter Ordnung und Paarwellenfunktion

Die räumlichen Korrelationen der Atome eines thermischen Gases sind durch Streuprozesse bedingt. Eine formale Verknüpfung der Begrifflichkeiten der räumlichen Korrelation und der Streulänge, die charakteristische Größe, die einen Streuprozess beschreibt, soll an dieser Stelle hergeleitet werden. Für große Relativabstände lässt sich ein Zusammenhang von der Korrelationsfunktion zweiter Ordnung mit der Paarwellenfunktion herstellen. Die normalisierte Korrelationsfunktion zweiter Ordnung ist üblicherweise definiert als

$$g^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{\langle \hat{\psi}^+(\vec{r}) \hat{\psi}^+(\vec{r}') \hat{\psi}(\vec{r}') \hat{\psi}(\vec{r}) \rangle}{\langle \hat{\psi}^+(\vec{r}) \hat{\psi}(\vec{r}) \rangle \langle \hat{\psi}^+(\vec{r}') \hat{\psi}(\vec{r}') \rangle}. \quad (2.1.43)$$

Für ein thermisches Bose-Gas mit Kontaktwechselwirkung, quantifiziert durch die Streulänge a , kann die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung als Produkt der Korrelationsfunktion eines idealen Gases $g_0^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}')$ und dem Quadrat der Paarwellenfunktion geschrieben werden [90–92]. Die Paarwellenfunktion $\psi(\vec{r} - \vec{r}')$ ist die Lösung der Schrödingergleichung für die Relativbewegung zweier Atome im Schwerpunktssystem. Für die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung folgt damit

$$g^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}') \simeq g_0^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}') \cdot |\psi(\vec{r} - \vec{r}')|^2. \quad (2.1.44)$$

Zusätzliche Korrekturterme werden nur signifikant, wenn das Argument $|\vec{r} - \vec{r}'|$ sich der thermischen Wellenlänge¹ $\lambda_{th} = \hbar \sqrt{\frac{2\pi}{mk_B T}}$ nähert.

In dem Bereich von Interesse, $|\vec{r} - \vec{r}'| \ll \lambda_{th}$, ist die Korrelationsfunktion des idealen Gases $g_0^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}')$ ungefähr konstant $g_0^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}') \simeq g_0^{(2)}(0) = 2$ [90].

So wie man intuitiv erwarten würde, ist die zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit, zwei Atome an den Positionen \vec{r} und \vec{r}' vorzufinden, damit gegeben durch das Betragsquadrat der Paarwellenfunktion $|\psi(\vec{r} - \vec{r}')|^2$. Für s -Wellen Wechselwirkung ist die Paarwellenfunktion identisch zu dem asymptotischen stationären s -Wellen Streuzustand,

$$\psi(\vec{r} - \vec{r}') = \xi \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \sin(k|\vec{r} - \vec{r}'| + \varphi(k)) \quad (2.1.45)$$

mit der Streuphase $\varphi(k) = \arctan(-ka)$, Wellenvektor k , und einer Normierungskonstante ξ .

¹Im Experiment ist die Temperatur des atomaren Ensembles $T = 3 \mu\text{K}$ und die thermische Wellenlänge beträgt $\lambda_{th} = 2040a_0$.

Ist die Streuphase nun bekannt, kann die Korrelationsfunktion aus der Paarwellenfunktion $\psi(\vec{r} - \vec{r}')$ berechnet werden. In dem Grenzfall $k \ll 1/a$, wird die Paarwellenfunktion

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow 0} \psi(\vec{r} - \vec{r}') &= \lim_{k \rightarrow 0} \left(\xi \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \sin(k|\vec{r} - \vec{r}'| + \arctan(-ka)) \right) \\ &= \xi k \left(1 - \frac{a}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right). \end{aligned}$$

Der Normierungsfaktor ξ wird so gewählt, dass $g^{(2)}$ im Fall großer Abstände gegen $g_0^{(2)}$ geht, daraus folgt für $\xi = 1/k$. Damit erhält man eine direkte Beziehung zwischen der Korrelationsfunktion und der Streulänge a ,

$$g^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}') \simeq 2 \cdot \left| 1 - \frac{a}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right|^2. \quad (2.1.46)$$

2.2 Molekülpotenziale – Born-Oppenheimer-Potenziale

Für die detaillierte Untersuchung von Streuphänomenen, wie zum Beispiel den Feshbach-Resonanzen oder der photoassoziativen Ionisation, ist die genaue Kenntnis der Wechselwirkungspotenziale $V(\vec{r})$ entscheidend.

Eine gängige Vereinfachung zur Berechnung der relevanten Molekülpotenziale ist durch die Anwendung der Born-Oppenheimer-Näherung und der Shizgal-Näherung gegeben [93]. Bei ersterer wird angenommen, dass aufgrund des großen Massenunterschiedes von Kern und Elektronen die Bewegung der Elektronen der Relativbewegung der Kerne adiabatisch folgen kann. Die Shizgal-Näherung [94] macht die zusätzliche Annahme, dass alle Spins der Atome an den jeweiligen Orten der Kerne lokalisiert sind. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da die für ultrakalte Stöße wesentlichen Bereiche des Wechselwirkungspotenzials bei interatomaren Abständen liegen, bei denen die Atome noch als separiert angenommen werden können. Die potenzielle Energie des Atompaars kann nun für jeden festen interatomaren Abstand berechnet werden. Man erhält auf diese Weise so genannte adiabatische Born-Oppenheimer-Potenziale. Diese effektiven Molekülpotenziale sind nur vom interatomaren Abstand und den beteiligten Spins abhängig. Das Potenzial enthält dabei verschiedene Beiträge, wie zum Beispiel die Coulomb-Wechselwirkungen V_C , die Hyperfein-Wechselwirkung V_{HFS} und die Wechselwirkung mit einem äußeren anliegenden Magnetfeld V_B sowie die Spin-Spin-Wechselwirkung V_{SS}

$$V(\vec{r}) = V_C + V_{\text{HFS}} + V_B + V_{\text{SS}}. \quad (2.2.1)$$

Diese Beiträge zeigen unterschiedliche Abhängigkeiten vom interatomaren Abstand und sollen im Folgenden näher vorgestellt werden, dies folgt in Teilen den Arbeiten [95, 96]. Für eine detaillierte Betrachtung der Feinstruktur- und Hyperfein-Wechselwirkung einzelner Atome sowie deren Wechselwirkung im äußeren Magnetfeld sei auf Abschnitt 5.1.2 verwiesen.

2.2.1 Coulomb-Wechselwirkungen

Die Coulomb-Wechselwirkung hat für verschiedene interatomare Abstände unterschiedlich starke Beiträge.

Für sehr kleine interatomare Abstände ($r \rightarrow 0$) dominiert die Abstoßung der positiv geladenen Kerne, dies resultiert in einem starken positiven Anstieg des Wechselwirkungspotenzials in diesem Bereich.

Austauschenergie Bei mittleren Abständen ist die Austauschwechselwirkung dominant. Die Elektronenwolken beginnen zu überlappen und die einzelnen Elektronenspins koppeln zum molekularen Spin $\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$. Diese Wechselwirkung nimmt exponentiell

mit dem interatomaren Abstand ab und ist nach [97] gegeben durch

$$V_A = (-1)^{S+1} \frac{J}{2} r^{\frac{7}{2\alpha}-1} e^{-\frac{2\alpha r}{a}}, \quad (2.2.2)$$

mit den atomspezifischen Parametern J und α . Betrachtet man nun ein Molekül aus Grundzustandsatomen, führt die Austauschwechselwirkung zur Aufspaltung in den ($S = 0$) Singulett- und ($S = 1$) Triplettzustand des Moleküls. Die zugehörigen Potenziale sind in Abbildung 2.2(a) dargestellt.

Für asymptotisch große interatomare Abstände, bei denen die Ladungsverteilungen der Elektronen nicht mehr überlappen, lässt sich das asymptotische Potenzial als Reihe von inversen Potenzen des interatomaren Abstandes beschreiben

$$V = - \sum C_n r^{-n}. \quad (2.2.3)$$

Die führenden Terme beziehungsweise dominierenden Wechselwirkungen sind hierbei davon abhängig, in welchem Zustand sich die beiden Atome befinden [98].

Van-der-Waals-Wechselwirkung Für Atome in der $ns + ns$ -Asymptote ist der führende Term der langreichweitigen Wechselwirkung gegeben durch die Van-der-Waals-Wechselwirkung. Die Wechselwirkung kommt durch ein induziertes Dipolmoment des einen Atoms durch Vakuum induzierte Fluktuationen der Ladungsverteilung des anderen Atoms zustande. Diese nichtresonante Dipol-Dipol-Wechselwirkung führt zu einem Wechselwirkungspotenzial der Form:

$$V_{\text{vdW}} = -C_6 r^{-6}. \quad (2.2.4)$$

Weitere Terme mit geringerem Einfluss erhält man durch die Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen höheren Multipolen $V \propto -C_8 r^{-8} - C_{10} r^{-10} - \dots$, mit den Dispersionskoeffizienten C_n .

Für die Beschreibung der Wechselwirkung ultrakalter neutraler Grundzustandsatome und der Feshbach-Resonanzen ist, wie im Rahmen der analytischen Van-der-Waals-Theorie in Abschnitt 2.4 besprochen wird, der dominierende langreichweitige Anteil des Born-Oppenheimer-Potenzials und somit das Van-der-Waals-Potenzial entscheidend. Eine detaillierte Besprechung dieses Potenzials wird in Abschnitt 2.4 vorgenommen.

Resonante Dipol-Dipol-Wechselwirkung Bei elektronisch angeregten homonuklearen Molekülen einer $ns+np$ -Asymptote dominiert bei asymptotisch großen interatomaren Abständen die resonante Dipol-Dipol-Wechselwirkung das Van-der-Waals-Potenzial. Diese langreichweitige elektrostatische Wechselwirkung kann nach [56] beschrieben werden durch

$$V_{dd} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 - 3d_{1,z}d_{2,z}}{r^3} = -C_3 r^{-3}, \quad (2.2.5)$$

wobei die interatomare Achse in z -Richtung liegt. Die atomaren Dipoloperatoren werden mit \vec{d}_n und ihre Projektionen auf die interatomare Achse mit $d_{n,z}$ bezeichnet, wobei $n = 1,2$ die Indizes der einzelnen Atome darstellen.

Quadrupol-Quadrupol-Wechselwirkung Für elektronisch angeregte homonukleare Moleküle der $np + np$ -Asymptote dominiert die Quadrupol-Quadrupol-Wechselwirkung und für Moleküle der $ns + nd$ -Asymptote die resonante Quadrupol-Quadrupol-Wechselwirkung. Diese Wechselwirkungen führen zu einem asymptotischen Potenzial [54]

$$V_{qq} = -C_5 r^{-5}. \quad (2.2.6)$$

2.2.2 Hyperfein-Wechselwirkung und Wechselwirkung mit externem Magnetfeld

Für die Untersuchung von Feshbach-Resonanzen spielt auch die Hyperfein-Wechselwirkung eine entscheidende Rolle. Sie kann zu einer Kopplung der adiabatischen Born-Oppenheimer-Potenziale mit unterschiedlicher g/u -Symmetrie oder unterschiedlichem Gesamtelektronenspin führen. Im Grundzustand werden dadurch die Singulett- und Triplettzustände gemischt. Für kleine interatomare Abstände dominiert die Austauschwechselwirkung und führt, wie zuvor besprochen, zur Aufspaltung in den $X^1\Sigma_g^+$ Singulett- und $a^3\Sigma_u^+$ Triplettzustand des Moleküls² (siehe Abbildung 2.2(a)). Diese Aufspaltung übersteigt in diesem Bereich deutlich die Hyperfein-Wechselwirkung [56]

$$V_{\text{HFS}} = \frac{a_{\text{eff}}}{\hbar^2} \vec{S} \vec{I}, \quad (2.2.7)$$

mit dem Gesamtkernspin $\vec{I} = \vec{i}_1 + \vec{i}_2$ und einer effektiven magnetischen Dipolkonstante a_{eff} .

Da für alle Spinkombinationen der dominierende langreichweitige Anteil des Potentials durch dasselbe Van-der-Waals-Potenzial gegeben ist, sind die Zustände hier unter Vernachlässigung der Hyperfein-Wechselwirkung energetisch entartet. Berücksichtigt man diese Wechselwirkung jedoch, so sind die Potenziale für große interatomare Abstände gemäß der Hyperfeinstrukturenergie aufgespalten

$$V_{\text{HFS}} = \sum_{n=1}^2 \frac{a_{\text{HFS}}}{\hbar^2} \vec{s}_n \vec{l}_n, \quad (2.2.8)$$

mit der magnetischen Dipolkonstanten a_{HFS} . Dies ist in Abbildung 2.2(b) dargestellt. Für große interatomare Abstände werden die Potenziale mit der Quantenzahl F des molekularen Gesamtspins $\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$ bezeichnet. Der Gesamtdrehimpuls des Moleküls

²Notation nach dem Hund'schen Kopplungsfall (a) (vergleiche Abschnitt 3.1.1)

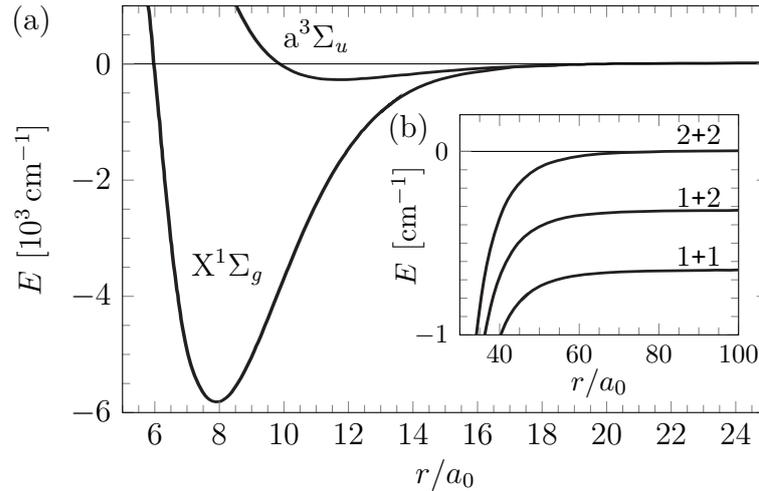


Abbildung 2.2: (a) $X^1\Sigma_g^+$ Singulett- und $a^3\Sigma_u^+$ Triplettzustand des ^{87}Rb -Grundzustands. (b) Asymptotisch für große interatomare Abstände gehen diese Zustände in drei Zustände ($f_1 + f_2$) über, welche durch die Hyperfein-Wechselwirkung aufgespalten sind. Die Grafik wurde aus [55] adaptiert.

$\vec{F} = \vec{F} + \vec{l}$ ist dabei die Summe der Gesamtdrehimpulse $\vec{f}_n = \vec{s}_n + \vec{l}_n$ der einzelnen Grundzustandsatome ($n = 1, 2$) und der Rotation des Moleküls \vec{l} .

Die Quantenzahlen F des molekularen Gesamtspins $\vec{F} = \vec{S} + \vec{I} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$ und dessen Projektion m_F sind daher Erhaltungsgrößen, unabhängig vom interatomaren Abstand. Für den Fall, dass ein äußeres Magnetfeld anliegt, ist nur noch die Magnetquantenzahl m_F eine gute Quantenzahl, F jedoch nicht mehr. Dennoch kann als Bezeichnung der Zustände im äußeren Magnetfeld das F der Zustände dienen, in welche diese adiabatisch bei niedrigen Feldern übergehen [21]. Die Quantenzahlen $f_1, m_{f,1}, f_2, m_{f,2}$ eignen sich daher zur Beschreibung der Zustände.

Eine Feshbach-Resonanz stellt eine Streuresonanz dar, die durch die Wechselwirkung eines sogenannten offenen Eingangskanals oder Hintergrundstreukanals, in dem die stoßenden Atome einlaufen, mit einem sogenannten geschlossenen Kanal zustande kommt. Details hierzu werden im folgenden Abschnitt 2.3 besprochen. Der Eingangskanal der untersuchten Feshbach-Resonanzen wird mit $|f_1, m_{f,1}\rangle \times |f_2, m_{f,2}\rangle = |1, 1\rangle \times |1, 1\rangle$ bezeichnet. Geschlossene Kanäle bilden nun gebundene Zustände in den anderen Kombinationen der Hyperfeinniveaus ($f_1 = 1, f_2 = 2$) bzw. ($f_1 = 2, f_2 = 2$).

Aufgrund der weiteren Aufspaltung im äußeren Magnetfeld³

$$V_B = \sum_{n=1}^2 -\vec{\mu}_n \vec{B} \quad (2.2.9)$$

³Dem allgemeinen Sprachgebrauch folgend wird hier die magnetische Induktion B als Magnetfeld bezeichnet. Im Vakuum ist das Magnetfeld H proportional zur magnetischen Induktion $B = \mu_0 H$, mit der Permeabilität des Vakuums μ_0 .

können hierbei auch, in derselben Kombination der Hyperfeinniveaus wie der Eingangskanal ($f_1 = 1, f_2 = 1$) jedoch mit anderer Magnetquantenzahlen $m_{f,n}$, Potentiale mit gebundenen Zuständen existieren, welche dann einen geschlossenen Kanal darstellen. Die gebundenen Zustände, die zu Feshbach-Resonanzen führen, werden mit $(l(f_1, f_2)\nu', m_F, F)$ bezeichnet. Die Vibrationsquantenzahl ν' der gebundenen Zustände wird hierbei von der Dissoziationsgrenze aus absteigend nummeriert. [11, 96]

2.2.3 Spin-Spin-Wechselwirkungen

Es existieren zwei weitere sehr viel schwächere Wechselwirkungen im Vergleich zu den zuvor erwähnten Coulomb-Wechselwirkungen.

Bei geringen interatomaren Abständen muss auch die direkte Wechselwirkung der Elektronen über ihr magnetisches Moment untereinander berücksichtigt werden. Dies führt zu einer sehr schwachen magnetischen Dipol-Dipol-Wechselwirkung [93, 99].

Die zweite Wechselwirkung ist die Spin-Bahn-Wechselwirkung. Für kleine interatomare Abstände führt der Überlapp der Elektronenhülle zu einer Kopplung von Bahndrehimpuls l und Gesamtelektronenspin S . Für große interatomare Abstände ist die Spin-Bahn-Wechselwirkung gegeben durch die Summe der Feinstruktur der einzelnen Atome

$$V_{\text{FS}} = \sum_{n=1}^2 \frac{2E_{\text{FS}}}{3\hbar^2} \vec{l}_n \vec{s}_n \quad (2.2.10)$$

mit der Feinstrukturaufspaltung E_{FS} .

Da Alkalimetall-Grundzustandsatome keinen Bahndrehimpuls ($l = 0$) besitzen, verschwindet hier der Beitrag bei asymptotisch großen Abständen. Für kleine interatomare Abstände überlappen die Elektronenhüllen und die Wechselwirkung wird hierbei durch einen Effekt zweiter Ordnung beeinflusst, durch Kopplungen an elektronisch angeregte Zustände des Moleküls. Die Struktur dieser Kopplung ist der magnetischen Dipol-Dipol-Wechselwirkung sehr ähnlich.[100, 101]

Die magnetische Dipol-Dipol- und die Spin-Bahn-Kopplung zweiter Ordnung koppelt nur Triplet-Zustände und Rotationszustände mit $l = 0$ und $l = 2$. Diese Wechselwirkungen können in den meisten Fällen vernachlässigt werden, sind jedoch zum Verständnis von d -Wellen Feshbach-Resonanzen entscheidend. Es können ultrakalte Atome bei einem Stoß als s -Welle einlaufen, die dann mit einem gebundenen Zustand mit Rotationsquantenzahl $l = 2$ durch diese Spin-Spin-Wechselwirkungen koppeln. Es ist üblich, die Feshbach-Resonanzen nach der Rotationsquantenzahl des gebundenen Zustands zu benennen, solche Resonanzen werden damit als d -Wellen-Resonanzen bezeichnet. [11, 21]

2.3 Feshbach-Resonanz

Das Streuphänomen einer Feshbach-Resonanz wird ausführlich im Übersichtsartikel von Chin *et al.* [21] behandelt.

Stöße, bei denen auch innere Freiheitsgrade der Stoßpartner eine Rolle spielen und eine Kopplung zwischen diesen internen Zuständen Berücksichtigung findet, führen in Abschnitt 2.1.3 zu den gekoppelten Kanalgleichungen.

Das Streuphänomen einer Feshbach-Resonanz tritt dann auf, wenn ein gebundener Zustand in einem geschlossenen Kanal durch Kopplung an einen offenen Hintergrundstreu Kanal⁴ zerfallen kann. In Abbildung 2.3 ist dieses grundlegende Bild einer Feshbach-Resonanz in der Beschreibung eines Zwei-Kanal-Modells illustriert.

Der sogenannte Hintergrundstreu Kanal $|bg\rangle$ ist der Eingangskanal. Da dieser eine asymptotische Energie kleiner der Kollisionsenergie $\lim_{r \rightarrow \infty} E_{bg} = 0 < E$ besitzt, gilt er als offen. Die Streuung in diesem Kanal wird dabei durch den Hintergrundphasenschub φ_{bg} charakterisiert, der den Einfluss des Potentials $V_{bg}(r)$ beschreibt. Der Hintergrundstreu Kanal weist im ungekoppelten Fall Streuzustände $|E\rangle = \tilde{u}_{bg}(r, E) |bg\rangle$ auf, die nach ihrer Kollisionsenergie E benannt werden. Die resultierende Wellenfunktion $\tilde{u}_{bg}(r, E)$ ist dabei auf die Energie normiert.

Der zweite Kanal ist der sogenannte geschlossene⁵ Kanal $|c\rangle$. Im ungekoppelten Fall existiert ein gebundener Zustand $|C\rangle = u_0(r) |c\rangle$ mit der Eigenenergie E_c im Potential $V_c(r)$. Die Eigenfunktion des gebundenen Zustands im geschlossenen Kanal ist dabei auf eins normiert $\langle u_0 | u_0 \rangle = 1$. Die Energie dieses gebundenen Zustands E_c liegt zwischen den asymptotischen Energien des offenen und geschlossenen Kanals (siehe Abbildung 2.3).

Die radialen Wellenfunktionen $\tilde{u}_{bg}(r, E)$ und $u_0(r)$ sind hierbei Lösungen der ungekoppelten radialen Schrödingergleichung für ihr jeweiliges Potential $V_{bg}(r)$ und $V_c(r)$.

Berücksichtigt man nun die Wechselwirkung W zwischen dem offenen $|bg\rangle$ und geschlossenen Kanal $|c\rangle$, mischen die zwei Zustände und die atomare Relativbewegung wird in diesen beiden Potentialen durch zwei gekoppelte radiale Schrödingergleichungen beschrieben. Der Kopplungsoperator der beiden Zustände kann dann als 2×2 -Matrix geschrieben werden

$$W(r) = \begin{pmatrix} 0 & V_{bg,c}(r) \\ V_{c,bg}(r) & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.3.1)$$

Die gekoppelte radiale Schrödingergleichung für die radialen Kanalwellenfunktionen u_{bg} und u_c ergibt sich dann zu

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_{bg}(r) & V_{bg,c}(r) \\ V_{c,bg}(r) & V_c(r) \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} u_{bg}(r) \\ u_c(r) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} u_{bg}(r) \\ u_c(r) \end{pmatrix}, \quad (2.3.2)$$

⁴Hintergrund, engl. *background* (kurz bg)

⁵engl. *closed* (kurz c)

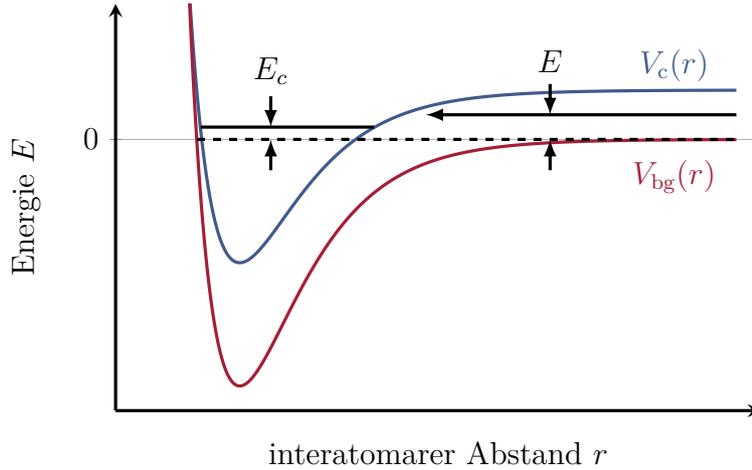


Abbildung 2.3: Grundlegendes Bild des Zweikanal-Modells einer Feshbach-Resonanz. Das Resonanzphänomen tritt auf, wenn zwei Atome mit der Energie E kollidieren und der offene Hintergrundsstreu Kanal resonant an einen gebundenen Zustand des Potentials $V_c(r)$ des geschlossenen Kanals mit Energie E_c koppelt.

wobei hier mögliche Zentrifugalpotentiale in den Potentialen V_{bg} und V_c enthalten sind.

Die radiale Schrödingergleichung des offenen Kanals wird durch die asymptotische radiale Wellenfunktion gelöst [85]

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u_{bg}(r) \propto \sin(kr + \varphi) = \sin(kr + \varphi_{bg} + \Delta\varphi), \quad (2.3.3)$$

mit dem asymptotischen Wellenvektor des Eingangskanals $k = \sqrt{2\mu E}/\hbar$. Die Streuphase separiert nach Fano [8] $\varphi = \varphi_{bg} + \Delta\varphi$ in einen Anteil, bedingt durch den Hintergrund φ_{bg} und einen zusätzlichen resonanten Anteil, bedingt durch den im Streukontinuum eingebetteten gebundenen Kanal $\Delta\varphi$.

Der Tangens des Phasenschubs aufgrund der Resonanz ist durch die Standard-Form einer Breit-Wigner Resonanz gegeben [21, 85]

$$\tan \Delta\varphi(E) = -\frac{1/2\Gamma_c(E)}{E - E_c - \delta E_c(E)}. \quad (2.3.4)$$

Dieser Beitrag zur Streuphase, bedingt durch die Resonanz, variiert damit auf einer Breite von Γ_c über π , wenn die Energie von unterhalb zu oberhalb der Resonanz $E_0 = E_c + \delta E_c$ variiert wird, wobei δE_c hier die Verschiebung aufgrund der Kopplung beschreibt. Dieses Resonanzverhalten ist in Abbildung 2.4 dargestellt.

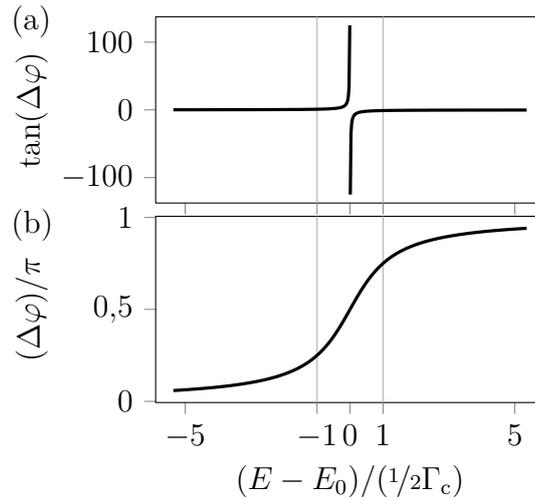


Abbildung 2.4: (a) Standard-Form einer Breit-Wigner Resonanz $\tan(\Delta\varphi)$. (b) Anteil der Streuphase, bedingt durch die Resonanz, $\Delta\varphi$ in Einheiten von π . Über die Resonanz hinweg ändert sich die Streuphase um π . Die Energie wurde hierbei um die Resonanzposition E_0 verschoben und auf die Breite der Resonanz normiert.

Die Breite der Resonanz ist durch das Übergangsmatrixelement bezüglich des Koppeloperators $W(r)$ gegeben⁶ [21]

$$\Gamma_c = 2\pi |\langle C | W(r) | E \rangle|^2. \quad (2.3.5)$$

Liegt die Energie des gebundenen Zustands E_c nicht nahe der Dissoziationsgrenze des offenen Kanals bei $E = 0$, sind die Breite $\Gamma_c(E_c)$ und die Energieverschiebung $\delta E_c(E_c)$ der Resonanz in guter Näherung energieunabhängige Konstanten. Diese Theorie kann für Resonanzen, bei denen die Energie des gebundenen Zustands E_c nahe der Dissoziationsgrenze des offenen Kanals bei $E = 0$ liegt, sogenannte schwelennahe Resonanzen (engl. „*near-threshold resonances*“), dadurch angepasst werden, dass $\varphi_{\text{bg}}(E)$, $\Gamma_c(E)$ und $\delta E_c(E)$ stark energieabhängig werden. [21]

Die Energieabhängigkeit der relevanten Größen lässt sich mithilfe der analytischen Van-der-Waals-Theorie ableiten und durch charakteristische Größen des Van-der-Waals-Potenzials ausdrücken, dies soll im folgenden Kapitel besprochen werden.

⁶Die Zustände sind auf die Energie normiert $\langle E | E \rangle = E$ und haben die Einheit $J^{-1/2}$. Daher hat Γ_c die Einheit einer Energie.

2.4 Analytische Van-der-Waals-Theorie

Viele Aspekte der Wechselwirkung ultrakalter Atome und im Speziellen von Feshbach-Resonanzen können qualitativ und sogar quantitativ mithilfe der Streueigenschaften und der Eigenschaften gebundener Zustände durch den langreichweitigen Anteil der Born-Oppenheimer-Potenziale verstanden werden. Deshalb wird im Folgenden die Beschreibung von Feshbach-Resonanzen und ihre daraus abgeleiteten charakteristischen Größen mittels der analytischen Van-der-Waals-Theorie dargestellt. Die Beschreibung folgt dabei Julienne und Gao [102].

Für große interatomare Abstände r ist das Born-Oppenheimer-Potenzial gegeben durch das Van-der-Waals-Potenzial und das Zentrifugalpotenzial [56]

$$V_l(r) = -\frac{C_6}{r^6} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}. \quad (2.4.1)$$

Das Van-der-Waals-Potenzial ist ausschließlich durch einen einzigen Koeffizienten, den Dispersionskoeffizienten C_6 , charakterisiert.

Im Falle von Atomen im S -Grundzustand ($l = 0$) ist der führende Term des langreichweitigen Anteils aller Born-Oppenheimer-Potenziale für alle Spinzustände eines gegebenen Atompaars ausschließlich durch dasselbe Van-der-Waals-Potenzial gegeben (vergleiche Abschnitt 2.2).

Mit diesem Potenzial lässt sich eine skalierte Länge und Energie verknüpfen, die sogenannte Van-der-Waals-Länge

$$r_{\text{vdW}} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\mu C_6}{\hbar^2} \right)^{1/4} \quad (2.4.2)$$

und Van-der-Waals-Energie

$$E_{\text{vdW}} = \frac{\hbar^2}{2\mu r_{\text{vdW}}^2}. \quad (2.4.3)$$

Für Kollisionsenergien kleiner der Van-der-Waals-Energie ($E < E_{\text{vdW}}$) markiert der Van-der-Waals-Radius den Übergangsbereich zwischen der kurz- und langreichweitigen Form der s -Wellen-Wellenfunktion ($l = 0$). Sobald der interatomare Abstand kleiner als der Van-der-Waals-Radius wird ($r < r_{\text{vdW}}$), wird der Beitrag C_6/r^6 größer als die Kollisionsenergie E und daher der lokale Wellenvektor $k_{\text{lokal}}(r, E) = \sqrt{k^2 - \frac{2\mu V(r)}{\hbar^2}}$ groß im Vergleich zu k . Aufgrund der Beschleunigung des attraktiven Potenzials zeigt in diesem Bereich die s -Wellen-Wellenfunktion schnelle Oszillationen über r .

In dem Bereich ($r > r_{\text{vdW}}$) nimmt die s -Wellen-Wellenfunktion die asymptotische Form $\Psi(r) \propto \sin(kr + \varphi)$ an. Dieses Verhalten der Wellenfunktion ist in Abbildung 2.1 schematisch illustriert.

Für den ^{87}Rb -Grundzustand beträgt der C_6 -Dispersionskoeffizient in atomaren Einheiten

$C_6 = 4698 \text{ a.u.} = 4698 E_h a_0^6$ [103], mit der Hartree-Energie⁷ E_h und dem Bohrradius⁸ a_0 . Der Van-der-Waals-Radius beträgt damit $r_{\text{vdW}} = 82,5 a_0$ und die Van-der-Waals-Energie⁹ $\frac{E_{\text{vdW}}}{k_B} = 292 \mu\text{K}$.

Alternativ wurde von Gribakin und Flambaum [104] als Van-der-Waals-Längenskala die sogenannte mittlere Streulänge eingeführt

$$\bar{a} = \left[\frac{4\pi}{\Gamma(1/4)^2} \right] r_{\text{vdW}} = 0,955978 \cdot r_{\text{vdW}}, \quad (2.4.4)$$

mit der Eulerschen Gammafunktion $\Gamma(x)$. Die zugehörige Energieskala ist gegeben durch

$$\bar{E} = \frac{\hbar^2}{2\mu\bar{a}^2} = 1,09422 \cdot E_{\text{vdW}}. \quad (2.4.5)$$

Die explizite Energieabhängigkeit von der Resonanzbreite $\Gamma_c(E)$ und der Verschiebung $\delta E_c(E)$ ergibt sich dann nach [102] aus Berechnungen der kombinierten Multikanal-Quanten-Defekt-Theorie (MQDT) mit der Van-der-Waals-Theorie. Diese kombinierte Theorie steht in guter Übereinstimmung mit Rechnungen mittels gekoppelter Kanäle. Sie liefert als Ergebnis, dass die energieabhängigen Funktionen der Resonanzbreite

$${}^{1/2}\Gamma_c(E) = {}^{1/2}\bar{\Gamma}_c C_{\text{bg}}(E)^{-2} \quad (2.4.6)$$

und der Verschiebung

$$\delta E_c(E) = -{}^{1/2}\bar{\Gamma}_c \tan \lambda_{\text{bg}}(E) \quad (2.4.7)$$

faktorisieren, wobei $\bar{\Gamma}_c$ unabhängig von der Energie E ist und nur von der Physik bei kleinen Abständen abhängig ist, welche die Stärke der Resonanz bestimmt. Die beiden Funktionen $C_{\text{bg}}(E)^{-2}$ und $\lambda_{\text{bg}}(E)$, als auch $\varphi_{\text{bg}}(E)$, sind analytische Funktionen des Potentials des Eingangskanals. Sie sind ausschließlich durch die analytische Van-der-Waals-Theorie gegeben, wenn die Parameter C_6 , die reduzierte Masse und die Hintergrundstreuränge gegeben sind.

Durch Einsetzen von Gleichung (2.4.6) und Gleichung (2.4.7) in Gleichung (2.3.4) folgt nun für die Phasenverschiebung aufgrund einer Feshbach-Resonanz

$$\Delta\varphi = -\arctan \left(\frac{{}^{1/2}\bar{\Gamma}_c C_{\text{bg}}(E)^{-2}}{E - E_c + {}^{1/2}\bar{\Gamma}_c \tan \lambda_{\text{bg}}(E)} \right). \quad (2.4.8)$$

Ist die Energie der einlaufenden Welle sehr viel größer als die Van-der-Waals-Energie $E \gg E_{\text{vdW}}$, so ist es eine gute Näherung, eine semiklassische Wentzel–Kramers–Brillouin-Näherung (WKB-Näherung) für die Verbindung der Wellenfunktion von Bereichen

⁷Die Hartree-Energie $E_h = 4,36 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ entspricht der doppelten Ionisationsenergie des Elektrons im Grundzustand des Wasserstoffatoms. Sie wird in den atomaren Einheiten [a.u.] als Einheit der Energie benutzt.

⁸Der Bohrradius $a_0 = 0,052 \text{ nm}$ ist der Radius des Wasserstoffatoms im Grundzustand und ist die atomare Längeneinheit.

⁹Es ist üblich, Energien aufgrund der Beziehung $E = k_B T$ auch direkt in Temperaturen anzugeben.

kleiner und großer interatomarer Abstände durchzuführen. Es folgt dann für die beiden MQDT-Funktionen in diesem Limit [105–107]

$$\lim_{E \gg E_{\text{vdW}}} C_{\text{bg}}(E)^{-2} = 1, \quad \lim_{E \gg E_{\text{vdW}}} \tan \lambda_{\text{bg}}(E) = 0. \quad (2.4.9)$$

Ist jedoch die Einlaufenergie viel kleiner als die Van-der-Waals-Energie $E \ll E_{\text{vdW}}$, wird eine quantenmechanische Beschreibung sogar für s -Wellen-Streuung notwendig [108] und es folgt

$$\lim_{E \rightarrow 0} C_{\text{bg}}(E)^{-2} = k\bar{a} \left(1 + (1 - \bar{a}_{\text{bg}})^2\right), \quad \lim_{E \rightarrow 0} \tan \lambda_{\text{bg}}(E) = 1 - \bar{a}_{\text{bg}}, \quad (2.4.10)$$

mit $\bar{a}_{\text{bg}} = \frac{a_{\text{bg}}}{\bar{a}}$, der Hintergrundstrelänge in Einheiten der mittleren Streulänge \bar{a} . Die MQDT-Theorie ermöglicht auch eine Interpretation von $C_{\text{bg}}(E)$ als Proportionalitätskonstante der WKB-Wellenfunktion $\hat{u}_{\text{bg}}(r, E)$ bei kleinen interatomaren Abständen und der Wellenfunktion. Die Hintergrundwellenfunktion bei kleinen Abständen $r \ll r_{\text{vdW}}$ [105–108] ist damit gegeben durch

$$u_{\text{bg}}(r, E) = C_{\text{bg}}(E)^{-1} \hat{u}_{\text{bg}}(r, E) \propto C_{\text{bg}}(E)^{-1} \frac{1}{\sqrt{k_{\text{lokal}}(r, E)}} \sin(b(r, E)) \quad (2.4.11)$$

mit der sogenannten WKB-Phase $b(r, E) = \int k_{\text{lokal}}(r', E) dr' + \frac{\pi}{4}$.

Bei einer magnetischen Feshbach-Resonanz besitzen der offene Kanal und der geschlossene Kanal unterschiedliche magnetische Momente. Die Lage des gebundenen Zustands im geschlossenen Kanal $E_c = \mu_m(B - B_c)$ kann dann mittels eines äußeren Magnetfeldes verändert werden (vergleiche Abschnitt 2.2). Die Schwellenenergie ($E = 0$) wird nun bei einem Magnetfeld von $B = B_c$ erreicht. Das differenzielle magnetische Moment $\mu_m = \mu_c - \mu_{\text{bg}}$ ist die Differenz der magnetischen Momente des ungekoppelten geschlossenen Kanals μ_c und des ungekoppelten offenen Kanals μ_{bg} .

Nach [102] folgt für das Van-der-Waals-Hintergrundpotenzial, welches die Stärke der Resonanz bestimmt,

$$1/2\bar{\Gamma}_c = \frac{\bar{a}_{\text{bg}}}{1 + (1 - \bar{a}_{\text{bg}})^2} \mu_m \Delta = s_{\text{res}} \bar{E} \frac{1}{1 + (1 - \bar{a}_{\text{bg}})^2}, \quad (2.4.12)$$

wobei Δ die Breite der Resonanz in Einheiten des Magnetfeldes darstellt.

Die Einführung des dimensionslosen Stärkeparameters der Resonanz

$$s_{\text{res}} = \bar{a}_{\text{bg}} \frac{\mu_m \Delta}{\bar{E}} \quad (2.4.13)$$

ermöglicht es, eine Klassifizierung von Feshbach-Resonanzen vorzunehmen. Dieser dimensionslose Resonanzstärkeparameter ist immer positiv definiert. In Schwellennähe, dem Grenzwert $E \rightarrow 0$, lassen sich mithilfe von diesem die Breite der Resonanz

$$1/2\Gamma_c(E) = k\bar{a}s_{\text{res}}\bar{E} \quad (2.4.14)$$

und die Resonanzverschiebung

$$\delta E_c(E) = -\frac{1 - \bar{a}_{\text{bg}}}{1 + (1 - \bar{a}_{\text{bg}})^2} s_{\text{res}} \bar{E} \quad (2.4.15)$$

darstellen. Beide die Resonanz charakterisierenden Parameter sind damit proportional zu $s_{\text{res}} \bar{E}$. Es gibt nun zwei Klassen von Resonanzen, für $s_{\text{res}} \ll 1$ ist die Streuresonanz durch die Eigenschaften des geschlossenen Kanals dominiert. Die in dieser Arbeit untersuchten Feshbach-Resonanzen in einem ultrakalten Gas von ^{87}Rb -Atomen weisen alle einen dimensionslosen Resonanzstärkeparameter kleiner eins auf [21]. Für $s_{\text{res}} \gg 1$ wird die Streuresonanz durch die Eigenschaften des offenen Kanals dominiert.

Die gesamte Streuphase $\varphi = \varphi_{\text{bg}} + \Delta\varphi$ an Stelle einer magnetischen Feshbach-Resonanz ergibt sich nun im Grenzwert ($E \rightarrow 0$) aus Gleichung (2.4.8) und Einsetzen des Ergebnisses der MQDT, Gleichung (2.4.10) und Gleichung (2.4.12),

$$\varphi = \varphi_{\text{bg}} - \arctan \left(\frac{\bar{a}_{\text{bg}} k \bar{a} \mu_m \Delta}{-E_c + \frac{\bar{a}_{\text{bg}}(1 - \bar{a}_{\text{bg}})}{1 + (1 - \bar{a}_{\text{bg}})^2} \mu_m \Delta} \right) \quad (2.4.16)$$

$$\begin{aligned} &= \varphi_{\text{bg}} - \arctan \left(\frac{k a_{\text{bg}} \Delta}{-(B - B_c) + \frac{\bar{a}_{\text{bg}}(1 - \bar{a}_{\text{bg}})}{1 + (1 - \bar{a}_{\text{bg}})^2} \Delta} \right) \\ &= \varphi_{\text{bg}} - \arctan \left(-k a_{\text{bg}} \frac{\Delta}{B - B_0} \right), \end{aligned} \quad (2.4.17)$$

wobei die Resonanzposition gegeben ist durch

$$B_0 = B_c + \delta B_c = B_c + \frac{\bar{a}_{\text{bg}}(1 - \bar{a}_{\text{bg}})}{1 + (1 - \bar{a}_{\text{bg}})^2} \Delta. \quad (2.4.18)$$

Rechnungen mittels gekoppelter Kanäle in Mies *et al.* [109] zeigen gleiches Verhalten und es folgt dort im Grenzwert $E \rightarrow 0$ für die Hintergrundsstreuphase $\varphi_{\text{bg}} \rightarrow -k a_{\text{bg}}$ und für $1/2\Gamma_c(E) = (k a_{\text{bg}}) \mu_m \Delta$.

Sind also der Dispersionskoeffizient C_6 , die reduzierte Masse, die Hintergrundsstrelänge und der dimensionslose Resonanzstärkeparameter gegeben, liefert die Verbindung der MQDT mit der analytischen Van-der-Waals-Theorie Ausdrücke unabhängig von der Resonanzklasse für die Streuphase, die in sehr guter Übereinstimmung mit vollständigen Berechnungen mittels gekoppelter Kanäle sind [21].

Aus dem Tangens der Streuphase lässt sich im Limes verschwindender Einlaufenergien ($E \rightarrow 0$) die s -Wellen-Strelänge ableiten:

$$a = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{1}{k} \tan(\varphi). \quad (2.4.19)$$

Mit der Kleinwinkelnäherung folgt daraus

$$a(B) = a_{\text{bg}} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right). \quad (2.4.20)$$

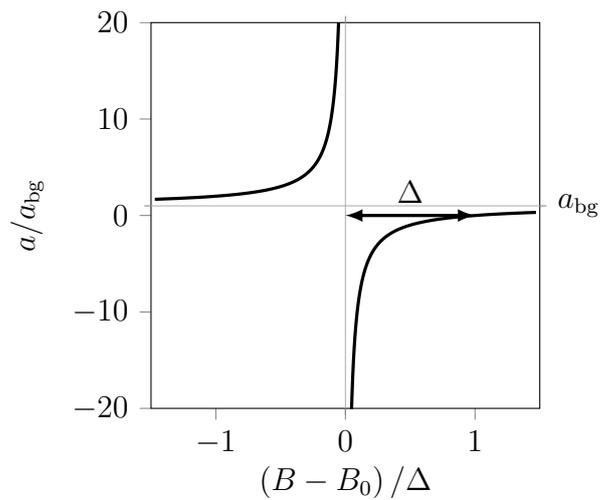


Abbildung 2.5: Streulänge a/a_{bg} in Einheiten der Hintergrundsstreulänge. Das Magnetfeld B ist um die Resonanzposition B_0 verschoben und normiert auf die Breite der Resonanz Δ . An Stelle der Resonanzposition B_0 weist die Streulänge $a(B) \rightarrow \pm\infty$ eine Singularität auf. Die Resonanzbreite beschreibt hierbei die Position, bei der die Streulänge $a(B_0 + \Delta) = 0$ wird.

Die Streulänge in Abhängigkeit vom Magnetfeld ist in Abbildung 2.5 aufgetragen. An der Stelle der verschobenen Resonanzposition $B_0 = B_c + \delta B_c$ weist die Streulänge $a(B) \rightarrow \pm\infty$ eine Singularität auf.

3 Photoassoziative Ionisation

Die in dieser Arbeit neu vorgestellte Methode zur Messung von Korrelationen bei kleinen interatomaren Abständen beruht auf der im Nachfolgenden beschriebenen photoassoziativen Ionisation in Kombination mit dem effizienten *in situ* Nachweis der so erzeugten Molekülionen. Bei der photoassoziativen Ionisation, einer bekannten Technik aus der Molekülspektroskopie [53, 54, 56], wird ein freies Atompaar optisch in einen tief gebundenen Zustand des Molekülions angeregt. Die optische Anregung ist nur möglich, wenn der Abstand dieser beiden Atome gleich der Ausdehnung des gebundenen Molekülzustands ist.

Zur besseren Übersicht soll bereits hier ein kurzer Ausblick auf die Ergebnisse erfolgen. Die optische Anregung ist in unserem Experiment durch einen nahresonanten Drei-Photonenübergang durch Licht desselben Lasers realisiert, welcher die Dipolfalle für das atomare Ensemble bildet. Freie Atompaare, die im Ausgangszustand einlaufen, werden dadurch in einen tief gebundenen Rotations-Vibrationszustand des Rb_2^+ -Molekülionenpotenzials angeregt. Dieser tief gebundene Zustand ist in einem Bereich sehr kleiner interatomarer Abstände ($\approx 10a_0$) lokalisiert, es werden also nur freie Atompaare ionisiert, die einen vergleichbaren Relativabstand aufweisen.

Der photoassoziative Ionisations-Übergang ist dabei durch Rotations- und Schwingungszustände verschiedener elektronisch angeregter Potenziale, die in verschiedene Asymptoten $\text{Rb}+\text{Rb}^*$ übergehen, nahresonant überhöht. Im Detail wird im Folgenden gezeigt, dass dies eine Vielzahl von Rotations-Vibrations-Zuständen von Molekülpotenzialen der $5s + 5p$ -Asymptote und der $5s + 4d$ -Asymptote sind. Eine direkte Anregung mittels Photoassoziation in Zustände dieser Asymptoten ist ebenfalls möglich.

In Abbildung 3.1 ist der in unserem Experiment realisierte photoassoziative Ionisationsprozess schematisch dargestellt.

Das so erzeugte Molekülion wird anschließend mit sehr hoher Effizienz nachgewiesen (siehe Kapitel 5) und bildet somit das Messsignal im vorliegenden Experiment. Dabei ist der mögliche Prozess der direkten Anregung von Zwischenniveaus mittels Photoassoziation natürlich unerwünscht, da er zu Verlusten des atomaren Ensembles führen kann, die jedoch nicht direkt zum Messsignal beitragen. Die experimentell beobachtete Ionenrate ist direkt proportional zu der Anzahl an Atompaaren mit kleinen interatomaren Abständen.

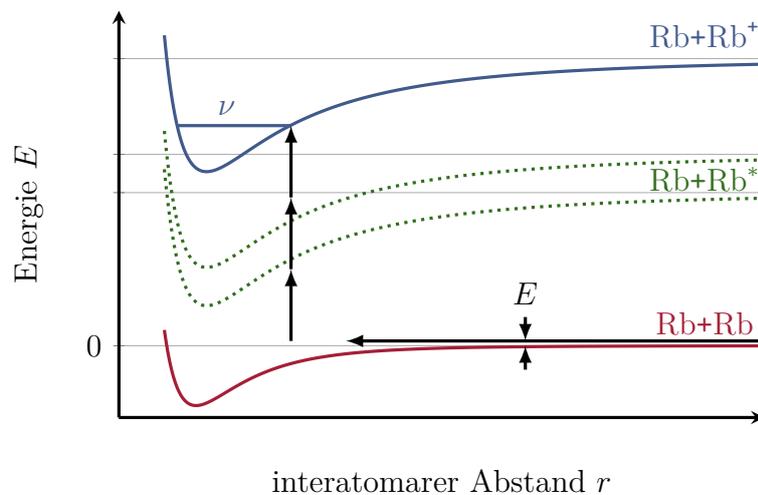


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des im Experiment realisierten photoassoziativen Ionisationsprozesses von freien Paaren der Stoßenergie E in einen tief gebundenen Zustand ν des Molekülionenpotenzials, welches asymptotisch für große interatomare Abstände in $\text{Rb} + \text{Rb}^+$ übergeht. Dieser Prozess wird nahresonant durch zwischenliegende Zustände elektronisch angeregter Molekülpotenziale der Asymptoten $\text{Rb} + \text{Rb}^*$ überhöht. Der Drei-Photonenübergang ist durch drei senkrechte Pfeile angedeutet. Er erfolgt durch Licht desselben Lasers, welcher die Dipolfalle für das atomare Ensemble bildet.

Das Kapitel ist wie folgt gegliedert. Eine Übersicht über grundlegende Eigenschaften eines Molekülpotenzials wird in Abschnitt 3.1 gegeben. Das grundlegende Prinzip von optischen Anregungen von freien Paaren in gebundene Molekülzustände wird in Abschnitt 3.2 vorgestellt. Der im vorliegenden Experiment realisierte photoassoziative Ionisationsprozess wird in Abschnitt 3.3 besprochen und die dabei relevanten Molekülpotenziale werden mittels der Auswahlregeln für optische Übergänge und aus der Lage der Molekülzustände relativ zur Energie der Photonen des Anregungslasers bestimmt.

3.1 Molekülpotenziale

Die für die photoassoziativen Anregungen relevanten Molekülpotenziale können in der Näherung der adiabatischen Born-Oppenheimer-Potenziale bestimmt werden (siehe Abschnitt 2.2). Diese Molekülpotenziale werden nach den Hund'schen Kopplungsfällen bezeichnet, welche in Abschnitt 3.1.1 näher besprochen werden. Die unterschiedlichen Kopplungen der beteiligten Drehimpulse bei der Bildung von Molekülen spielt auch eine zentrale Rolle beim Auffinden der optischen Auswahlregeln in Abschnitt 3.2.2. Anhand eines einfachen Modell-Potenzials soll in Abschnitt 3.1.2 ein qualitatives Verständnis der Lage gebundener Rotations-Vibrationszustände¹ in Molekülpotenzialen vermittelt werden. Als Modell-Potenzial kommt hierbei das sogenannte Morsepotenzial zum Einsatz, da sich die Schrödingergleichung in diesem analytisch lösen lässt. Das qualitative Verhalten der Wellenfunktion eines gebundenen Zustands hat einen direkten Einfluss auf die Übergangswahrscheinlichkeiten bei der optischen Anregung in gebundene Molekülzustände (siehe Abschnitt 3.2) und wird hier vorgestellt.

3.1.1 Hund'sche Kopplungsfälle und Symmetrien der Wellenfunktionen

Von Hund [110] wurden für lineare Moleküle fünf verschiedene Kopplungsfälle (a-e) diskutiert, welche die verschiedenen Arten der Kopplung der beteiligten Drehimpulse je nach Stärke der Wechselwirkungen ordnen und damit Basissysteme wohldefinierter Quantenzahlen liefern. Diese Kopplungsfälle werden in Lehrbüchern über Molekülphysik [111, 112] ausführlich besprochen. Die zwei Fälle (a,c), die in dieser Arbeit zur Notation der Molekülzustände verwendet werden, sollen im Folgenden in Anlehnung an diese Lehrbücher vorgestellt werden.

Im Hund'schen Kopplungsfall (a) ist die Wechselwirkung zwischen dem elektronischen Spin und dem durch die Präzession des elektronischen Drehimpulses \vec{L} um die interatomare Achse des linearen Moleküls bewirkten Magnetfeldes größer als die direkte Spin-Bahn-Kopplung zwischen \vec{L} und \vec{S} . Bei der Kombination zweier Atome zu einem Molekül ist in diesem Fall der gesamte Elektronenspin des Moleküls $\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ eine Erhaltungsgröße und gegeben durch die Summe der Elektronenspins der einzelnen Atome. Für den Gesamtbahndrehimpuls $\vec{L} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2$ des Moleküls gilt dies jedoch nicht mehr wie bei den einzelnen Atomen, da das lineare Dimer nicht mehr sphärisch symmetrisch ist, sondern eine Zylindersymmetrie entlang der internuklearen Achse aufweist. Deshalb ist hier lediglich die Projektion des Gesamtbahndrehimpulses auf die internukleare Achse Λ eine Erhaltungsgröße.

Wohldefinierte Quantenzahlen sind damit die Projektions-Quantenzahlen auf die inter-

¹Der Begriff Rotations-Vibrationszustand wird oft durch Rovib-Zustand abgekürzt.

atomare Achse Λ des elektronischen Drehimpulses \vec{L} und Σ des elektronischen Spins \vec{S} sowie deren Summe $\Omega = \Lambda + \Sigma$, diese ist die Projektionsquantenzahl des Gesamtdrehimpulses. Der Gesamtdrehimpuls $\vec{J} = \vec{l} + \Omega\vec{k}$ setzt sich aus dem zur Molekülachse \vec{k} senkrecht stehenden Rotationsdrehimpuls \vec{l} und der Summe der Projektionen Ω zusammen. Die Gesamtheit aller guten Quantenzahlen ist somit gegeben durch n, J, S, Λ, Σ und Ω .

Ein Molekül aus zwei Grundzustandsatomen ($^{2s+1}l = ^2S$) mit $s_{1,2} = 1/2$ und $l_{1,2} = 0$ kann damit entweder einen Singulett-Zustand mit $S = 0$ oder einen Triplett-Zustand mit $S = 1$ formen. Die Projektion des Drehimpulses ist $\Lambda = 0$. Die Molekülpotenziale werden mit $^{2S+1}|\Lambda|_{g,u}^{\pm}$ bezeichnet, wobei g und u die gerade beziehungsweise ungerade Parität bei Inversion der Wellenfunktionen am Ladungsschwerpunkt bezeichnet und \pm die Parität bei Spiegelung an einer Ebene durch die interatomare Achse. Da diese zur Bezeichnung der Molekülpotenziale verwendeten Quantenzahlen für mehrere Potenziale eines Moleküls dieselben sein können, ist diese Bezeichnung nicht ausreichend. Die elektronischen Zustände werden daher mit einem zusätzlichen Buchstaben bezeichnet. Der Grundzustand wird mit X bezeichnet. Die übrigen Zustände werden alphabetisch nach ihrer energetischen Lage und getrennt nach ihrer Spinmultiplizität bezeichnet. Singulett-Zustände $S = 0$ werden mit Großbuchstaben A, B, C, \dots und Triplett-Zustände $S = 1$ mit Kleinbuchstaben a, b, c, \dots bezeichnet. Hierzu gibt es jedoch viele Ausnahmen, die historischen Ursprungs sind.

Die beiden Zustände der $^2S+^2S$ - Asymptote werden in diesem Kopplungsfall somit mit $X^1\Sigma_g^+$ und $a^3\Sigma_u^+$ bezeichnet (vergleiche Abbildung 2.2).

Im Hund'schen Kopplungsfall (c) ist nun die Spin-Bahn-Kopplung stärker als die Kopplung von \vec{L} an die Molekülachse. Der elektronische Drehimpuls \vec{L} und der elektronische Spin \vec{S} koppeln hier zu dem elektronischen Gesamtdrehimpuls $\vec{J}_{el} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2 = \vec{L} + \vec{S}$, mit \vec{j}_i dem Gesamtdrehimpuls der Hülle der einzelnen Atome. Die Projektion des elektronischen Gesamtdrehimpulses \vec{J}_{el} auf die intermolekulare Achse ist $\Omega\hbar$. Der Gesamtdrehimpuls $\vec{J} = \vec{l} + \Omega\hbar\vec{k}$ setzt sich aus dem zur Molekülachse \vec{k} senkrecht stehenden Rotationsdrehimpuls \vec{l} und der Projektion des elektronischen Gesamtdrehimpulses $\Omega\hbar$ zusammen. Die guten Quantenzahlen ergeben sich damit zu n, J, m_J und Ω . Die Molekülzustände werden in diesem Kopplungsfall mit $|\Omega|_{g,u}^{\pm}$ bezeichnet. Die Molekülpotenziale zweier Grundzustandsatome ($^{2s+1}l_j = ^2S_{1/2}$) ergeben sich in diesem Kopplungsfall zu den drei Zuständen 0_g^{\pm} und 1_u .

Nach [53, 54, 56] ist der Hund'sche Kopplungsfall (c) für große interatomare Abstände und der Kopplungsfall (a) bei kleinen interatomaren Abständen ($r \lesssim 20a_0$) anzuwenden. Für größer werdende interatomare Abstände spalten sich damit die einzelnen Komponenten der Zustände des Hund'schen Falls (a) in eine Vielzahl von Komponenten des Kopplungsfalls (c) auf, da in diesem Bereich die Spin-Bahnaufspaltung die Stärke des Wechselwirkungspotenzials übersteigt.

3.1.2 Morsepotenzial, Vibrations- und Rotationszustände

Eine einfache Näherung eines Molekülpotenzials stellt das sogenannte Morsepotenzial dar. Es soll hier der Veranschaulichung des qualitativen Verhaltens von Vibrations- und Rotationszuständen in Molekülpotenzialen dienen. Für das Morsepotenzial gilt nach Demtröder [111]

$$V(r) = D_e \left(1 - e^{-\beta(r-r_e)}\right)^2, \quad (3.1.1)$$

mit der Dissoziationsenergie D_e und der Krümmung β des Potenzials in der Nähe der Gleichgewichtsposition r_e . Das Morsepotenzial ist in Abbildung 3.2 anschaulich dargestellt. An der Gleichgewichtsposition ($r = r_e$) ist die potenzielle Energie des Morsepotenzials minimal und identisch Null. Die Potenzialtiefe entspricht somit der Dissoziations- oder Bindungsenergie D_e , welche im Grenzwert $r \rightarrow \infty$ erreicht wird. Dieser Potenzialansatz stellt bei gegebener Bindungsenergie für den anziehenden Teil des Potenzials eine gute Näherung dar. Der abstoßende Teil des Potenzials ($r < r_e$), der gegen $\lim_{r \rightarrow 0} V(r) = D_e(1 - e^{+\beta r_e})$ konvergiert, weicht im Allgemeinen jedoch stärker von den experimentellen Daten realer Molekülpotenziale ab.

Mit diesem Potenzialansatz lässt sich die Schrödinger-Gleichung exakt lösen und man erhält die zugehörigen Vibrationseigenzustände $|\nu\rangle$ mit folgenden Eigenenergien

$$E_\nu = \hbar\omega_0 \left(\nu + \frac{1}{2}\right) - \frac{\hbar^2\omega_0^2}{4D_e} \left(\nu + \frac{1}{2}\right)^2, \quad (3.1.2)$$

mit $\omega_0 = \beta\sqrt{\frac{2D_e}{\mu}}$. Dabei bezeichnet $\nu \in \mathbb{N}$ die zugehörige Vibrationsquantenzahl. Gibt man die Eigenenergien, wie in der Molekülspektroskopie üblich, in Einheiten der Wellenzahl $\frac{1}{\lambda}$ an, folgen die Termwerte $T_\nu = \frac{E_\nu}{hc}$. Für diese gilt nun

$$T_\nu = \omega_e \left(\nu + \frac{1}{2}\right) - \omega_e x_e \left(\nu + \frac{1}{2}\right)^2. \quad (3.1.3)$$

Hierbei sind $\omega_e = \frac{\omega_0}{2\pi c}$ und $\omega_e x_e = \frac{\hbar\omega_0^2}{8\pi c D_e} = \frac{hc\omega_e^2}{4D_e}$. Die zugehörigen Eigenfunktionen sind gegeben durch [113]

$$\Psi_\nu(r) = N_\nu e^{-x/2} x^{a_\nu/2} L_\nu^{(a_\nu)}(x), \quad (3.1.4)$$

mit der Substitution $x = \frac{\omega_e}{\omega_e x_e} e^{-\beta(r-r_e)}$ und den Laguerre-Polynomen $L_\nu^{(a_\nu)}(x)$. Der Normalisierungsfaktor ist gegeben durch

$$N_\nu = \sqrt{\frac{a_\nu \beta \nu!}{\Gamma\left(\frac{\omega_e}{\omega_e x_e} - \nu\right)}}, \quad (3.1.5)$$

mit dem Parameter $a_\nu = \frac{\omega_e}{\omega_e x_e} - 2\nu - 1$ und der Eulerschen Gammafunktion $\Gamma(x)$.

In Abbildung 3.2 sind die Termwerte der Vibrationszustände eingezeichnet. Diese liegen nicht wie im harmonischen Potenzial äquidistant, sondern mit höheren Vibrationsquantenzahlen immer dichter. Die jeweils zugehörigen Wellenfunktionen sind ebenfalls

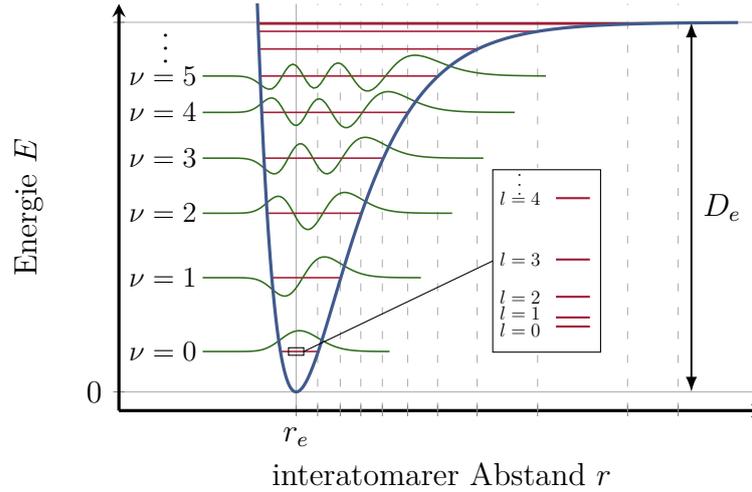


Abbildung 3.2: Morsepotenzial mit den Termwerten der Vibrationszustände ν und den ange deuteten Termwerten der Rotationszustände l für den Vibrationsgrundzustand in vergrößelter Darstellung. Die Bindungsenergie D_e entspricht der Potenzieltiefe. Die Wellenfunktionen der einzelnen Vibrationszustände sind in Grün eingezeichnet. Die gestrichelten Linien kennzeichnen hierbei die Positionen der äußeren Umkehrpunkte $r_{\nu+}$ der jeweiligen Wellenfunktionen.

ingezeichnet. Sie zeigen hierbei an ihrem äußeren Umkehrpunkt $r_{\nu+}$ eine erhöhte Aufenthaltswahrscheinlichkeit, wie auch im klassischen Fall für ein anharmonisches Potenzial zu erwarten wäre. Für höher liegende Vibrationszustände wird die Anharmonizität des Potentials größer und damit auch die Aufenthaltswahrscheinlichkeit am äußeren Umkehrpunkt immer größer. Diese Zustände sind also maßgeblich durch den langreichweitigen Anteil des Potentials bestimmt.

Um ein rotierendes Molekül zu beschreiben, muss das Morsepotenzial um den Zentrifugalterm $\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}$ erweitert werden. Für das effektive Morsepotenzial gilt damit

$$V_{\text{eff}}(r) = D_e \left(1 - \exp^{-\beta(r-r_e)}\right)^2 + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}. \quad (3.1.6)$$

Die näherungsweise Lösung der Schrödingergleichung liefert dann für die Termwerte

$$T_{\nu,l} = \omega_e \left(\nu + \frac{1}{2}\right) - \omega_e x_e \left(\nu + \frac{1}{2}\right)^2 + B_\nu l(l+1) - D_\nu l^2(l+1)^2, \quad (3.1.7)$$

wobei l die Rotationsquantenzahl ist und die Rotations- und Zentrifugalkonstanten B_ν und D_ν . Diese sind gegeben durch

$$B_\nu = B_e - \alpha_e \left(\nu + \frac{1}{2}\right), \quad \text{mit } B_e = \frac{\hbar}{4\pi c \mu r_e^2} \quad \text{und} \quad \alpha_e = \frac{3\hbar^2 \omega_e}{4\mu r_e^2 D_e} \left(\frac{1}{\beta r_e} - \frac{1}{\beta^2 r_e^2}\right) \quad (3.1.8)$$

und

$$D_\nu = \frac{4B_e^3}{\omega_e^2} + \beta_e \left(\nu + \frac{1}{2}\right), \quad \text{mit } \beta_e = \frac{4B_e^3}{\omega_e^2} \frac{8\omega_e x_e}{\omega_e} - \frac{5\alpha_e}{\omega_e} - \frac{\alpha_e^2 \omega_e}{24B_e^3}. \quad (3.1.9)$$

Die Lage der Termwerte $T_{v,l}$ werden hierbei durch die Vibration dominiert, der Energiebeitrag aufgrund der Rotation des Moleküls ist um ein Vielfaches geringer. Die Termwerte einiger Rotationszustände sind für den Vibrationsgrundzustand in Abbildung 3.2 in vergrößerter Darstellung angedeutet. Für größer werdende Rotationsquantenzahlen l liegen die Termwerte der Rotationszustände immer weiter auseinander.

Das Morsepotenzial ist ausschließlich durch drei charakteristische Parameter bestimmt. Diese sind die Bindungsenergie oder Dissoziationsenergie D_e , die Gleichgewichtsbindungs-lage r_e und die Vibrationskonstante ω_e . Man nennt sie auch Spektroskopie-Molekülparameter, da diese die in der Molekülspektroskopie durch Spektroskopiemessungen zugänglichen Parameter darstellen. Ebenso ist es möglich, diese für das Molekülpotenzial charakteristischen Parameter durch *ab initio* Rechnungen zu bestimmen.

3.2 Photoassoziative Anregungen

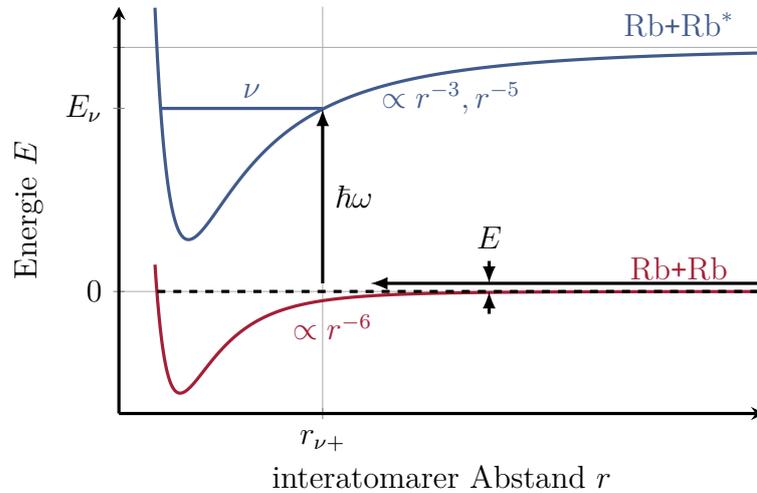


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung einer optischen Anregung von freien Paaren der Stoßenergie E in einen Vibrationszustand ν eines elektronisch angeregten Molekülpotenzials, welches asymptotisch für große interatomare Abstände in $Rb + Rb^*$ übergeht. Der Übergang findet in der „reflection“-Näherung am äußeren Umkehrpunkt der Wellenfunktion des gebundenen Zustands $r_{\nu+}$ statt.

Optische Anregungen in Molekülzustände bei ultrakalten Kollisionen werden in einigen Übersichtsartikeln [53–56] diskutiert. Die nachfolgenden Beschreibungen folgen diesen. Photoassoziation beschreibt den Prozess einer Molekülbildung durch Absorption von Licht während eines Stoßes freier Teilchen. Dieser Prozess ist in Abbildung 3.3 schematisch dargestellt. Ebenso möglich ist dabei auch eine Anregung in einen Rovib-Zustand eines Molekülions Rb_2^+ . Dieser Prozess wird photoassoziative Ionisation genannt.

3.2.1 Beschreibung mittels resonanter Streutheorie

Die photoassoziativen Prozesse können nach [53, 56] als Kopplung eines Streuzustands $|E, l\rangle$ mit Energie E und Partialwelle l an einen angeregten gebundenen Zustand $|\nu\rangle$ mit Energie E_ν beschrieben werden. Die Beschreibung kann damit in Analogie zu magnetischen Feshbach-Resonanzen mittels resonanter Streutheorie erfolgen [8]. Die Stärke der Kopplung ist dabei gegeben durch das Matrixelement

$$V_{\text{rad}}(E, l, I) = \left(\frac{2\pi I}{c} \right)^{\frac{1}{2}} \langle \nu | \vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{d} | E, l \rangle, \quad (3.2.1)$$

wobei der Polarisationsvektor des anregenden Lichts mit $\vec{\mathcal{E}}$, die Intensität mit I und die Lichtgeschwindigkeit mit c bezeichnet werden. Das molekulare elektrische Dipolmoment

$\vec{d}(r)$ ist vom interatomaren Abstand abhängig. Dieses Matrixelement beschreibt dann auch den stimulierten Zerfall des angeregten Zustands in das Streukontinuum

$$\gamma_\nu(E, l, I) = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{\text{rad}}(r, I)|^2. \quad (3.2.2)$$

Der Ratenkoeffizient, mit dem Atome mit Einlaufenergie k vom Eingangskanal in den angeregten Zustand transferiert werden, ist dabei gegeben durch [114–116]

$$K(E) = \frac{\hbar k}{\mu} \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l + 1) \frac{\hbar \gamma_\nu(E, l, I)}{(E + \hbar\omega - \hbar\omega_0 - \delta E(I))^2 + (\hbar\gamma_{\text{tot}})^2}, \quad (3.2.3)$$

wobei ω die Laserfrequenz und ω_0 die unverschobene Resonanzfrequenz des Übergangs beschreibt. Die Resonanzposition wird durch die Kopplung der Kanäle verschoben. Diese Verschiebung $\delta E(I)$ ist linear in der Intensität I des Lasers. Die Lebensdauer des angeregten Zustands wird mit γ_{tot} bezeichnet. Dieser Ratenkoeffizient wird für die Berücksichtigung der thermischen Verteilung der Einlaufenergien gemäß der Maxwell-Boltzmann-Verteilung gemittelt $\langle K \rangle_{\text{therm}}$. Die im Experiment in einem atomaren Ensemble konstanter Dichte n beobachtbare Photoassoziationsrate pro Einheitsvolumen ist gegeben durch $\langle K \rangle_{\text{therm}} n^2$ [56].

Näherungen zur Abschätzung von Anregungsraten

Wie in Kapitel 2 beschrieben, ist der atomare Streuprozess durch die langreichweitigen Anteile der Wechselwirkungspotenziale bestimmt. Aufgrund der überhöhten Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Wellenfunktion von gebundenen Zuständen an ihrem äußeren Umkehrpunkt (vergleiche Abschnitt 3.1.2), dessen Lage wiederum maßgeblich durch die langreichweitigen Anteile des Molekülpotenzials bestimmt ist, sind photoassoziative Prozesse in der Regel ebenfalls durch diese langreichweitigen Anteile bestimmt. Für den Grundzustand ist der langreichweitige Anteil des Potentials dabei durch die Van-der-Waals-Wechselwirkung gegeben und somit proportional zu r^{-6} . In elektronisch angeregten Zuständen ist der langreichweitige Teil des Potentials abhängig vom jeweils elektronisch angeregten Zustand ($ns + np$ -Asymptote $\propto r^{-3}$, $ns + nd$ -Asymptote $\propto r^{-5}$ für die Diskussion der jeweiligen Wechselwirkungen siehe Abschnitt 2.4) und in der Regel langreichweitiger.

In der Näherung von stationären Phasen [117] kann gezeigt werden, dass der hauptsächliche Beitrag zur Übergangswahrscheinlichkeit durch die Region am äußeren Umkehrpunkt $r_{\nu+}$ stammt. Unter der Annahme, dass der molekulare elektrische Dipoloperator $\vec{d}(r = r_{\nu+})$ in diesem Bereich nur langsam mit r variiert oder gänzlich unabhängig vom interatomaren Abstand ist, faktorisiert die Wahrscheinlichkeit eines molekularen Übergangs [118]

$$\gamma_\nu(E, l, I) \propto |V(r_{\nu+})|^2 |\langle \nu | E, l \rangle|^2. \quad (3.2.4)$$

Hierbei beschreibt das Betragsquadrat des Überlapps der Grundzustandswellenfunktion und der Wellenfunktion im angeregten Zustand den sogenannten Franck-Condon Faktor. Die Wellenfunktion des angeregten gebundenen Zustands zeigt für kleine interatomare Abstände viele Oszillationen, am äußeren Umkehrpunkt $r_{\nu+}$ hingegen im Bereich der letzten Oszillation ist die Amplitude überhöht und die Oszillation erstreckt sich über einen weiteren Bereich (vergleiche Abschnitt 3.1.2). Das Überlappintegral und damit der Franck-Condon-Faktor ist also überwiegend durch diese Beiträge bestimmt. Für höher gelegene Vibrationszustände wird dieses Verhalten immer ausgeprägter.

Nach [56, 117–119] kann in der sogenannten „*reflection*“-Näherung für hohe Vibrationszustände sogar gezeigt werden, dass die Übergangswahrscheinlichkeit eines photoassoziativen Prozesses direkt proportional zum Quadrat der Grundzustandswellenfunktion am äußeren Umkehrpunkt der Wellenfunktion des angeregten gebundenen Zustands ist. Anschaulich gesehen ist hier also die Wellenfunktion des angeregten Molekülzustands eine Deltafunktion, welche die Grundzustandswellenfunktion probt (bzw. reflektiert). Diese Näherung ist für mittlere und asymptotisch große interatomare Abstände und für Stoßenergien in Schwellennähe gültig.

3.2.2 Auswahlregeln für elektronische Übergänge

Bei der Absorption eines Photons wird nicht nur dessen Energie auf das Molekül übertragen, sondern aufgrund der Drehimpulserhaltung auch dessen Drehimpuls $\hbar = 1$. Deshalb kann sich der Gesamtdrehimpuls des Moleküls, also die Summe aus elektronischem Drehimpuls und Rotationsdrehimpuls, auch maximal um Eins ändern. Für homonukleare Moleküle gilt aufgrund der Paritätserhaltung zusätzlich die fundamentale Auswahlregel (Laporte-Regel), nach der Zustände ungerader Parität durch ein Photon nur an Zustände gerader Parität und Zustände mit gerader Parität an Zustände ungerader Parität gekoppelt werden können.

Weitere Auswahlregeln hängen nun vom betrachteten Hund’schen Kopplungsfall ab. Ist die Quantenzahl Λ eine gute Quantenzahl (Hund’scher Kopplungsfall (a)), dann gilt bei einem Einphotonenübergang für die Änderung der Projektion des elektronischen Drehimpulses auf die Molekülachse $\Delta\Lambda = 0, \pm 1$. Σ -Zustände können also sowohl mit anderen Σ -Zuständen oder auch mit Π -Zuständen koppeln. Für den Übergang von Σ -Zuständen in Σ -Zustände gilt des Weiteren die Einschränkung, dass die Parität bei Spiegelung an einer Ebene durch die interatomare Achse (\pm) erhalten bleiben muss. Im Hund’schen Kopplungsfall (a) ist die Gesamtspin-Quantenzahl S ebenfalls eine gute Quantenzahl und es gilt $\Delta S = 0$. Ist die Spin-Bahn-Wechselwirkung jedoch nicht vernachlässigbar, können Übergänge auftreten, welche die Regel $\Delta S = 0$ verletzen. [56, 111]

Für Mehrphotonen-Anregungen müssen diese Auswahlregeln mehrfach angewendet

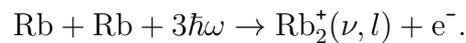
werden und es können Zustände erreicht werden, die bei einer Einphotonen-Anregung übergangsverboten wären. Für einen Zweiphotonen-Übergang zum Beispiel gilt nun $\Delta\Lambda = 0,1,2$ und von einem Σ -Zustand aus können nun Σ -, Π - und Δ -Zustände angeregt werden.

3.3 Experimentelle Realisierung

Die soeben vorgestellten Anregungsmechanismen und optischen Auswahlregeln sollen nun auf den im Experiment realisierten Fall angewandt werden. In unserem Experiment wird ein spinpolarisiertes Rubidiumgas im Zustand $|f = 1, m_f = 1\rangle$ in einer optischen Dipolfalle präpariert und es können äußere homogene Magnetfelder angelegt werden. Für eine weiterführende Besprechung sei hier auf Kapitel 5 verwiesen. Die optische Anregung erfolgt hier mittels Photonen desselben Lichts, welches die Dipolfalle bildet. Für ein spinpolarisiertes Rubidiumgas (^{87}Rb) findet unter Vernachlässigung der Hyperfeinstruktur die Kollision von freien Paaren in einem definierten Ausgangszustand, dem Triplett-Zustand $a^3\Sigma_u$, statt. Die Vernachlässigung der Hyperfein-Wechselwirkung ist eine starke Vereinfachung, da diese Wechselwirkung, wie in Abschnitt 2.2 besprochen, zu Kopplung von Zuständen führen kann und im äußeren Magnetfeld die Molekülzustände gemäß ihrer Mannigfaltigkeit weiter aufspalten. Die optische Anregung findet jedoch auf einer viel größeren Energieskala statt als diese vernachlässigten Wechselwirkungen. Diese Näherung verhilft somit zu einer einfachen Betrachtung der sonst sehr komplizierten optischen Anregungen mittels photoassoziativer Ionisation und erlaubt einfache Abschätzungen, welche zum Verständnis des Prozesses beitragen.

Ein Vergleich der Energie der Photonen $\hbar\omega$ des Anregungs- beziehungsweise Dipolfallenlasers ($\lambda = 1070 \text{ nm}$) mit der Lage der elektronischen angeregten Molekülpotenziale und des Molekülionenpotenzials, zeigen nun auf, dass zwei Prozesse bei der optischen Anregung möglich sind (vergleiche Abbildung 3.5).

Zum einen der Prozess der photoassoziativen Ionisation. Dieser ist in unserem Fall ein Dreiphotonenübergang aus dem Ausgangszustand eines freien Paares in einen Rubidiummolekülionen-Rovibzustand (ν, l) und ein freies Elektron



Dieser Dreiphotonprozess kann nun nahresonant durch zwischenliegende elektronisch angeregte Molekülzustände Rb_2^* überhöht sein. In der Arbeit von Härter *et al.* [120] wurde ein ähnlicher Anregungsprozess mittels drei Photonen des Lichts der Dipolfalle ($\lambda = 1064,5 \text{ nm}$) vorgenommen. Dort wurden durch Dreikörperrekombination in einem Ensemble von ^{87}Rb -Atomen gebundene Molekülzustände besetzt, die dann mittels resonant überhöhter Multiphotonen-Ionisation² in einen Molekülionenzustand angeregt wurden ($\text{Rb}_2(\nu, l) + 3\hbar\omega \rightarrow \text{Rb}_2^+(\nu, l) + e^-$). In unserem Experiment hingegen sind Dreikörpereffekte aufgrund des stark ausgedünnten Gases zu vernachlässigen (siehe Kapitel 7).

Zum anderen ist der Prozess der Photoassoziation mittels eines oder zweier Photonen ($n = 1$, bzw. 2) in einen elektronisch angeregten Rubidiummolekülzustand, welcher

²engl. *resonant-enhanced multiphoton ionization* kurz REMPI

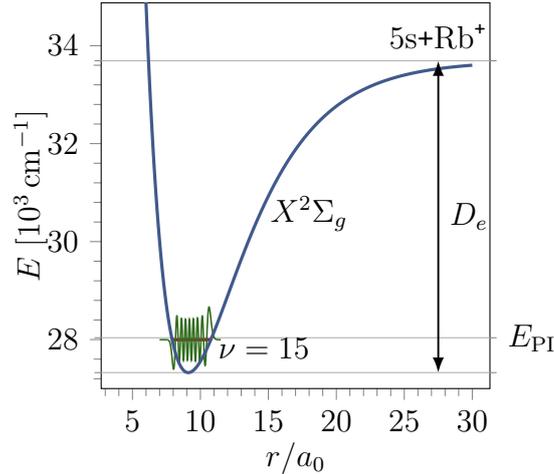
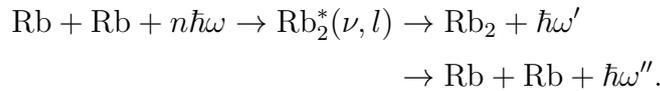


Abbildung 3.4: Näherung des $X^2\Sigma_g$ -Potenzials durch ein Morsepotenzial. Ein tief gebundener Zustand $\nu = 15$ des Molekülions im $X^2\Sigma_g$ -Potenzial wird optisch angeregt. Die Wellenfunktion dieses Zustands ist in grün aufgetragen, deren äußerer Umkehrpunkt liegt bei $r_{\nu^*} \approx 10,7a_0$. Die Übergangsenergie des Dreiphotonenübergangs ist mit E_{PI} eingezeichnet.

wiederum in einen tiefgebundenen Molekülzustand zerfallen kann oder in freie Rubidiumatome dissoziiert, denkbar:



Da die abgestrahlten Energien $\hbar\omega'$ beziehungsweise $\hbar\omega''$ beim Zerfall der elektronisch angeregten Moleküle kleiner als die Anregungsenergie sein kann, können einerseits tiefgebundene Moleküle oder andererseits freie Atome mit hoher kinetischer Energie entstehen, die dann der Atomfalle entweichen können.

Diese beiden Prozesse der photoassoziativen Ionisation und der Photoassoziation sollen im Folgenden näher betrachtet werden. Allein unter der Berücksichtigung der fundamentalen optischen Auswahlregel aus Abschnitt 3.2.2 gilt für die photoassoziative Ionisation, in unserem Fall ein Dreiphotonenübergang, dass eine Anregung vom Zustand $a^3\Sigma_u$ nur in einen Zustand mit gerader Parität möglich ist. Dies ist das $X^2\Sigma_g$ -Potenzial ($1/2_g$ in der Notation des Hund'schen Falls (c)) des Rb_2^+ -Moleküls im elektronischen Grundzustand [120–123].

Für eine Abschätzung, in welchen Vibrationszustand bei der photoassoziativen Ionisation im Experiment angeregt wird, betrachten wir das $X^2\Sigma_g$ -Potenzial in der Näherung des Morsepotenzials (vergleiche Abschnitt 3.1.2). Dieses Potenzial ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Nach Silberbach *et al.* [121] gilt für die Bindungsenergie $D_e = 6364,76 \text{ cm}^{-1}$, die Gleichgewichtsposition $r_e = 9,11a_0$ und für die Schwingungskonstante $\omega_e = 44,5 \text{ cm}^{-1}$. Die Energie der $5s + \text{Rb}^+$ -Asymptote liegt bei $33\,690,81 \text{ cm}^{-1}$.

Die Wellenzahl eines Photons des Anregungs- beziehungsweise Dipolfallenlasers bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1070 \text{ nm}$ beträgt $k = 9345,79 \text{ cm}^{-1}$. Damit ergibt sich für den photoassoziativen Ionisationsprozess, bei dem drei Photonen involviert sind, eine Übergangsenergie von

$$E_{\text{PI}} = 3 \cdot k = 28\,037,38 \text{ cm}^{-1}. \quad (3.3.1)$$

Der Vibrationszustand mit der größten Vibrationsquantenzahl, dessen Energie noch unterhalb der Übergangsenergie E_{PI} liegt, besitzt die Vibrationsquantenzahl $\nu = 15$ und die Eigenenergie dieses Zustands beträgt

$$E_{\nu=15,l=0} = 33\,690,81 \text{ cm}^{-1} - D_e + T_{15,0} = 27\,997,11 \text{ cm}^{-1}. \quad (3.3.2)$$

Der nächst höhere Vibrationszustand mit $\nu = 16$ und $l = 0$ liegt bei

$$E_{\nu=16,l=0} = 33\,690,81 \text{ cm}^{-1} - D_e + T_{16,0} = 28\,039,12 \text{ cm}^{-1} \quad (3.3.3)$$

und somit knapp überhalb der Übergangsenergie der drei Photonen. Rotationszustände mit Rotationsquantenzahlen ($l \neq 0$) sollen an dieser Stelle, aufgrund der viel geringeren Energiebeiträge zur Lage der Zustände aufgrund der Rotation des Moleküls, vernachlässigt werden. Die Anregung findet also in einen Zustand mit $\nu = 15$ statt und eine maximale Überschussenergie von $\Delta E = E_{\text{PI}} - E_{\nu=15,l=0} = 40,28 \text{ cm}^{-1} = 5 \text{ meV}$ wird an die Ionisationsfragmente ($\text{Rb}_2^+ + e^-$) übertragen.

Der Anregungs- beziehungsweise Dipolfallenlaser des Experiments besitzt eine spektrale Linienbreite von $1,7 \text{ nm}$ (siehe Abschnitt 5.2.3) und damit eine Bandbreite von $\Delta k = 14,85 \text{ cm}^{-1}$. Bei dem Dreiphotonenübergang ergibt sich damit eine Anregungsbreite von $3\Delta k = 44,55 \text{ cm}^{-1}$. Aufgrund der großen spektralen Breite des Lasers können somit prinzipiell auch Zustände mit $\nu = 16$ angeregt werden. Zustände mit höheren Vibrationsquantenzahlen liegen energetisch über der Übergangsfrequenz des Dreiphotonenübergangs und können nur nichtresonant angeregt werden. Der Prozess der photoassoziativen Ionisation findet also in tiefgebundene Zustände des Molekülions statt. Diese Zustände sind bei kleinen interatomaren Abständen in einem kleinen Bereich um $r \approx 10a_0$ lokalisiert. In diesem Bereich liegt auch der innere Umkehrpunkt des $a^3\Sigma_u$ -Potenzials.

Um eine Abschätzung zu bekommen, welche Zustände den Mehrphotonen-Übergang nahresonant überhöhen oder für einen Photoassoziationsprozess in Frage kommen, muss man die asymptotischen Energien aller elektronisch angeregten Molekülpotenziale Rb_2^* und deren Bindungsenergien im Vergleich zur Energie der Photonen betrachten. *Ab-initio* Rechnungen [124, 125] liefern die Form und die Spektroskopie-Molekülparameter diverser Molekülzustände in Rubidium. Diese Spektroskopie-Molekülparameter sind in Tabelle 3.1 für die relevanten Molekülpotenziale zusammengefasst (vergleiche Abbildung 3.5).

Mittels eines Einphotonenübergangs sind nach Abschnitt 3.2.2 nur Anregungen in Σ - und Π -Zustände mit gerader Parität erlaubt. Die asymptotische Energie des nächst höher

Asymptote	Zustand	$r_e[a_0]$	$D_e[\text{cm}^{-1}]$	$\omega_e[\text{cm}^{-1}]$
$5s + 5p$	$^1\Sigma_g$	10,22	3007	32
	$^1\Pi_g$	10,41	1159	21
	$^3\Sigma_g$	9,88	3209	35
	$^3\Pi_g$	9,60	-347	27
$5s + 4d$	$^1\Sigma_u$	10,34	2938	20
	$^1\Pi_u$	8,92	1905	34
	$^1\Delta_u$	10,00	445	24
	$^3\Sigma_u$	11,05	2501	39
	$^3\Pi_u$	8,67	3344	42
	$^3\Delta_u$	10,09	513	23

Tabelle 3.1: Spektroskopie-Molekülparameter: Gleichgewichtsbindungs-länge r_e , Bindungsenergie D_e und die Vibrationskonstante ω_e , bestimmt durch *ab initio*-Rechnungen von Park *et al.* [124].

elektronisch angeregten Zustands, die $5s + 5p$ -Asymptote, ist $E_{5s+5p} = 12\,816,55 \text{ cm}^{-1}$ [126]. Die größte Bindungsenergie der $5s + 5p$ -Asymptote besitzt der $^3\Sigma_g$ -Zustand mit 3209 cm^{-1} . Das Potenzialminimum liegt damit bei $E_{min} = 12\,816,55 \text{ cm}^{-1} - 3209 \text{ cm}^{-1} = 9607,55 \text{ cm}^{-1}$. Da die Übergangsenergie eines Photons des Anregungs- beziehungsweise Dipolfallenlasers mit $9345,79 \text{ cm}^{-1}$ geringer ist, sind somit nur nichtresonante Übergänge mit sehr kleiner Übergangswahrscheinlichkeit in Molekülzustände der $5s + 5p$ -Asymptote denkbar. Dennoch tragen diese Zustände bei dem photoassoziativen Ionisationsprozess zur nahresonanten Überhöhung bei.

Betrachtet man nun eine Zweiphotonenanregung, können nach Abschnitt 3.2.2 Σ -, Π - und Δ -Zustände mit ungerader Parität angeregt werden. Die Übergangsenergie des Zweiphotonenprozesses liegt bei $18\,691,58 \text{ cm}^{-1}$ und die nächstgelegene elektronisch angeregte $5s + 4d$ -Asymptote besitzt die asymptotische Energie von $E_{5s+4d} = 19\,355,20 \text{ cm}^{-1}$ [126]. Die Bindungsenergien der Σ - und Π -Potenziale sind groß genug, dass hier sogar eine resonante Anregung in Rovib-Zustände dieser Potenziale realisiert sein könnte. Molekülpotenziale von elektronisch höher angeregten Molekülen sind fernverstimmt und tragen daher nur bedingt zur Übergangstärke bei. Neben den gewünschten Verlusten durch photoassoziative Ionisation, die in unserem Experiment das Messsignal erzeugen, kann die Photoassoziation zusätzlich zu unerwünschten Verlusten führen.

Das, entsprechend den vorausgehenden Überlegungen ermittelte, vereinfachte Übergangsschema ist in Abbildung 3.5 aufgetragen. Die Verläufe der für ^{87}Rb -Atome relevanten Molekülpotenziale ist der Arbeit von McCabe [127] entnommen.³

³Die Energien sind, wie in der Spektroskopie üblich, in der Einheit der Wellenzahl $\frac{1}{\lambda}$, Kayser [cm^{-1}], angegeben. Die Energie ist proportional zur Wellenzahl $E = \frac{hc}{\lambda}$.

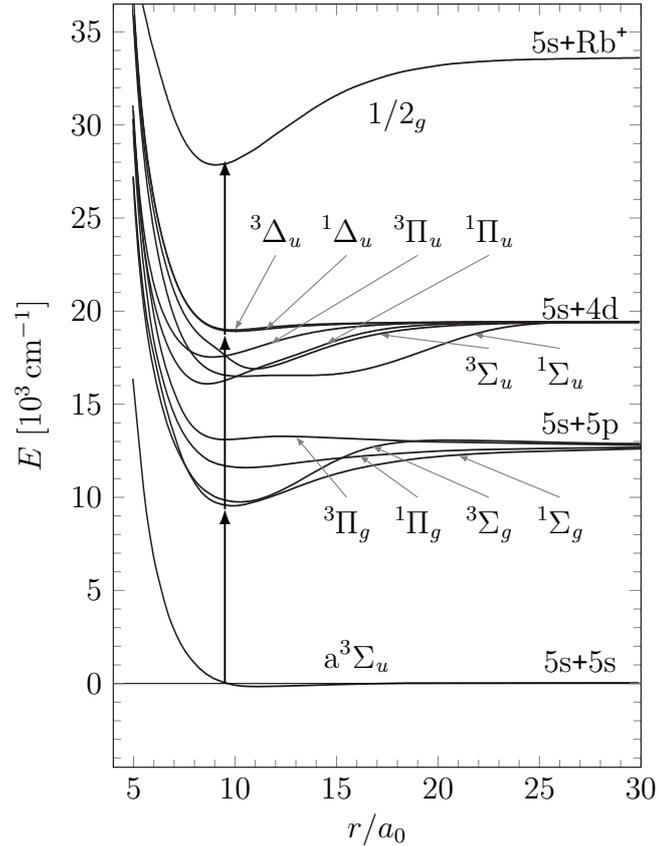


Abbildung 3.5: Für die photoassoziative Ionisation im vorliegenden Experiment relevante Molekülpotenziale von ^{87}Rb . Die Potenzialverläufe wurden hierfür [127] entnommen. Die drei senkrechten Pfeile deuten einen Drei-Photonenübergang an: Ausgehend von dem Tripletzustand eines freien Paares $^3\Sigma_u$ in einen tief gebundenen Zustand des Molekülions im $1/2_g$ -Potential (Notation im Hund'schen Kopplungsfall (c) in Anlehnung an [123]). Der Drei-Photonenübergang erfolgt durch Licht desselben Lasers, welcher die Dipolfalle für das atomare Ensemble bildet.

Alle gezeigten Übergänge sind dabei nur für kleine interatomare Abstände $r \approx 10a_0$ realisierbar, asymptotisch für $r \rightarrow \infty$ sind alle Molekülzustände fernverstimmt, sodass hier keine Anregung stattfinden kann.

Diese einfachen Abschätzungen sollen lediglich einen Einblick über die Komplexität der exakten Bestimmung der Übergangsstärke der photoassoziativen Ionisation und der Photoassoziation geben. Um diese Übergangsstärken und damit die Raten der photoassoziativen Ionisation γ_{PI} und der Photoassoziation γ_{PA} exakt zu berechnen, benötigt man eine vollständige Rechnung mittels gekoppelter Kanäle unter exakter Kenntnis aller beteiligten Potenziale und unter der Berücksichtigung der Hyperfein-Wechselwirkung und der Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld. Eine solche aufwendige Rechnung geht jedoch über den Rahmen dieser Arbeit hinaus.

4 Photoassoziative Ionisation in der Nähe magnetischer Feshbach-Resonanzen

Der zuvor vorgestellte Prozess der photoassoziativen Ionisation zeigt eine klare Abhängigkeit vom interatomaren Abstand der Atompaare (siehe Abschnitt 3.3). Er ist also dafür prädestiniert, Änderungen der räumlichen Korrelationen der Atome, also Änderungen der interatomaren Abstände innerhalb eines kalten atomaren Ensembles zu detektieren. In der Nähe einer Feshbach-Resonanz wird die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Atompaare bei kleinen interatomaren Abständen überhöht. Dieser Effekt wurde schon in verschiedenen Arbeiten und Zusammenhängen für theoretische Vorhersagen [57, 128–131] und auch experimentell [10, 59, 132] genutzt. Bei Messungen mittels photoassoziativer Ionisation ist damit in der Nähe einer Feshbach-Resonanz eine Überhöhung der photoassoziativen Ionisationsrate zu erwarten.

Im vorliegenden Experiment ist der exakte Prozess der optischen Anregungen der Atompaare in Molekülzustände bei der photoassoziativen Ionisation unbekannt (siehe Kapitel 3), jedoch können für eine Beschreibung die Anregungen als Verluste der Population des geschlossenen Kanals einer Feshbach-Resonanz angenommen werden. Um die Kopplung des Streukontinuums an gebundene Zustände (geschlossener Kanal) mit endlicher Lebensdauer zu beschreiben, wird eine Erweiterung der Beschreibung magnetischer Feshbach-Resonanzen mittels analytischer Van-der-Waals-Theorie aus Abschnitt 2.4 um komplexe Energien nach dem Ansatz von Gamow in Abschnitt 4.1 vorgenommen. Aus der durch diese Erweiterung gewonnen komplexen Streuphase lässt sich der inelastische Wirkungsquerschnitt ableiten, der direkt proportional zu der gemessenen photoassoziativen Ionisationsrate ist. Diese wird schließlich in Abschnitt 4.2 hergeleitet und erlaubt Vorhersagen der zu erwartenden Ionisationsraten im Experiment und der zu erwartenden Effekte durch die Feshbach-Resonanzen.

4.1 Streuresonanz mit Verlusten

Zerfällt die Population des gebundenen Zustands des geschlossenen Kanals $|C\rangle$ (siehe Abschnitt 2.3) aufgrund von Verlusten mit der Rate γ_l , so kann dies nach dem Ansatz von Gamow [133] einer komplexen Energie dieses Zustands $E_c \rightarrow E_c - i\hbar\frac{\gamma_l}{2}$ berücksichtigt werden. Im Experiment können diese Verluste durch die, in Kapitel 3 beschriebene, photoassoziative Ionisation oder Photoassoziation bedingt sein. Die Erweiterung von Gleichung (2.4.16) um die komplexe Energie des gebundenen Zustands des geschlossenen Kanals liefert nun die komplexe Streuphase:

$$\varphi = \varphi_{\text{bg}} - \arctan \left(\frac{ka_{\text{bg}}\mu_m\Delta}{-E_c + i\frac{\hbar\gamma_l}{2} + \frac{\bar{a}_{\text{bg}}(1-\bar{a}_{\text{bg}})}{1+(1-\bar{a}_{\text{bg}})^2}\mu_m\Delta} \right). \quad (4.1.1)$$

Für eine magnetische Feshbach-Resonanz gilt dabei, analog zu Abschnitt 2.4,

$$E_c = \mu_m(B - B_c) \quad (4.1.2)$$

und es folgt

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_{\text{bg}} - \arctan \left(\frac{ka_{\text{bg}}\mu_m\Delta}{-\mu_m(B - B_c) + i\frac{\hbar\gamma_l}{2} + \frac{\bar{a}_{\text{bg}}(1-\bar{a}_{\text{bg}})}{1+(1-\bar{a}_{\text{bg}})^2}\mu_m\Delta} \right) \\ &= \varphi_{\text{bg}} - \arctan \left(\frac{-ka_{\text{bg}}\Delta}{B - B_0 - i\frac{\hbar\gamma_l}{2\mu_m}} \right), \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

wobei die Resonanzposition wiederum gegeben ist durch ($\bar{a}_{\text{bg}} = a_{\text{bg}}/\bar{a}$)

$$B_0 = B_c + \frac{-\delta E_c}{\mu_m} = B_c + \frac{\Delta a_{\text{bg}}/\bar{a}(1 - a_{\text{bg}}/\bar{a})}{1 + (1 - a_{\text{bg}}/\bar{a})^2}. \quad (4.1.4)$$

Führt man den Parameter $I := \frac{\hbar\gamma_l}{2\mu_m}$ ein, welcher die Verluste beschreibt, folgt nun

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_{\text{bg}} - \arctan \left(\frac{-ka_{\text{bg}}\Delta}{B - B_0 - iI} \right) \\ &= \varphi_{\text{bg}} - \arctan \left(-ka_{\text{bg}}\Delta \frac{B - B_0 + iI}{(B - B_0)^2 + I^2} \right). \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

Nach Hobson [134] oder Abramowitz und Stegun [135] erhält man für den inversen Tangens einer komplexen Zahl¹

$$\arctan(x + iy) = n\pi + \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{-2x}{x^2 + y^2 - 1} \right) + i\frac{1}{4} \ln \left(\frac{x^2 + (y+1)^2}{x^2 + (y-1)^2} \right), \quad (4.1.6)$$

¹Wobei $(x + iy)^2 \neq -1$ und für das Argument der Logarithmusfunktion $\frac{x^2 + (y+1)^2}{x^2 + (y-1)^2} > 0$ erfüllt sein muss. Dies ist nach Gleichung (4.1.10) der Fall.

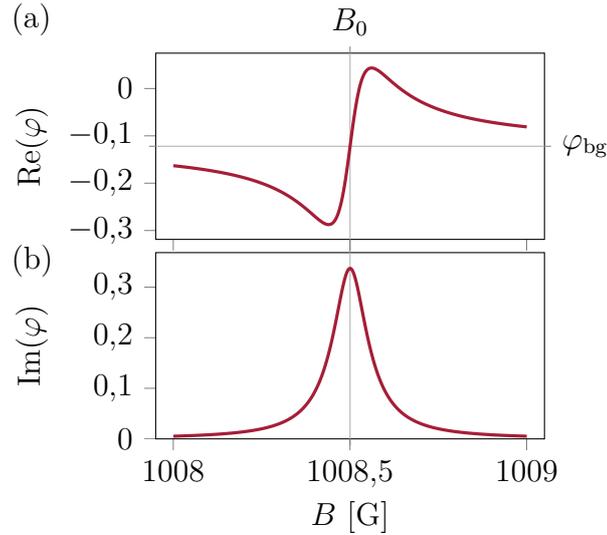


Abbildung 4.1: (a) Realteil und (b) Imaginärteil der Streuphase für die im Experiment untersuchte s -Wellen-Resonanz in ^{87}Rb des Eingangskanals $|1,1\rangle \times |1,1\rangle$ bei $B_{0,\text{theo}} = 1008,5 \text{ G}$. Der Realteil der Streuphase nähert sich der Hintergrundstreuphase φ_{bg} an und die Streuresonanz wird unterdrückt.

mit einer ganzen Zahl $n \in \mathbb{Z}$ oder $n = 0$.

Damit lässt sich die komplexe Streuphase nun in den Real- und Imaginärteil zerlegen. Mit dem Realteil x und dem Imaginärteil y des Argumentes des inversen Tangens

$$x = -ka_{\text{bg}}\Delta \frac{B - B_0}{(B - B_0)^2 + I^2}, \quad y = -ka_{\text{bg}}\Delta \frac{I}{(B - B_0)^2 + I^2} \quad (4.1.7)$$

und

$$x^2 + y^2 = \frac{k^2 a_{\text{bg}}^2 \Delta^2}{(B - B_0)^2 + I^2} \quad (4.1.8)$$

gilt für den Realteil und den Imaginärteil der Streuphase

$$\begin{aligned} \text{Re}(\varphi) &= \varphi_{\text{bg}} - \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{-2x}{x^2 + y^2 - 1} \right) \\ &= \varphi_{\text{bg}} - \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{-2ka_{\text{bg}}\Delta(B - B_0)}{-k^2 a_{\text{bg}}^2 \Delta^2 + (B - B_0)^2 + I^2} \right) \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

und

$$\begin{aligned} \text{Im}(\varphi) &= -\frac{1}{4} \ln \left(\frac{x^2 + (y + 1)^2}{x^2 + (y - 1)^2} \right) \\ &= -\frac{1}{4} \ln \left(\frac{(ka_{\text{bg}}\Delta - I)^2 + (B - B_0)^2}{(ka_{\text{bg}}\Delta + I)^2 + (B - B_0)^2} \right). \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

Für verschwindende Verluste $I = 0$ ändert sich der Realteil der Streuphase über die Breite der Resonanz hinweg um π (vergleiche Abbildung 2.4) und der Imaginärteil

der Streuphase verschwindet. Für große Verluste I weicht der Realteil der komplexen Streuphase kaum von der Hintergrundstreuphase $\varphi_{\text{bg}} = -\arctan(ka_{\text{bg}})$ ab und die Streuresonanz verschwindet. Der Imaginärteil der Streuphase zeigt hingegen ein Maximum an der Stelle der Resonanzposition B_0 .

In Abbildung 4.1 ist der Real- und Imaginärteil der komplexen Streuphase für eine typische Feshbach-Resonanz aufgetragen. Dabei handelt es sich, ebenso wie in den folgenden Abbildungen dieses Abschnittes, um die in Abschnitt 7.3 untersuchte s -Wellen-Resonanz in ^{87}Rb des Eingangskanals $|f = 1, m_f = 1\rangle \times |1, 1\rangle$ bei der theoretischen Resonanzposition $B_{0,\text{theo}} = 1008,5 \text{ G}$ ^{2,3}.

4.1.1 Komplexe Streulänge

Die komplexe Streulänge kann entsprechend Gleichung (2.4.19) aus der nunmehr komplexen Streuphase, Gleichung (4.1.5), abgeleitet werden

$$\begin{aligned} a &= -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{1}{k} \tan(\varphi) \\ &= a_{\text{bg}} - a_{\text{bg}} \Delta \frac{B - B_0 + iI}{(B - B_0)^2 + I^2}. \end{aligned} \quad (4.1.11)$$

Hierbei wurde die Kleinwinkelnäherung angewandt, welche für $k \rightarrow 0$ immer erfüllt ist.

Der Realteil der Streulänge ergibt sich damit zu

$$\text{Re}(a) = a_{\text{bg}} \left(1 - \frac{\Delta}{(B - B_0) + \frac{I^2}{(B - B_0)}} \right), \quad (4.1.12)$$

und für den Imaginärteil folgt

$$\text{Im}(a) = -a_{\text{bg}} \Delta \frac{I}{(B - B_0)^2 + I^2}. \quad (4.1.13)$$

In Abbildung 4.2 ist der Real- und Imaginärteil der Streulänge in Einheiten des Bohrradius a_0 aufgetragen. Für den Fall verschwindender Verluste $I = 0$ (schwarze Kurve) kann das bekannte Ergebnis aus Gleichung (2.4.20) reproduziert werden. Die Streulänge

²Als Einheit für Magnetfelder wird hier und im Folgenden Gauß verwendet: $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$.

³Diese Feshbach-Resonanz besitzt die größte theoretische Breite $\Delta = 170 \text{ mG}$ aller Resonanzen dieses Eingangskanals [11]. Das differenzielle magnetische Moment ist hier gegeben durch $\mu_m = 2,79\mu_B$, mit dem Bohrschen Magneton μ_B [21]. Die Hintergrundstreulänge beträgt $a_{\text{bg}} = 100a_0$, wobei a_0 den Bohrradius bezeichnet. Für eine Verlustrate von $\gamma_l = 3,15 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$, die in Abschnitt 7.3 bei Messungen mittels photoassoziativer Ionisation experimentell bestimmt wurde, beträgt der Verlustparameter $I = \frac{\hbar\gamma_l}{2\mu_m} = 6,4 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ G}$. Für die Wellenzahl wurde hier die thermische Wellenzahl $k_{\text{th}} = 23 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ (vergleiche Abschnitt 4.2.1) für ein Ensemble der Temperatur $T = 3 \mu\text{K}$ angesetzt.

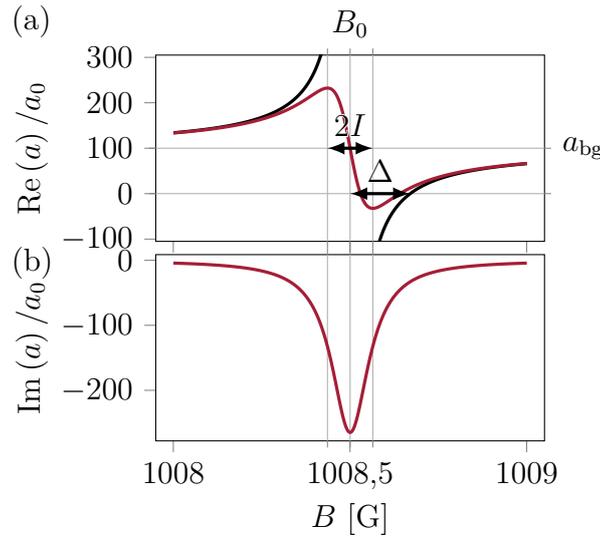


Abbildung 4.2: (a) Realteil und (b) Imaginärteil der komplexen Streulänge a/a_0 in Einheiten des Bohrradius. In schwarz für verschwindende Verluste $I = 0$ ($\text{Im}(a) = 0$) und in rot für die experimentell bestimmten Verluste.

weist hier die besprochene Singularität an der Resonanzposition B_0 auf. Berücksichtigt man nun Verluste, so verschwindet diese Singularität (rote Kurve). Der Realteil der Streulänge weist an den Stellen $B = B_0 \pm I$ die Werte $a_{\text{bg}} \pm \frac{a_{\text{bg}}\Delta}{2I}$ auf. Für den im Experiment realisierten Fall sind die Verluste so groß, dass die elastische Streulänge nur um ungefähr $130a_0$ um die Hintergrundstreulänge a_{bg} variiert. Der Imaginärteil der Streulänge besitzt an Stelle der Resonanz B_0 ein Minimum bei $-\frac{a_{\text{bg}}\Delta}{I}$.

4.1.2 Elastischer und inelastischer Streuquerschnitt

Für die elastischen und inelastischen Wirkungsquerschnitte gilt nach Abschnitt 2.1.3

$$\sigma_{el} = g_\alpha \frac{\pi}{k^2} \left(|1 - e^{2i\varphi}|^2 \right) \quad (4.1.14)$$

und

$$\sigma_i = g_\alpha \frac{\pi}{k^2} \left(1 - |e^{2i\varphi}|^2 \right) = g_\alpha \frac{\pi}{k^2} \left(1 - e^{-4\text{Im}(\varphi)} \right). \quad (4.1.15)$$

Mit dem Imaginärteil der Streuphase aus Gleichung (4.1.10) kann der inelastische Wirkungsquerschnitt analytisch berechnet werden

$$\begin{aligned} \sigma_i &= g_\alpha \frac{\pi}{k^2} (1 - \exp(-4 \text{Im}(\varphi))) \\ &= g_\alpha \frac{\pi}{k^2} \left(1 - \exp \left(-4 \left(-\frac{1}{4} \ln \left(\frac{(ka_{\text{bg}}\Delta - I)^2 + (B - B_0)^2}{(ka_{\text{bg}}\Delta + I)^2 + (B - B_0)^2} \right) \right) \right) \right) \\ &= g_\alpha \frac{4\pi}{k} a_{\text{bg}} \Delta I \frac{1}{(ka_{\text{bg}}\Delta + I)^2 + (B - B_0)^2}. \end{aligned} \quad (4.1.16)$$

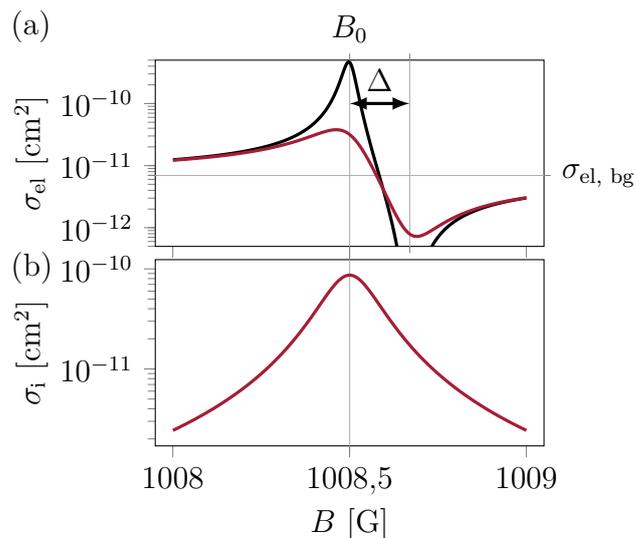


Abbildung 4.3: (a) elastischer und (b) inelastischer Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld ohne Verluste ($\sigma_i = 0$ für $I = 0$) in schwarz und für die im Experiment realisierten Verluste in rot. (An der Stelle $B = B_0 + \Delta$ ist ohne Verluste $I = 0$ die Streuphase und die Streulänge Null und damit der elastische Wirkungsquerschnitt ebenfalls $\sigma_{el} = 0$.)

In Abbildung 4.3 sind der elastische und inelastische Wirkungsquerschnitt aufgetragen. Der elastische Wirkungsquerschnitt fällt an Stelle der Resonanzposition B_0 im Falle der im Experiment realisierten Verluste um eine Größenordnung geringer aus als im Fall ohne Verluste. Dies ermöglicht es bei großen Verlusten, das Magnetfeld über eine Feshbach-Resonanz hinweg zu verstimmen oder diese Resonanz sogar zu detektieren, ohne die elastischen Streueigenschaften und die damit verbundenen atomaren Wechselwirkungen im Gas gegenüber der Hintergrundwechselwirkung signifikant zu verändern.

Der inelastische Wirkungsquerschnitt ist lorentzförmig und zeigt an Stelle der Resonanz B_0 ein Maximum.

4.2 Theoretische Ionenzählrate

Die Ereignisrate oder Verlustrate für ein Paar ergibt sich nun aus dem inelastischen Wirkungsquerschnitt σ_i und dem Atomfluss j zu

$$\gamma = j \cdot \sigma_i. \quad (4.2.1)$$

Der Fluss der Atome ist gegeben durch

$$j = vn = \frac{\hbar k}{\mu} n, \quad (4.2.2)$$

wobei $v = \frac{\hbar k}{\mu}$ die Relativgeschwindigkeit der Teilchen und n die Teilchendichte des atomaren Ensembles ist. Die im Experiment beobachtete Ionenzählrate kann damit als Produkt der Atomzahl N , der Verlustrate für ein Paar γ und der Detektionseffizienz des Ionendetektors ϵ beschrieben werden

$$\Gamma = \eta \cdot \epsilon \cdot N \cdot j \cdot \sigma_i. \quad (4.2.3)$$

Der Faktor η berücksichtigt hier, dass nicht alle Verluste ausschließlich durch die photoassoziative Ionisation (PI) verursacht werden, sondern auch zum Beispiel durch Photoassoziation (PA) möglich sind (vergleiche Abschnitt 3.3). Lediglich die Verluste, bedingt durch die photoassoziative Ionisation, führen im Experiment zu einem Detektionssignal. Die Gesamtverlustrate ist damit gegeben aus der Summe $\gamma_l = \gamma_{\text{PI}} + \gamma_{\text{PA}}$ der Dreiphotonen Anregungsrate in die Molekülionen γ_{PI} und der optischen Photoassoziationsrate γ_{PA} . Die Ionisationseffizienz $\eta = \gamma_{\text{PI}}/\gamma_l$ ergibt sich somit als Quotient aus Ionisationsverlusten zu den Gesamtverlusten.

Der inelastische Wirkungsquerschnitt ist nach Gleichung (4.1.16) gegeben durch

$$\sigma_i = g_\alpha \frac{4\pi}{k} a_{\text{bg}} \Delta I \frac{1}{(ka_{\text{bg}}\Delta + I)^2 + (B - B_0)^2}. \quad (4.2.4)$$

Damit folgt für die Ionenrate einer einzelnen Geschwindigkeitsklasse k (bzw. v) der einlaufenden Teilchen

$$\Gamma = \eta \cdot \epsilon \cdot N \cdot \frac{\hbar k}{\mu} n \cdot g_\alpha \cdot \frac{4\pi}{k} \cdot a_{\text{bg}} \Delta I \frac{1}{(ka_{\text{bg}}\Delta + I)^2 + (B - B_0)^2}. \quad (4.2.5)$$

Diese Resonanzfunktion ist lorentzförmig und besitzt eine Breite von $ka_{\text{bg}}\Delta + I$.

4.2.1 Thermische Mittelung

In einem thermischen Gas sind die Geschwindigkeiten der Teilchen im thermischen Gleichgewicht gemäß der Maxwell-Boltzmann-Verteilung verteilt. Die Teilchen eines thermischen Ensembles besitzen damit unterschiedliche Stoßenergien. Deshalb muss die Ionenzahlrate über die Geschwindigkeiten, gewichtet mit dieser Verteilungsfunktion, gemittelt werden.

Die Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung in drei Dimensionen ist nach Metcalf und Straten [136] gegeben durch

$$\rho(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}v_0^3} e^{-(v/v_{\text{th}})^2} v^2 dv, \quad (4.2.6)$$

mit

$$\int \rho(v) dv = 1. \quad (4.2.7)$$

Die thermische Wellenzahl $k_{\text{th}} = \sqrt{2}\mu v_{\text{th}}/\hbar$ hängt von der thermischen Geschwindigkeit $v_{\text{th}} = \sqrt{k_{\text{B}}T/\mu}$ und der reduzierten Masse $\mu = m_{\text{Rb}}/2$ ab. Die Masse des Rubidiumatoms, die Temperatur des atomaren Ensembles, die Dichte und die reduzierte Planck-Konstante werden mit m_{Rb} , T , n , und \hbar bezeichnet.

Die thermisch gemittelte Ionenzahlrate ergibt sich damit entsprechend Anhang A.2.1 zu

$$\begin{aligned} \langle \Gamma \rangle_{\text{therm}} &= \int_0^\infty \rho(v) \cdot \Gamma dv \\ &= \eta \cdot \varepsilon \cdot g_\alpha \cdot N \cdot \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{4\pi}{k_{\text{th}}^2} \cdot n v_{\text{th}} \cdot R(B). \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

Die Streuresonanz sowie die thermische Mittelung wird dabei durch die Resonanzfunktion

$$R(B) = SI \int_0^\infty e^{-\tilde{v}^2} \tilde{v}^2 \frac{1}{(S\tilde{v} + I)^2 + (B - B_0)^2} d\tilde{v}, \quad (4.2.9)$$

mit der normierten Geschwindigkeit $\tilde{v} = v/v_{\text{th}}$, dem Verlustparameter $I = \hbar\gamma_l/(2\mu_m)$, dem Parameter $S = \mu v_{\text{th}} a_{\text{bg}} \Delta/\hbar$, welcher die skalierte Resonanzbreite wiedergibt, und der Resonanzposition B_0 beschrieben. Aufgrund der großen spektralen Breite des Anregungs- beziehungsweise Dipolfallenlasers können Dopplerverschiebungen bei der optischen Anregung vernachlässigt werden und die optische Anregungsrate γ_l und damit der Verlustparameter I hängen nicht von der Geschwindigkeit der Atome ab.

Die Integration in der Resonanzfunktion zur thermischen Mittelung der Geschwindigkeiten ist nicht analytisch durchführbar und muss numerisch gelöst werden. Die Resonanzfunktion ist in Abbildung 4.4 dargestellt und ausschließlich von den Parametern S und I abhängig. Sind die beiden Parameter, die Resonanzbreite Δ und das differenzielle magnetische Moment μ_m , welche die Feshbach-Resonanz charakterisieren, bekannt, bleibt als einzig freier Parameter der Resonanzfunktion $R(B)$ die photoassoziative Verlustrate γ_l . Dieses Modell wird in Kapitel 7 an die untersuchten

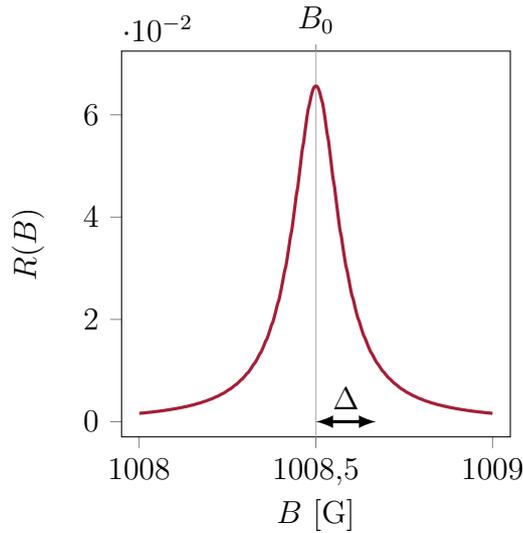


Abbildung 4.4: Resonanzfunktion $R(B)$ in Abhängigkeit vom Magnetfeld für den im Experiment realisierten Fall dargestellt. Der Verlustparameter beträgt $I = \frac{\hbar\gamma_l}{2\mu_m} = 6,4 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ G}$ und die skalierte Breite $S = \mu v_{\text{th}} a_{\text{bg}} \Delta / \hbar = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ G}$.

Feshbach-Resonanzen angepasst und dadurch die optische Verlustrate γ_l abgeschätzt.

4.2.2 Räumliche Mittelung

Da sowohl die Lichtintensität $I(\vec{r})$ als auch die Dichte des atomaren Ensembles $n(\vec{r})$ ortsabhängig sind, wird auch die Ionenzählrate Γ ortsabhängig.

Eine inhomogene Intensitätsverteilung führt dabei nach Abschnitt 3.2 zu einer vom Ort abhängigen optischen Anregungsrate γ_l . Die Intensität $I(\vec{r})$ variiert jedoch über die Ausdehnung des atomaren Ensembles nur um maximal 10% (vergleiche Abschnitt 5.2.3), weshalb in erster Näherung eine räumliche Abhängigkeit der optischen Verlustrate γ_l vernachlässigt werden kann.

Die Dichteverteilung eines atomaren Ensembles mit einer Temperatur T in einem Fallenpotenzial $U(\vec{r})$ ist gegeben durch

$$n(\vec{r}) = n_0 e^{-\frac{U(\vec{r})}{k_B T}}, \quad (4.2.10)$$

wobei n_0 die Spitzendichte und k_B die Boltzmann-Konstante beschreibt.

Für ein harmonisches Fallenpotenzial mit Fallenfrequenz ω und atomarer Masse m

$$U(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \quad (4.2.11)$$

erhält man nun

$$n(\vec{r}) = n_0 e^{-\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T}} = n_0 e^{-\frac{r^2}{r_0^2}}. \quad (4.2.12)$$

Hierbei beschreibt $r_0 = \sqrt{\frac{2k_B T}{m\omega^2}}$ den $1/e$ -Radius der Dichteverteilung und wird auch thermischer Radius genannt.

Die Spitzendichte ergibt sich durch die Normierung der Dichteverteilung auf die Atomzahl N

$$N = \int n(\vec{r}) d\vec{r} = 4\pi \int_0^\infty n(r) r^2 dr \quad (4.2.13)$$

zu

$$n_0 = \frac{N}{\pi^{3/2} r_0^3}. \quad (4.2.14)$$

Würde man die im Experiment beobachtete Ionenrate $\langle \Gamma \rangle_{\text{therm}}$ über die Spitzendichte n_0 abschätzen, würde man diese überschätzen.

Für eine einfache räumliche Mittelung betrachtet man die differenzielle Ionenzählrate, die proportional zum Quadrat der ortsabhängigen Dichte des atomaren Ensembles ist

$$d\langle \Gamma \rangle_{\text{therm}} \propto n^2(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (4.2.15)$$

Die räumlich und thermisch gemittelte Ionenzählrate ergibt sich damit zu

$$\begin{aligned} \langle \Gamma \rangle_{\text{therm}} &\propto \int_0^\infty n^2(\vec{r}) d\vec{r} = \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi \int_0^\infty n^2(r) r^2 dr d\varphi d\theta \\ &= \left(\frac{N}{\pi^{3/2} r_0^3} \right)^2 r_0^3 4\pi \int_0^\infty e^{-2\left(\frac{r}{r_0}\right)^2} \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 d\frac{r}{r_0} \\ &= \frac{N^2}{r_0^3} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (4.2.16)$$

Hierbei kann man den Faktor

$$\bar{n} = \frac{N}{(2\pi)^{3/2} r_0^3} \quad (4.2.17)$$

auch als mittlere Dichte interpretieren mit dem effektiven Volumen

$$V_{\text{eff}} = (2\pi)^{3/2} r_0^3 = \frac{4}{3} \pi r_{\text{eff}}^3 \quad (4.2.18)$$

und dem effektiven Mittelungsradius

$$r_{\text{eff}} = \frac{3^{1/3}}{2^{1/6}} \pi^{1/6} r_0 \approx 1.6 r_0. \quad (4.2.19)$$

Einsetzen dieser mittleren Dichte \bar{n} in Gleichung (4.2.8) führt zu einem Modell der thermisch und räumlich gemittelten Ionenzählrate.

5 Atomfalle mit Ionendetektor

Der dieser Arbeit zugrundeliegende experimentelle Aufbau ist die Weiterentwicklung eines 2003 begonnenen heteronuklearen Rubidium-Lithium-Gemisch Experiments. Der bestehende apparative Grundaufbau beinhaltet dabei magnetische Fallen, die ein Fangen, Speichern und Kühlen der Gase bis hin zur Quantenentartung ermöglichen. Dieses grundlegende System zur Erzeugung ultra-kalter Rubidium-Lithium-Gemische wird ausführlich in den Dissertationen von Silber [137] und Günther [138] beschrieben. Die notwendigen Magnetfelder, um Atome zu fangen, zu transferieren und zu manipulieren, werden durch Elektromagneten im Vakuum erzeugt. Im Detail sind dies ein Spulenpaar für die magneto-optische Falle (MOT¹), sowie ein weiteres räumlich versetztes Spulenpaar für den magnetischen Transfer der Atome hin zur Ioffe-Falle. Diese wird durch ein drittes, das kleinste Spulenpaar sowie vier so genannte Ioffe-Drähte gebildet. Die Anordnung dieser Komponenten ist in Abbildung 5.1 schematisch dargestellt. Die Erweiterung dieses Experiments um eine optische Dipolfalle und die Möglichkeit der gleichzeitigen Erzeugung hoher Magnetfelder bis hin zu 1200 G, ermöglichte die Untersuchung von resonanten Zwei-Körper-Stoßprozessen im Rahmen einer sogenannten Feshbach-Spektroskopie mittels klassischer Verlustmessungen der Atomzahlen, bestimmt durch optische Flugzeitbilder [139, 140]. Des Weiteren gelang es durch technische Verbesserungen und die Erhöhung der Stabilität des experimentellen Aufbaus, sogar resonante 3-Körper-Effekte, sogenannte Efimov-Resonanzen, im Lithium-Rubidium Gemisch zu beobachten [141].

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der so gewachsene apparative Aufbau um einen Kanal-Elektronenvervielfacher (CEM²) zur hochaufgelösten Detektion von Ionisationsfragmenten erweitert. Dieser neue Detektor soll für eine nicht destruktive, zeitaufgelöste, *in situ* Nachweismethode des präparierten atomaren Quantengases sorgen. Diese Detektionsmöglichkeit der Molekülionen ist neben der photoassoziativen Ionisation (vergleiche Kapitel 3 und 4) der zweite zentrale Aspekt der in dieser Arbeit neu vorgestellten Messmethode. Diese ist eine vielfach schnellere und effizientere Messmethode für Feshbach-Resonanzen in ⁸⁷Rb, gegenüber der klassischen destruktiven Messmethode via Flugzeitbildern. Die zugehörigen Messungen werden in Kapitel 7 diskutiert.

¹engl. *magneto optical trap*

²engl. *channel electron multiplier*

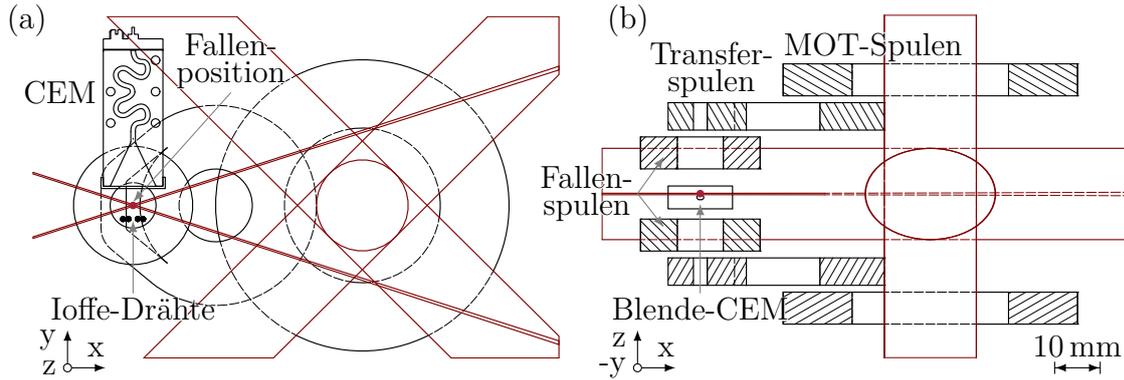


Abbildung 5.1: (a) Maßstabsgetreue, schematische Schnittansicht des experimentellen Aufbaus in der Vakuummkammer in der xy -Ebene und (b) in der zx -Ebene. Dargestellt sind die MOT- und Transfer-Spulen, sowie die Elemente der Ioffe-Falle, bestehend aus dem Fallenspulenpaar und den vier Ioffe-Drähten. Diesen gegenüber befindet sich der neu eingebaute Kanal-Elektronenvervielfacher (CEM) mit Kupferblende. Die MOT-Strahlen sind in rot dargestellt. Die Strahlen der Dipolfalle (nicht maßstabsgetreu, in rot dargestellt) kreuzen sich an der Fallenposition, welche mit einem roten Punkt markiert ist.

An dieser Stelle soll vorab ein Kurzausschnitt über den experimentellen zyklischen Ablauf von der Präparation eines ultrakalten Rubidium-Ensembles bis hin zur Untersuchung des Ensembles mittels Photoionisation gegeben werden. In Abbildung 5.1 sind maßstabsgetreue, schematische Schnittansichten des experimentellen Aufbaus zur Orientierung dargestellt.

Zuerst werden die Rubidiumatome in einer magneto-optischen Falle [136, 142] gekühlt und gefangen. Diese wird durch die aus allen drei Raumrichtungen paarweise entgegengesetzt stammenden MOT-Strahlen und das Magnetfeld des größten Spulenpaares gebildet. Dieses Spulenpaar durchfließt in Antihelmholtz-Konfiguration ein Strom von 1 A und erzeugt damit einen magnetischen Quadrupol mit einem Gradienten von 6 G/cm. Das MOT-Licht wird mittels eines Titan:Saphir-Lasers erzeugt. Für die sechs $2''$ großen³ MOT-Strahlen stehen insgesamt 350 mW zu Verfügung. Die Frequenz des Lasers ist hierbei um $\Delta = \omega - \omega_0 = -30$ MHz rot zum Kühlübergang⁴ $5^2S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5^2P_{3/2}, F' = 3$ verstimmt. Der Kühlübergang stellt hier einen geschlossenen Übergang dar, durch nichtresonante Anregung kann jedoch auch der $5^2P_{3/2}, F' = 2$ Zustand besetzt werden. Dieser kann auch in den Feinstrukturzustand $5^2S_{1/2}, F = 1$ zerfallen. Zum Rückpumpen der Atome aus diesem Feinstrukturzustand wird den MOT-Strahlen Licht eines

³ $1/e^2$ -Strahldurchmesser

⁴Hier und im Folgenden wird die Standard Notation für die Zustände einzelner Atome verwendet $n^{2S+1}L_J$, die Drehimpulse und deren Quantenzahlen werden nun mit Großbuchstaben bezeichnet.

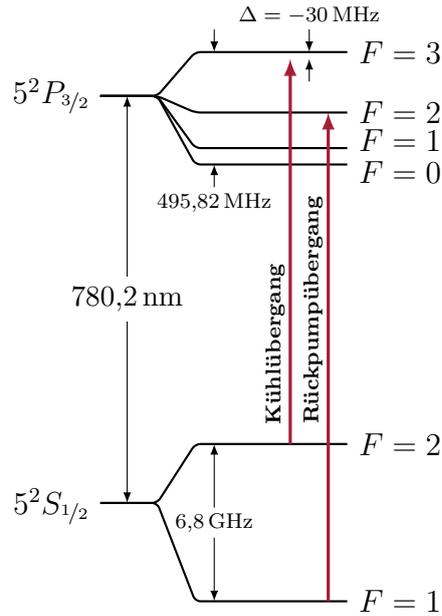


Abbildung 5.2: Termschema der D_2 -Linie mit Hyperfeinstrukturaufspaltung von ^{87}Rb . Eingezeichnet sind der Kühl- und Rückpumpübergang der MOT.

Diodenlasers⁵ resonant zum Übergang von $5^2S_{1/2}$, $F = 1 \rightarrow 5^2P_{3/2}$, $F' = 2$ und einer Gesamtleistung von 30 mW überlagert. Die Strahlen des Rückpumpasers besitzen einen $1/e^2$ -Strahldurchmesser von $1''$. Diese Übergänge sind in Abbildung 5.2 im Termschema verzeichnet. Die Rubidiumatome werden durch kurzes Bestromen zweier Rubidium Dispenser⁶ für wenige Sekunden bei 9 A evaporiert und in der MOT gekühlt und gefangen. In einem weiteren Schritt werden die Atome durch optisches Umpumpen in dem vollgestreckten Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ präpariert.

Anschließend wird das atomare Ensemble in einer magnetischen Quadrupolfalle des MOT-Spulenpaares gespeichert. Das mittlere Spulenpaar dient dem magnetischen Transfer der Atome in die Ioffe-Falle. Nach dem Transfer stehen typischerweise $N = 200 \cdot 10^6$ Atome bei einer Temperatur von $T = 200 \mu\text{K}$ zur Verfügung.

Die Ioffe-Falle wird durch das Magnetfeld der vier Ioffe-Drähte und das Magnetfeld des kleinsten Spulenpaares, den sogenannten Fallenspulen, gebildet. Diese zeichnet sich durch eine parabolische Form des Fallenpotenzials und einem magnetischen Offsetfeld im Fallenzentrum aus [143, 144]. Der maximale Strom in den Ioffe-Drähten beträgt 20 A und ein typischer Strom der Fallenspulen beträgt hierbei 5 A. Hier können, je nach Konfiguration der Ströme, Fallen mit Fallenfrequenzen von bis zu einigen hundert Hz bei einem magnetischen Offsetfeld von 4 G erzeugt werden. In der Ioffe-Falle werden die Atome mittels Mikrowellenkühlen [136, 142] evaporativ bis auf unter ein Mikrokkelvin

⁵Siehe für Details zu diesen Lasern Anhang B.1.

⁶SAES Getters, RB/NF/9.4/25 FT10+10

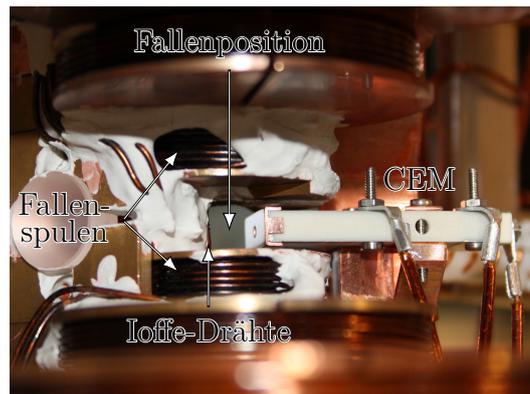


Abbildung 5.3: Fotografie des apparativen Aufbaus im Vakuum (ungefähre Blickrichtung ist entgegengesetzt der x -Richtung). Zentral ist das kleinste Spulenpaar zu erkennen, dessen Magnetfeld mit dem Magnetfeld der Ioffe-Drähte die sogenannte Ioffe-Falle bildet. Die Spulen sind auf Kupferhalter aufgewickelt und die Kapton-isolierten Drähte sind mit weißem Keramikkleber fixiert. Den Ioffe-Drähten gegenüber, rechts in der Fotografie, ist der Kanal-Elektronenvervielfacher (CEM) mit Kupferblende zu erkennen.

abgekühlt.

Im Anschluss wird das Ensemble in eine gekreuzte optische Dipolfalle umgeladen. Hierfür wird ein Ytterbium-Faserlaser mit einer Ausgangsleistung von 20 W bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1070$ nm verwendet. Während das Ensemble in der Dipolfalle gefangen ist, können magnetische Felder bis zu 1200 G angelegt werden. Es folgt optional die Präparation des im $|F = 2, m_F = 2\rangle$ befindlichen Ensembles mittels Landau-Zener-Transfer bei einem Magnetfeld von 4 G in den absoluten Grundzustand $|F = 1, m_F = 1\rangle$.

Nun kann das eigentliche Experiment zur Zwei-Farben-Photoionisation oder photoassoziativer Ionisation in einem homogenen Magnetfeld einstellbarer Stärke stattfinden. Zur Detektion dieser Ionisationsfragmente dient der neu eingebaute Kanal-Elektronenvervielfacher. Dieser ist in Abbildung 5.3 im eingebauten Zustand fotografiert.

Für die Erweiterung des Experiments musste die bestehende Apparatur in einem ersten Schritt in Hinsicht auf die vorliegenden Magnetfelder (Abschnitt 5.1) und die Beeinflussung des Dipolfallenpotenzials der gekreuzten Dipolfalle (Abschnitt 5.2) durch die hohen Magnetfelder (Abschnitt 5.3) charakterisiert werden. Die Kenntnis darüber und die in Abschnitt 5.4 vorgestellten Randbedingungen, die der Funktionsweise eines Kanal-Elektronenvervielfachers geschuldet sind, ermöglichte es, die Flugbahnen der Ionisationsfragmente zu modellieren (Abschnitt 5.5). Diese Analyse zeigt, dass ein Einzelatomnachweis mittels Photoionisation und CEM auch bei hohen Magnetfeldern möglich ist. In Abschnitt 5.6 wird der experimentelle Zyklus im Detail vorgestellt.

5.1 Modellierung der Magnetfelder

Die Kenntnis der exakten räumlichen Verteilung des Magnetfeldes ist im vorliegenden Experiment essenziell. Sie bilden die Grundlage für die Berechnungen der Ionentrajektorien für den Nachweis der Ionisationsfragmente in Abschnitt 5.5. Des Weiteren soll für die Untersuchung von magnetischen Feshbach-Resonanzen ein möglichst konstantes homogenes Magnetfeld über die Ausdehnung des atomaren Ensembles hinweg vorliegen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Programm in der Programmiersprache Python entwickelt, um die Magnetfeldverteilung, welche durch die verschiedenen Spulen und Drahtelemente in der Vakuumkammer erzeugt werden, exakt zu berechnen. Die numerische Berechnung der Magnetfelder einzelner Elektromagneten, wie zum Beispiel stromdurchflossene Drahtelemente oder Spulen, beruht dabei dem in [137] vorgestellten Verfahren. Für Drahtelemente endlicher Länge wird dabei eine analytische Lösung nach dem Gesetz von Biot-Savart verwendet. Beliebige Drahtgeometrien lassen sich dann aus verschiedenen Drahtsegmenten zusammengesetzt realisieren. Dreidimensionale Spulen werden durch ineinandergeschachtelte, infinitesimal dünne Spulen diskretisiert. Das Feld einer dünnen zylinderförmigen Spule kann nach Conway [145] mithilfe von Bessel-Laplace Integralen berechnet werden. Alle Berechnungen werden aufgrund der Zylindersymmetrie der magnetfelderzeugenden Komponenten im Zylinderkoordinatensystem des erzeugenden Elementes vorgenommen. Durch Rücktransformation erhält man die Magnetfeldvektoren im ursprünglichen kartesischen Koordinatensystem. Die Feldbeiträge aller einzelner Komponenten können nun hier aufsummiert werden. Diese Methode ermöglicht es, auf eine möglichst genaue und effiziente Art und Weise, Magnetfeldverteilungen von komplexen felderzeugenden Anordnungen zu berechnen.

5.1.1 Spulengeometrie und Charakterisierung des Magnetfeldes

Das Spulenpaar zur Erzeugung der homogenen Magnetfelder für die Feshbach-Spektroskopie ist dasselbe, das die Ioffe-Falle bildet. Diese Spulen besitzen je 70 Windungen und haben einen Innendurchmesser von 10 mm und einen Außendurchmesser von 26 mm, ihre Höhe beträgt 7 mm. Sie besitzen einen Abstand von 18 mm von Spulenmitte zu Spulenmitte. Der Ursprung des Koordinatensystems für die Berechnung der Magnetfelder und alle weiteren Betrachtungen in dieser Arbeit wurde mittig zwischen den Spulen auf die Spulenachse gelegt. Die z -Achse verläuft somit entlang der Spulenachse. Die y -Richtung zeigt von den Ioffe-Drähten in Richtung Kanal-Elektronenvervielfacher. Die zugehörige Geometrie ist in Abbildung 5.4(b,d) dargestellt. Zur Erzeugung von homogenen Magnetfeldern werden diese in Helmholtz-Konfiguration bestromt. Aufgrund der Symmetrie der Spulen gleichen sich die Feldverteilungen in x - und y -Richtung,

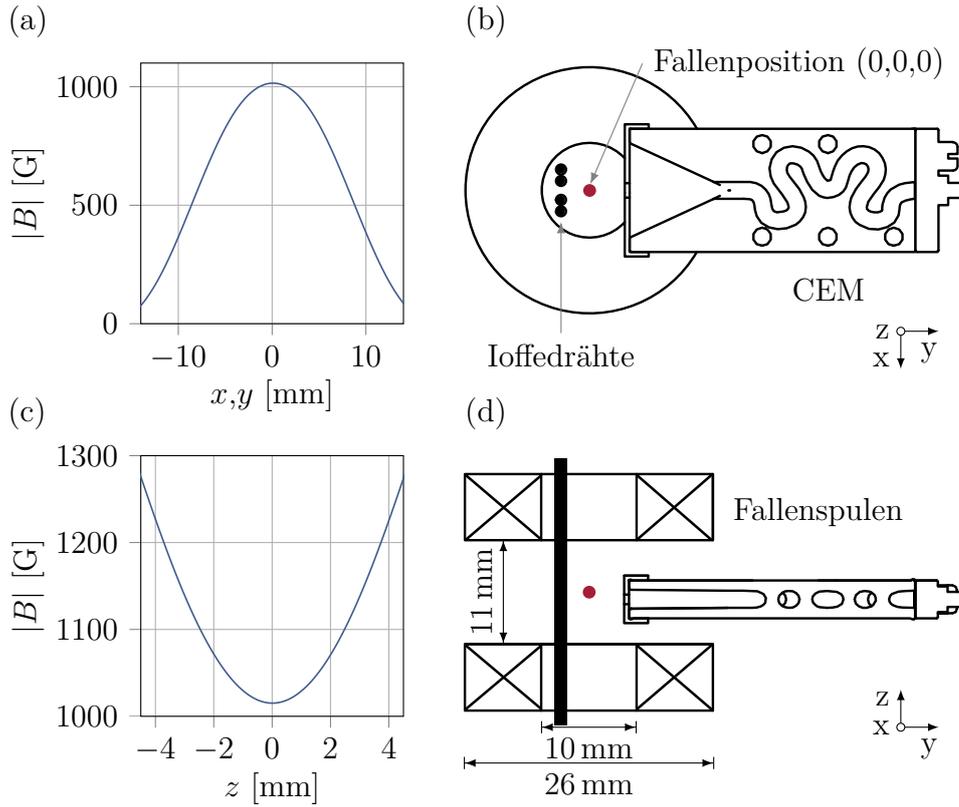


Abbildung 5.4: Darstellung des Magnetfeldbetrags (a) in radialer Richtung für $z = 0$ und (c) in axialer Richtung der Spulen für $r = x, y = 0$. Die Berechnungen wurden für einen Spulenstrom von 29,3 A durchgeführt. Dies resultiert in einem Magnetfeld am Ursprung von $B = 1008,4$ G. (b) und (d) sind Schnittansichten zur Verdeutlichung der geometrischen Abmessungen der Spulen in der xy -Ebene und der zy -Ebene.

deshalb wird hier eine Betrachtung in nur noch zwei Dimensionen vorgenommen und die x - beziehungsweise y -Richtung als Radialkomponente bezeichnet. In Abbildung 5.4 ist der Betrag des resultierenden Magnetfeldes in radialer (x, y) (a) und axialer (z) Richtung (c) durch den Ursprung dargestellt.

Eine Taylorentwicklung 2. Ordnung des Betrages des Magnetfeldes liefert den Gradienten und die Krümmung des Magnetfeldes im Punkt \vec{r}_0 , diese ist gegeben durch

$$B_{\text{Taylor}}(\vec{r}) = B(\vec{r}_0) + \nabla B(\vec{r}_0) \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) + 1/2 \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)^T \mathbf{H}_B(\vec{r}_0) (\vec{r} - \vec{r}_0). \quad (5.1.1)$$

Die Hessematrix $\mathbf{H}_B(\vec{r}_0)$ ist dabei gegeben durch

$$\mathbf{H}_B(\vec{r}_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 B(\vec{r}_0)}{\partial r \partial r} & \frac{\partial^2 B(\vec{r}_0)}{\partial r \partial z} \\ \frac{\partial^2 B(\vec{r}_0)}{\partial z \partial r} & \frac{\partial^2 B(\vec{r}_0)}{\partial z \partial z} \end{pmatrix}. \quad (5.1.2)$$

Entwickelt man den Betrag des Magnetfeldes, normiert auf 1 A Spulenstrom, am Ort der Atome, im Ursprung des Koordinatensystems $\vec{r}_0 = \vec{0}$, erhält man nun aus den

numerischen Simulationen

$$\nabla B(\vec{0}) = 0 \quad \text{und} \quad \mathbf{H}_B(\vec{0}) = \begin{pmatrix} -48,2 \text{ G/Acm}^2 & 0 \\ 0 & 2 \cdot 48,2 \text{ G/Acm}^2 \end{pmatrix}. \quad (5.1.3)$$

Hier verschwindet der Gradient des Magnetfeldes und man erhält einen parabolischen Feldverlauf

$$\frac{B(r,z)}{I = 1 \text{ A}} \approx 34,41 \text{ G/A} + \left(-24,1 \text{ G/Acm}^2 \cdot r^2 + 2 \cdot 24,1 \text{ G/Acm}^2 \cdot z^2 \right). \quad (5.1.4)$$

Um am Ort der Atome ein Magnetfeld von $1008,4 \text{ G}^7$ zu erzeugen, müssen somit an die Spulen ein Strom von $29,3 \text{ A}$ angelegt werden. Die Krümmung in radialer Richtung beträgt $-24,1 \text{ G/Acm}^2$. In Richtung der Spulenachse ist die Krümmung positiv und beträgt das Doppelte der radialen Richtung.⁸

Über die Ausdehnung der Atomwolke mit einem Radius⁹ von typischerweise $30 \mu\text{m}$ ergibt sich eine Magnetfeldänderung in radialer Richtung von $\Delta B_r = -0,22 \text{ mG/A}$ und auf Spulenachse eine Änderung von $\Delta B_z = +0,44 \text{ mG/A}$. Dies begrenzt das Auflösungsvermögen der Messapparatur auf 26 mG bei einem Magnetfeld im Fallenzentrum von $1008,4 \text{ G}$.

5.1.2 Atomare Wechselwirkung mit Magnetfeldern

Die nachfolgende Beschreibung folgt [146]. Die Wechselwirkung eines Atoms mit einem statischen externen Magnetfeld \vec{B} ist durch den Hamilton-Operator $H_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ gegeben. Das magnetische Dipolmoment $\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_I$ ist hier die Summe der magnetischen Momente des Bahndrehimpulses $\vec{\mu}_L$, des Elektronenspins $\vec{\mu}_S$ und des Kernmomentes $\vec{\mu}_I$. Ist der Einfluss des Magnetfeldes klein im Vergleich zur Feinstrukturaufspaltung¹⁰, ist der Gesamtdrehimpuls der Hülle $J = L + S$ eine gute Quantenzahl und der Wechselwirkungshamilton nimmt die Form

$$H_B = -(\vec{\mu}_J + \vec{\mu}_I) \cdot \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_J \vec{J} + g_I \vec{I}) \cdot \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_J J_z + g_I I_z) B_z \quad (5.1.5)$$

⁷Resonanzposition der in Abschnitt 7.3 untersuchten *s*-Wellen-Feshbach-Resonanz mit größter theoretischer Breite Δ im Eingangskanal $|F = 1, m_F = 1\rangle \times |1, 1\rangle$.

⁸Aus den Maxwell-Gleichungen lässt sich mit der Quellenfreiheit des Magnetfeldes $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ und für den magnetostatischen Fall bei verschwindender Stromdichte im freien Raum $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$ zeigen, dass das Verhältnis der Krümmungen an Orten verschwindender Gradienten immer 2 betragen muss. Die Krümmungen des Magnetfeldes hängen damit nur von der Geometrie der Spulenordnung und dem Spulenstrom ab.

⁹ $1/e$ -Radius der Dichteverteilung r_0 (vergleiche Abschnitt 4.2.2)

¹⁰Die Feinstrukturaufspaltung (Spin-Bahn-Wechselwirkung) beschreibt die Ausrichtung des Elektronenspins S im Magnetfeld, welches durch den Drehimpuls L des Elektrons erzeugt wird. Bahndrehimpuls und Spin koppeln nun zu einem Gesamtdrehimpuls $J = L + S$.

an. Das magnetische Moment ist nun gegeben durch die Summe der magnetischen Momente des Drehimpulses der Hülle $\vec{\mu}_J = -\frac{\mu_B}{\hbar} g_J \vec{J}$ und des Kernspins $\vec{\mu}_I = -\frac{\mu_B}{\hbar} g_I \vec{I}$. Hier bezeichnen g_J und g_I die zugehörigen Landé-Faktoren, \hbar das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum und μ_B das Bohrsche Magneton.

Für kleine Magnetfelder liegt der Zeeman-Bereich vor. Hier stört der Wechselwirkungshamilton den Hyperfeinstrukturhamilton¹¹ nur schwach und der Gesamtdrehimpuls des Atoms $F = J + I$ ist eine gute Quantenzahl. Die lineare Energieverschiebung im externen Magnetfeld ist hier gegeben durch

$$E = \mu_B g_F m_F B. \quad (5.1.7)$$

Der Landé g_F - Faktor ist gegeben durch

$$g_F := g_J \frac{F(F+1) - I(I+1) + J(J+1)}{2F(F+1)} + g_I \frac{F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)}{2F(F+1)}. \quad (5.1.8)$$

Der g-Faktor des Kerns in Einheiten des Bohr'schen Magnetons beträgt

$$g_I \frac{\mu_I}{\mu_B} = -9,95 \cdot 10^{-4} \quad (5.1.9)$$

und der g-Faktor des Gesamtdrehimpulses ist für den Grundzustand $5^2S_{1/2}$ gegeben durch [147]

$$g_J = 2,002331. \quad (5.1.10)$$

Der Einfluss des Kerns ist hier sehr klein und wird oft vernachlässigt.

Für starke Magnetfelder wird der Hyperfein-Paschen-Back-Bereich erreicht und der Wechselwirkungshamilton dominiert den Hyperfeinstrukturhamilton. Hier sind die Eigenzustände gegeben durch $|J, m_J, I, m_I\rangle$. Die Eigenenergien erhält man in Störungstheorie erster Ordnung durch die Berechnung des Erwartungswertes $E = \langle H_{\text{HFS}} + H_B \rangle$ in der Basis $|J, m_J, I, m_I\rangle$. Die Energieverschiebung ist hier ebenfalls linear zum Magnetfeld

$$E = A_{\text{HFS}} m_I m_J + B_{\text{HFS}} \frac{9(m_I m_J)^2 - 3J(J+1)m_I^2 - 3I(I+1)m_J^2 + I(I+1)J(J+1)}{4J(2J-1)I(2I-1)} + \mu_B (g_J m_J + g_I m_I) B. \quad (5.1.11)$$

¹¹Die Hyperfeinstrukturaufspaltung entsteht durch die Ausrichtung des Kernspins I im vom Gesamtdrehimpuls J erzeugten Magnetfeld. Dabei koppeln die Drehimpulse zum Gesamtdrehimpuls $F = J + I$. Der Hyperfeinstrukturhamilton ist gegeben durch

$$H_{\text{HFS}} = A_{\text{HFS}} \frac{\vec{I} \cdot \vec{J}}{\hbar^2} + B_{\text{HFS}} \frac{\frac{3}{\hbar^2} (\vec{I} \cdot \vec{J})^2 + \frac{3}{\hbar} (\vec{I} \cdot \vec{J}) - I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)J(2J-1)}, \quad (5.1.6)$$

mit der magnetischen Dipolkonstanten A_{HFS} und der elektrischen Quadrupolkonstanten B_{HFS} .

Die magnetische Dipolkonstante für den Grundzustand $5^2S_{1/2}$ ist gegeben durch

$$A_{\text{HFS}} = h \cdot 3,417\,341 \text{ GHz} \quad (5.1.12)$$

[148] und die elektrische Quadrupolkopplung verschwindet.

Für mittlere Magnetfelder, für die weder der Wechselwirkungshamilton den Hyperfeinstrukturhamilton nur schwach stört noch dominiert, muss hier im Allgemeinen der Hamiltonian $H_{\text{HFS}} + H_B$ numerisch diagonalisiert werden. Siehe hierfür Abschnitt 6.1.3. Eine Ausnahme hierzu bildet der Fall für Zustände mit $J = 1/2$, wie den Grundzustand von ^{87}Rb , für den $L = 0$, $S = 1/2$, $J = 1/2$ und $I = 3/2$ gilt.

Hier ist der Hyperfeinstruktur Hamilton nur gegeben durch den magnetischen Dipolterm $H_{\text{HFS}} = A_{\text{HFS}} \frac{\vec{I} \cdot \vec{J}}{\hbar^2}$. Die Energiematrix $H_{\text{HFS}} + H_B$ in der $|J, m_J, I, m_I\rangle$ Basis besteht nun nur aus 2x2 Blockmatrizen auf der Diagonalen und kann somit analytisch diagonalisiert werden. Für die Energieeigenwerte erhält man die sogenannte Breit-Rabi-Formel [149]

$$E_{\text{Breit-Rabi}} = -\frac{\Delta E_{\text{HFS}}}{2(2I+1)} + g_I \mu_B m B \pm \frac{\Delta E_{\text{HFS}}}{2} \left(1 + \frac{4mx}{2I+1} + x^2\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (5.1.13)$$

mit der Hyperfeinstrukturaufspaltung $\Delta E_{\text{HFS}} = A_{\text{HFS}}(I + \frac{1}{2})$, $m = m_I \pm m_J$ und der skalierten Magnetfeldstärke $x = (\mu_B(g_J - g_I)B)/\Delta E_{\text{HFS}}$.

Diese drei Lösungen der verschiedenen Hamiltonian für den Zeeman-, Übergangs- und Paschen-Back-Bereich sind in Abbildung 5.5 für den Grundzustand $5^2S_{1/2}$ aufgetragen.

In räumlich inhomogenen Magnetfeldern $\vec{B}(x, y, z)$ zeigt auch die Energie der Zustände eine räumliche Abhängigkeit. Die Atome erfahren somit im inhomogenen Magnetfeld eine Kraft, das damit verbundene Potenzial wird mit $U_{\text{mag}}(x, y, z)$ bezeichnet. Damit ist eine Bewegung der Atome im inhomogenen Magnetfeld verbunden. Solange der Drehimpuls des Atoms adiabatisch¹² der Richtungsänderung des Magnetfeldes folgen kann, erhält man für das magnetische Potenzial

$$U_{\text{mag}}(x, y, z) = E_{\text{Breit-Rabi}} \left(\left| \vec{B}(x, y, z) \right| \right). \quad (5.1.14)$$

Somit kann das magnetische Potenzial unter Verwendung der Breit-Rabi-Formel analytisch berechnet werden. Das magnetische Potenzial ist abhängig vom magnetischen Moment der atomaren Zustände.

Magnetische Fallenpotenziale beruhen darauf, Feldgradienten und Krümmungen zu nutzen, um Atome im Minimum des Magnetfeldbetrages zu speichern.¹³ Damit sind nur Spinzustände in Magnetfallen fangbar, die im relevanten Magnetfeldbereich der Falle

¹²Adiabazititätskriterium: Die Lamorfrequenz $\omega_L = \frac{U_{\text{mag}}}{\hbar}$, mit der das magnetische Moment um die Richtung des Magnetfeldes präzidiert, muss deutlich größer als die zeitliche Änderung des Magnetfeldes $\omega_L \gg \left| \vec{B} \right|^{-1} \frac{d|\vec{B}|}{dt}$ sein [136].

¹³Nach Wing kann der Betrag eines statischen magnetischen Feldes in einer quellenfreien Region ein lokales Minimum, aber kein lokales Maximum haben [150].

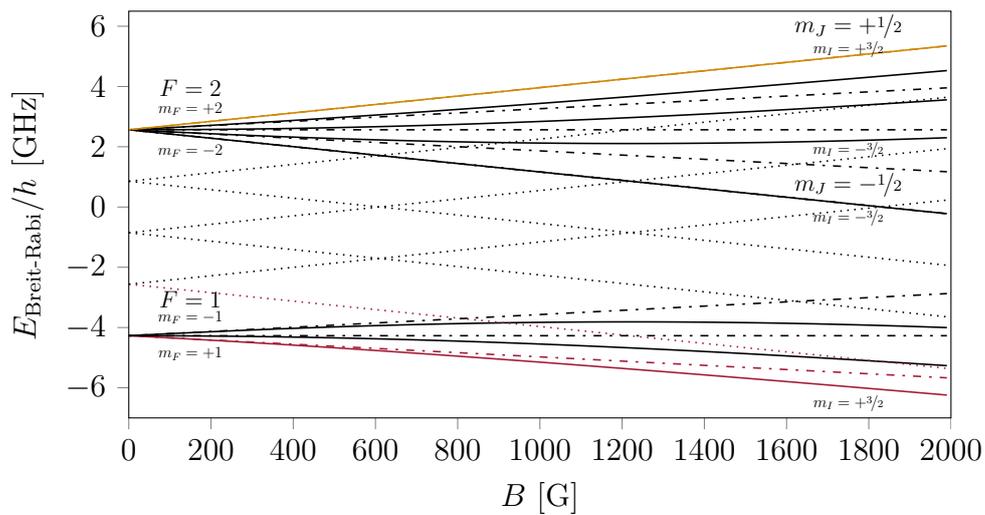


Abbildung 5.5: Energieverschiebung des Grundzustands $5^2S_{1/2}$ berechnet mittels der Breit-Rabi Formel über 2000 G hinweg. Der vollgestreckte Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$, in dem die Atome in der Magnetfalle präpariert sind, ist gelb hervorgehoben. Vollgestreckte Zustände, wie $|F = 2, m_F = 2\rangle$ und $|F = 2, m_F = -2\rangle$ besitzen im Zeeman-, Übergangs- und Hyperfein-Paschen-Back-Bereich dieselbe Steigung. Der absolute Grundzustand $|F = 1, m_F = 1\rangle$, der die untersuchten Feshbach-Resonanzen aufweist, ist rot markiert. Die linearen Energieverschiebungen, die man im Zeeman- (Strich-Punkte) und Paschen-Back-Bereich (Punkte) erhält, sind ebenfalls aufgetragen.

eine positive Steigung $\frac{dE}{dB} > 0$ aufweisen. Diese werden auch „*low-field-seeker*“-Zustände genannt, da Atome in diesen Zuständen eine Kraft in Richtung abnehmender Felder erfahren.

Im vorliegenden Experiment werden die Atome am Ende der MOT-Phase im Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ präpariert, um sie in den magnetischen Fallen zu speichern und zu transferieren.

Der Spinzustand, der den Eingangskanal für die hier untersuchten Feshbach-Resonanzen bildet, ist $|F = 1, m_F = 1\rangle$. Dieser Zustand besitzt eine negative Steigung $\frac{dE}{dB} < 0$ und gehört damit zu den sogenannten „*high-field-seeker*“-Zuständen und ist nicht in magnetischen Fallen fangbar. Außerdem erfordern Magnetfallen räumlich inhomogene Magnetfelder. Dies steht im Widerspruch zu möglichst homogenen Magnetfeldern, die zur Untersuchung von Feshbach-Resonanzen erforderlich sind. Die Gradienten und die Krümmung des Feldes, die das magnetische Fallenpotenzial erzeugen, würden aufgrund der Ausdehnung der Wolke das Auflösungsvermögen stark einschränken.

5.2 Dipolfalle

Optische Dipolfallen basieren auf der elektrischen Dipolwechselwirkung von Atomen mit fernverstimmttem Licht. Bei geeigneter Wahl der Intensität $I(\vec{r})$ und Frequenz des Dipolfallenlasers eignen sich diese Dipolpotenziale, jede Art von Spinzuständen des $5^2S_{1/2}$ -Grundzustands zu speichern. Dadurch sind sie in der Lage, alle Hyperfeinzustände F mit beliebiger Projektionsquantenzahl m_F zu speichern. So ist auch der in Magnetfallen nicht fangbare absolute Grundzustand $|F = 1, m_F = 1\rangle$ in Dipolfallen fangbar, der hier den Eingangskanal für die untersuchten Feshbach-Resonanzen darstellt.

Da die Speicherung des atomaren Ensembles nun unabhängig vom Magnetfeld erfolgt, können beliebige konstante magnetische Offsetfelder angelegt werden.

5.2.1 Dipolpotenzial und Streurrate

Die nachfolgende Beschreibung des optischen Dipolpotenzials und der Streurrate folgt der Abhandlung in [146] und [151].

Dipolpotenzial

Durch ein externes elektrisches Feld $\vec{E}(r,t) = \vec{E}(r)\cos(\omega t) = 1/2(E(r)e^{-i\omega t} + \vec{E}(r)e^{i\omega t})$ wird im Atom ein Dipolmoment \vec{d} induziert, welches mit der treibenden Frequenz ω schwingt. Das resultierende Wechselwirkungspotenzial ergibt sich zu¹⁴

$$U_{\text{dip}} = -\frac{1}{2}\vec{d} \cdot \vec{E}. \quad (5.2.1)$$

Das Dipolmoment ist proportional zum treibenden Feld $\vec{d} = \alpha(\omega)\vec{E}$, mit der komplexen Polarisierbarkeit α . Bei der zeitlichen Mittelung zum Übergang zur Intensität $I(\vec{r})$ können die schnell oszillierenden Terme $\propto \exp(\pm i2\omega t)$ vernachlässigt werden, man erhält

$$U_{\text{dip}} = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha(\omega))I(\vec{r}). \quad (5.2.2)$$

Für die Polarisierbarkeit erhält man aus dem Lorentz-Oszillatormodell

$$\alpha(\omega) = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i(\omega^3/\omega_0^2)\Gamma}, \quad (5.2.3)$$

mit der resonanten Dämpfung Γ und der atomaren Resonanzfrequenz ω_0 . Die Lichtgeschwindigkeit wird mit c und die Dielektrizitätskonstante des Vakuums mit ϵ_0 bezeichnet.

¹⁴Der Faktor $1/2$ kommt zustande, da das Dipolmoment induziert und nicht permanent ist. Dadurch muss vom Energiegewinn durch die Orientierung des Dipols im elektrischen Feld noch die Energie abgezogen werden, die die Induktion des Dipols erfordert.

Somit folgt für das Dipolpotenzial

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = -\frac{3\pi c^2 \cdot \Gamma/\omega_0^2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega^3/\omega_0^2\Gamma)^2} \cdot I(\vec{r}). \quad (5.2.4)$$

Unter der Annahme, dass die Verstimmung $\Delta := \omega - \omega_0$ groß im Vergleich zur natürlichen Linienbreite Γ ist, erhält man

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = -\frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \cdot I(\vec{r}) \cdot \left(\frac{1}{\omega_0 - \omega} + \frac{1}{\omega_0 + \omega} \right). \quad (5.2.5)$$

Für den Fall kleiner Verstimmungen $|\Delta| \ll \omega_0$ ist die Drehwellennäherung gültig, bei der schnell rotierenden Terme $\omega_0 + \omega$ vernachlässigt werden, man erhält

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \cdot \frac{I(\vec{r})}{\Delta}. \quad (5.2.6)$$

Das Dipolpotenzial ist also von der Verstimmung $\Delta = \omega - \omega_0$ und von der Intensität $I(\vec{r})$ abhängig. Für negative Verstimmung, also rotverstimmtes Lichtfeld $\omega < \omega_0$, erhält man $U_{\text{dip}}(\vec{r}) < 0$ und für blauverstimmtes Lichtfeld $\omega > \omega_0$ $U_{\text{dip}}(\vec{r}) > 0$. Räumlich inhomogene Intensitätsprofile, wie bei Gauß-Strahlen üblich, können somit Fallenpotenziale für Atome erzeugen. In rotverstimmten Lichtfeldern bildet das Intensitätsmaximum das Fallenminimum für die Atome, wobei in blauverstimmten Lichtfeldern Atome aus dem Intensitätsmaximum repulsiert werden.

Bei der Erweiterung des Zweiniveausystems auf ein Mehrniveausystem, wie bei Alkalimetallen üblich, berücksichtigt man die Feinstruktur (D₁- und D₂-Linie) gemäß ihrer Übergangsstärken von 1/3 und 2/3. Man erhält bei Vernachlässigung vorheriger Drehwellennäherung:

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2} \cdot I(\vec{r}) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{\Gamma_{D_1}}{\omega_{0,D_1}^3} \left(\frac{1}{\omega_{0,D_1} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0,D_1} + \omega} \right) + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Gamma_{D_2}}{\omega_{0,D_2}^3} \left(\frac{1}{\omega_{0,D_2} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0,D_2} + \omega} \right) \right). \quad (5.2.7)$$

Streurate

Neben dem soeben beschriebenen Potenzial führt das Lichtfeld der Dipolfalle über die nichtresonante Streuung von Photonen an den Atomen zu einem Aufheizen des atomaren Ensembles. Die zugehörige Heizrate ist direkt proportional zur Streurate. Die Streurate ist wiederum gegeben durch

$$\Gamma_{\text{streu}} = \frac{1}{\epsilon_0 c \hbar} \text{Im}(\alpha(\omega)) I(r).$$

In Drehwellennäherung erhält man mit Gleichung (5.2.3)

$$\Gamma_{\text{streu}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma^2}{2\hbar \omega_0^3} \cdot \frac{I(\vec{r})}{\Delta^2}. \quad (5.2.8)$$

Man erhält analog zur Herleitung des Dipolpotenzials bei der Erweiterung auf ein Mehrniveausystem und unter Verzicht auf andere Näherungen für die Streurrate

$$\begin{aligned} \Gamma_{\text{streu}}(\vec{r}) = & \frac{3\pi c^2}{2\hbar} \cdot I(\vec{r}) \\ & \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{\Gamma_{D_1}^2}{\omega_{0,D_1}^3} \left(\frac{\omega}{\omega_{0,D_1}} \right)^3 \left(\frac{1}{\omega_{0,D_1} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0,D_1} + \omega} \right)^2 \right. \\ & \left. + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Gamma_{D_2}^2}{\omega_{0,D_2}^3} \left(\frac{\omega}{\omega_{0,D_2}} \right)^3 \left(\frac{1}{\omega_{0,D_2} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0,D_2} + \omega} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (5.2.9)$$

Da das Dipolpotenzial mit $I(\vec{r})/\Delta$ skaliert (Gleichung (5.2.6)), die Streurrate hingegen mit $I(\vec{r})/\Delta^2$ (Gleichung (5.2.8)), werden Dipolfallen bei großen Verstimmungen und hohen Intensitäten betrieben. Somit kann bei gleicher Fallentiefe die Streurrate reduziert werden.

5.2.2 Dipolpotenzial gekreuzter Gauß-Strahlen

Das Intensitätsprofil eines radialsymmetrischen Gauß-Strahls mit Leistung P , der entlang der x -Achse propagiert, ist nach [152] in Zylinderkoordinaten gegeben durch

$$I(r,x) = \frac{2P}{\pi w^2(x)} \cdot \exp\left(\frac{-2r^2}{w^2(x)}\right). \quad (5.2.10)$$

Ein Gauß-Strahl besitzt also eine radiale Einhüllende, die durch das Gauß-Profil $\exp\left(\frac{-2r^2}{w^2(x)}\right)$ gegeben ist und deren Breite beziehungsweise deren $1/e^2$ -Strahlradius $w(x)$ entlang der Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls variiert, mit $w(x) = w_0 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{x}{x_R}\right)^2}$. Dabei charakterisiert die Rayleigh-Länge $x_R = \pi \cdot \frac{w_0^2}{\lambda}$ den Abstand zum schmalsten Strahlradius, der Strahltaile $w_0 = w(x=0)$, bei dem der Strahlradius um den Wert $\sqrt{2}$ ansteigt.

Das Dipolpotenzial ergibt sich nach Gleichung (5.2.7) zu

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = -U_0 \cdot I(\vec{r}), \quad (5.2.11)$$

mit

$$\begin{aligned} U_0 = & \frac{3\pi c^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{\Gamma_{D_1}}{\omega_{0,D_1}^3} \left(\frac{1}{\omega_{0,D_1} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0,D_1} + \omega} \right) \right. \\ & \left. + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Gamma_{D_2}}{\omega_{0,D_2}^3} \left(\frac{1}{\omega_{0,D_2} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0,D_2} + \omega} \right) \right). \end{aligned} \quad (5.2.12)$$

Im Fallenzentrum kann man dann das Dipolpotenzial durch ein zylindersymmetrisches harmonisches Potenzial

$$U_{\text{dip}}(r,x) = -\tilde{U}_0 + \frac{1}{2}m(\omega_r^2 \cdot r^2 + \omega_x^2 \cdot x^2) \quad (5.2.13)$$

nähern, wobei m die Masse des Atoms bezeichnet. Für den Fall, dass die thermische Energie $k_B T$ des atomaren Ensembles viel kleiner als die Potenzieltiefe des Dipolpotenzials ist, ist die räumliche Ausdehnung der atomaren Wolke radial sehr klein im Vergleich zum Strahlradius und axial klein im Vergleich zur Rayleigh-Länge. Damit ist die Näherung des harmonischen Potenzials über die gesamte Ausdehnung des Ensembles gültig.

Eine Taylorentwicklung von Gleichung (5.2.11) um den Ursprung liefert für das Dipolpotenzial

$$U_{\text{dip}}(r,x) \approx -\tilde{U}_0 \left(1 - 2 \cdot \left(\frac{r}{w_0} \right)^2 - \left(\frac{x}{x_R} \right)^2 \right), \quad (5.2.14)$$

mit $\tilde{U}_0 = U_0 \cdot \frac{2P}{\pi\omega_0^2}$. Durch Koeffizientenvergleich findet man für die Oszillationsfrequenzen eines gefangenen Atoms in radialer Richtung $\omega_r = \left(\frac{4U_0}{mw_0^2} \right)^{1/2}$ und in der axialen Richtung $\omega_x = \left(\frac{2U_0}{mx_R^2} \right)^{1/2}$ [151]. Eine Einstrahl-Dipolfalle besitzt damit jedoch den Nachteil, dass der Einschluss in axialer Richtung geringer ist als in radialer ($w_0 \ll x_R^{15} \Rightarrow \omega_x \ll \omega_r$).

Um den Einschluss der Atome auch in axialer Richtung zu vergrößern, bietet es sich an, zwei Gauß-Strahlen zu kreuzen.

Das Intensitätsprofil zweier gekreuzter symmetrischer Gauß-Strahlen, die sich in der xy -Ebene unter dem Winkel $2 \cdot \alpha$ kreuzen und deren Winkelhalbierende die x -Achse bildet, ergibt sich zu

$$I(\alpha,x,y,z) = \frac{2P}{\pi w_0^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \left[\frac{\tilde{x}(+\alpha)}{x_R} \right]^2} \cdot \exp \left(\frac{-2 [\tilde{y}(+\alpha)]^2 + z^2}{w_0^2 \left(1 + \left[\frac{\tilde{x}(+\alpha)}{x_R} \right]^2 \right)} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \left[\frac{\tilde{x}(-\alpha)}{x_R} \right]^2} \cdot \exp \left(\frac{-2 [\tilde{y}(-\alpha)]^2 + z^2}{w_0^2 \left(1 + \left[\frac{\tilde{x}(-\alpha)}{x_R} \right]^2 \right)} \right) \right), \quad (5.2.15)$$

wobei $\tilde{x}(\alpha) = \cos \alpha x - \sin \alpha y$, $\tilde{y}(\alpha) = \sin \alpha x - \cos \alpha y$. Die Gesamtleistung P ist auf beide Teilstrahlen gleichverteilt.

Eine Taylorentwicklung des Dipolpotenzials im Fallenzentrum liefert hier

$$U_{\text{dip}}(\alpha,x,y,z) \approx -U_0 \cdot \frac{2P}{\pi\omega_0^2} \cdot \left(1 - \left(\frac{2}{\omega_0^2} \sin^2 \alpha + \frac{1}{x_R^2} \cos^2 \alpha \right) x^2 - \left(\frac{2}{\omega_0^2} \cos^2 \alpha + \frac{1}{x_R^2} \sin^2 \alpha \right) y^2 - \frac{2}{\omega_0^2} z^2 \right). \quad (5.2.16)$$

¹⁵Da ein Gaußstrahl aufgrund des Beugungslimits nicht kleiner als seine Wellenlänge fokussiert werden kann, folgt $\frac{w_0}{\lambda} > 1$. Mit der Definition der Rayleigh-Länge folgt $\frac{x_R}{w_0} = \pi \cdot \frac{w_0}{\lambda} \Rightarrow w_0 \ll x_R$.

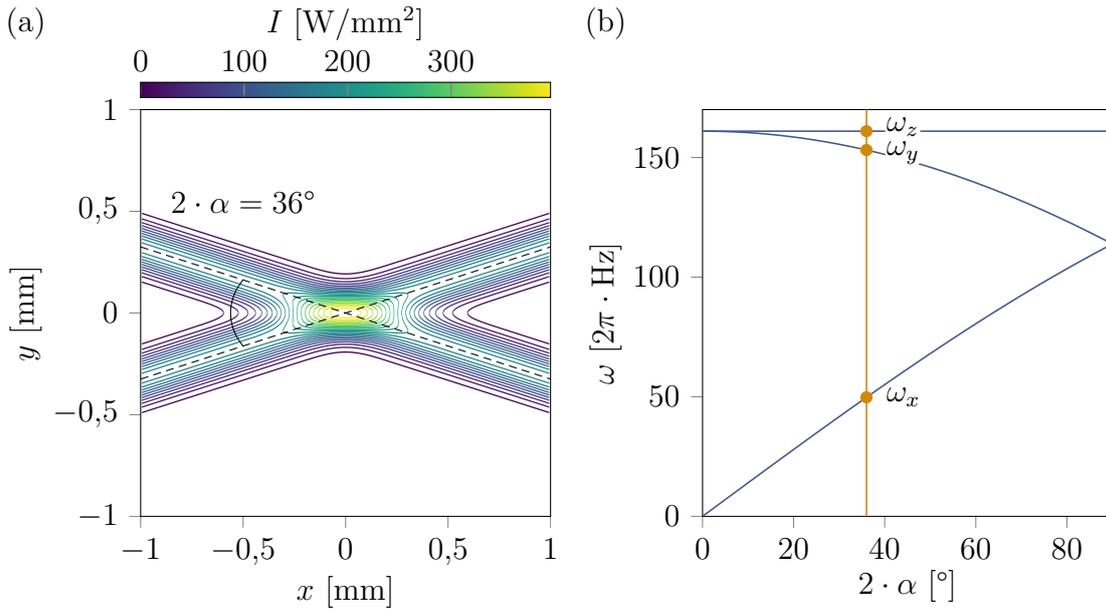


Abbildung 5.6: (a) Intensitätsverteilung zweier gekreuzter Gaußstrahlen in der xy -Ebene. Für den im Experiment realisierten Fall beträgt der Strahlradius $w_0 = 150 \mu\text{m}$ und die Leistung pro Strahl $P/2 = 7 \text{ W}$. Die Konturlinien besitzen einen Abstand von $18,7 \text{ W}/\text{mm}^2$. (b) Fallenfrequenzen für Rubidiumatome in allen drei Raumrichtungen in Abhängigkeit vom Kreuzungswinkel. Die gelb markierten Punkte zeigen den experimentell realisierten Fall eines Kreuzungswinkels von $2 \cdot \alpha = 36^\circ$.

Die Fallenfrequenzen ergeben sich nun mit $\tilde{U}_0 = U_0 \cdot \frac{2P}{\pi\omega_0^2}$ zu

$$\begin{aligned}
 \omega_x &= \left(\frac{2\tilde{U}_0}{m} \left(\frac{2}{\omega_0^2} \sin^2 \alpha + \frac{1}{x_R^2} \cos^2 \alpha \right) \right)^{1/2} \\
 \omega_y &= \left(\frac{2\tilde{U}_0}{m} \left(\frac{2}{\omega_0^2} \cos^2 \alpha + \frac{1}{x_R^2} \sin^2 \alpha \right) \right)^{1/2} \\
 \omega_z &= \left(\frac{2\tilde{U}_0}{m} \frac{2}{\omega_0^2} \right)^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{5.2.17}$$

Die Geometrie einer Einstrahldipolfalle wird somit für $\alpha = 0$ reproduziert. In Abbildung 5.6(b) sind die Fallenfrequenzen der drei Raumrichtungen in Abhängigkeit vom Kreuzungswinkel dargestellt. Mit größer werdendem Kreuzungswinkel wird der Einschluss in x -Richtung, der Richtung mit geringster Fallenfrequenz, immer größer. Für einen Kreuzungswinkel von 90° gleichen sich die Fallenfrequenzen in x - und y -Richtung.

5.2.3 Experimentelle Realisierung

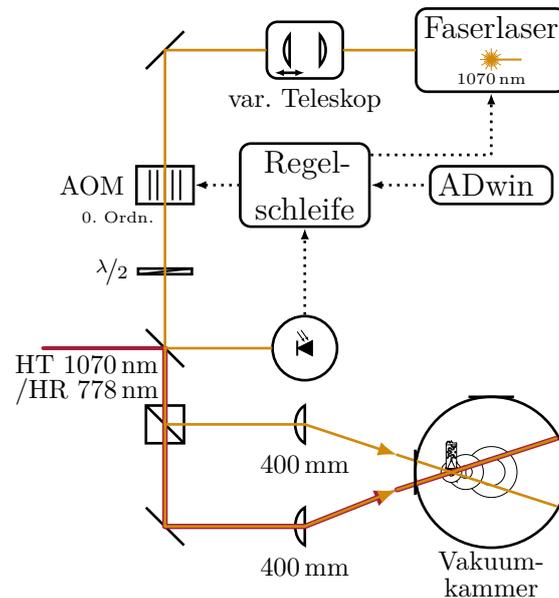


Abbildung 5.7: Schematische Darstellung des Strahlengangs der Dipolfalle und deren Leistungsstabilisierung.

Der Strahlengang der Dipolfalle ist in Abbildung 5.7 schematisch dargestellt. Der für die Dipolfalle verwendete Laser ist ein Ytterbium-Faserlaser¹⁶ bei einer Wellenlänge von 1070 nm mit einer spektralen Breite von 1,7 nm.

Die Strahlen werden mittels eines polarisierenden Strahlteilers (PBC¹⁷) zu gleichen Teilen aufgeteilt. Somit besitzen die beiden Dipolfallenstrahlen gekreuzte lineare Polarisationen, und eine Interferenz der Strahlen bei der Überlagerung wird verhindert.

Die maximale Ausgangsleistung des Dipolfallenlasers beträgt 20 W, am Ort der Atome stehen davon noch je Strahl 7 W zur Verfügung. Die Leistung wird mittels einer schnellen Regelschleife durch einen akustooptischen Modulator¹⁸ (AOM¹⁹) und einer langsamen Regelung auf den analogen Modulationseingang des Faserlasers stabilisiert. Details zur Leistungsstabilisierung werden in [141] diskutiert. Eine Abänderung der dort vorgestellten Regelung bestand darin, dass das zur Regelung notwendige Licht vor der Aufteilung der Strahlen an einem dichroitischen Spiegel, der zur Strahlüberlagerung mit dem in Abschnitt 6.1 vorgestellten Zweiphotonen-Ionisationslaser verwendet wird, abgezweigt wurde. Damit lassen sich, ohne die Regelung zu beeinflussen, die beiden Teilstrahlen unabhängig voneinander blocken, was sich für die Justage der Dipolfalle als vorteilhaft herausgestellt hat.

¹⁶IPG Laser GmbH, YLR-20-LP

¹⁷engl. *polarizing beam splitter cube*

¹⁸Crystal Technology Inc., 3110-191

¹⁹engl. *acousto-optic modulator*

Da beide Strahlen durch dasselbe CF100-Fenster der Vakuumkammer geführt werden, ist der maximale Kreuzungswinkel begrenzt durch die Apertur des Fensters von 100 mm. Somit kreuzen sich im experimentellen Aufbau die Strahlen der Dipolfalle unter einem Winkel von $2 \cdot \alpha = 36^\circ$. Die Strahlen werden durch je eine Linse der Brennweite $f = 400$ mm in die Kammer fokussiert. Diese sind auf Dreiwege-Mikrometer-Verschiebetischen montiert und ermöglichen somit eine Feinjustage der räumlichen Position und Überlagerung der Dipolfalle. Die Strahltaile liegt im Kreuzungspunkt beider Strahlen. Der $1/e^2$ -Strahlradius kann dank eines variablen Teleskops im Bereich von $w_0 = 100 - 400$ μm kontinuierlich variiert werden [141]. Da die Fallenfrequenzen umgekehrt proportional zum Quadrat des Strahlradius sind, können diese im Experiment, allein durch die Änderung des Strahlradius, um einen Faktor 16 variiert werden.

Der Strahlradius beträgt typischerweise $w_0 = 150$ μm und die Fallenfrequenzen für Rubidiumatome betragen hier, bei einer Maximalleistung von $P = 2.7$ W, $\omega_x = 2\pi \cdot 49,75$ Hz, $\omega_y = 2\pi \cdot 153,1$ Hz und $\omega_z = 2\pi \cdot 160,98$ Hz. Die Streurrate ergibt sich nach Gleichung (5.2.9) zu $\Gamma_{\text{streu}} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$.

Das resultierende Intensitätsprofil ist in Abbildung 5.6(a) dargestellt.

Über die Ausdehnung der Wolke von 30 μm hinweg ergibt sich mit der Taylorentwicklung aus Gleichung (5.2.16),

$$\begin{aligned}
 I(\alpha, x, y, z) &\approx \frac{2P}{\pi\omega_0^2} \cdot \left(1 - \left(\frac{2}{\omega_0^2} \sin^2 \alpha + \frac{1}{x_{\text{R}}^2} \cos^2 \alpha \right) x^2 \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{2}{\omega_0^2} \cos^2 \alpha + \frac{1}{x_{\text{R}}^2} \sin^2 \alpha \right) y^2 - \frac{2}{\omega_0^2} z^2 \right) \\
 &= \frac{2P}{\pi\omega_0^2} \cdot \left(1 - 8,5 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}^{-2} x^2 \right. \\
 &\quad \left. - 80,4 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}^{-2} y^2 - 88,9 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}^{-2} z^2 \right),
 \end{aligned} \tag{5.2.18}$$

eine Variation der Intensität um maximal 10%.

5.3 Modellierung des optischen, magnetischen und gravitativen Gesamtpotenzials

Das resultierende Fallenpotenzial unter Berücksichtigung der Gravitation, des Magnetfeldes und des Dipolpotenzials ist gegeben durch $U_{\text{Falle}} = U_{\text{dip}} + U_{\text{mag}} + U_{\text{grav}}$. In Abbildung 5.8 ist der Verlauf der verschiedenen Beiträge zum Fallenpotenzial entlang der Hauptachsen durch das Fallenminimum für Atome im absoluten Grundzustand $|F = 1, m_F = 1\rangle$ aufgetragen. Hierbei ist das Fallenpotenzial durch die optische Dipolfalle U_{dip} gegeben, dieses ist in Abbildung 5.8 gelb dargestellt. Der Einfluss der verschiedenen Beiträge durch die Inhomogenitäten des magnetischen Offsetfeldes und die Gravitation wird hier diskutiert.

Zuerst soll der Einfluss des Magnetfeldes vorgestellt werden, das resultierende Potenzial $U_{\text{dip}} + U_{\text{mag}}$ ist in Abbildung 5.8 rot dargestellt. Das magnetische Offsetfeld wurde hier so gewählt, dass dessen Betrag am Ort der Atome 1008,4 G beträgt (vgl. Abbildung 5.4). Das dadurch erzeugte magnetische Potenzial für die Atome hat hier den größten Einfluss auf das Dipolfallenpotenzial. In Abbildung 5.4(a) ist zu erkennen, dass die Krümmung des Magnetfeldbetrags in radialer Richtung negativ ist, das magnetische Potenzial besitzt damit für den hier betrachteten „*high-field-seeking*“-Zustand eine positive Krümmung. Dies erhöht den Einschluss in radialer Richtung. In z -Richtung wird durch das negativ gekrümmte magnetische Potenzial die Fallenfrequenz hingegen abgesenkt. Die Fallenfrequenzen ergeben sich zu $\omega_x = 2\pi \cdot 64 \text{ Hz}$, $\omega_y = 2\pi \cdot 156,9 \text{ Hz}$ und $\omega_z = 2\pi \cdot 146,4 \text{ Hz}$. Das antibindende magnetische Potenzial in z -Richtung sorgt zusätzlich für eine geringer werdende Falltiefe, da der Fallenrand zusätzlich abgesenkt wird. Da die Krümmung des Magnetfeldes, wie in Abschnitt 5.1.1 diskutiert, vom Spulenstrom abhängig ist, wird der zuvor beschriebene Einfluss mit größer werdendem Magnetfeld am Ort der Atome stärker. Der hier gezeigte Fall bei 1008,4 G stellt somit den extremsten Fall bei der Untersuchung von Feshbach-Resonanzen (vergleiche Kapitel 7) dar.

Das Gravitationspotenzial

$$U_{\text{grav}} = -m_{\text{Rb}} \cdot g \cdot z, \quad (5.3.1)$$

mit der Masse des Rubidiumatoms m_{Rb} und der Fallbeschleunigung²⁰ g , erzeugt einen Gradienten in z -Richtung von $0,1025 \mu\text{K}/\mu\text{m}$ ²¹. Dieser verschiebt das Fallenminimum in Richtung der Gravitation, hat jedoch keinen Einfluss auf die Fallenfrequenzen. Das Fallenminimum liegt nun bei $(x, y, z) = (2,850 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}, 1,476 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}, -11,28 \mu\text{m})$, also nur leicht zum Ursprung um $11 \mu\text{m}$ in z -Richtung verschoben (siehe Abbildung 5.8(c)).

²⁰Die Fallbeschleunigung beträgt näherungsweise $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

²¹Es ist üblich, Potenziale und deren Eigenschaften aufgrund der Beziehung $U = k_{\text{B}}T = \hbar\omega$ auch direkt in Temperaturen oder Frequenzen anzugeben.

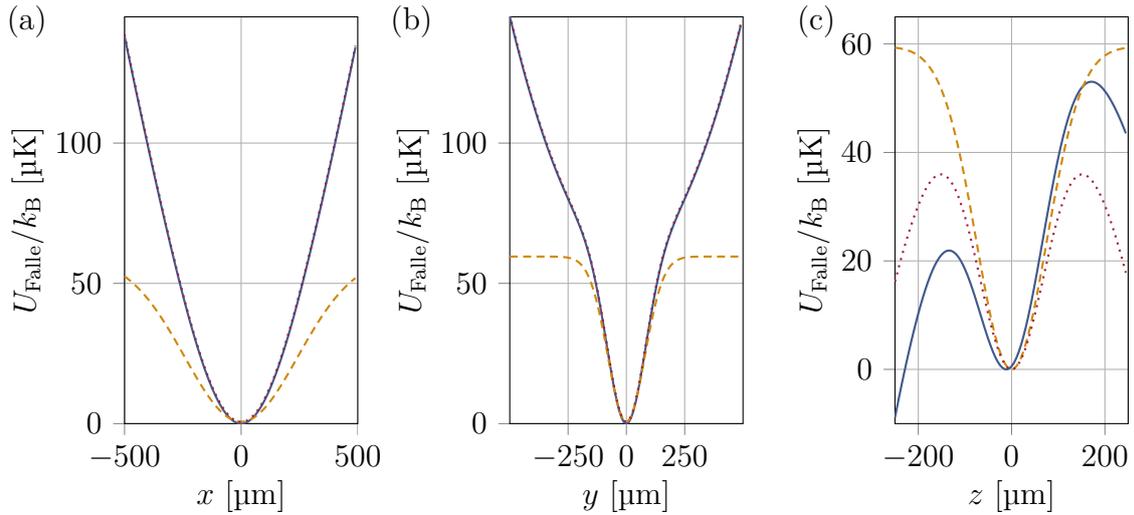


Abbildung 5.8: Darstellung von Schnitten der Fallenpotenziale für Atome im absoluten Grundzustand $|F = 1, m_F = 1\rangle$ durch deren Fallenpotenzialminimum entlang der Hauptachsen (a) in x -Richtung, (b) in y -Richtung und (c) in z -Richtung. Das Potenzial ist mithilfe der Boltzmann-Konstanten k_B in Einheiten von Temperaturen angegeben. Das resultierende Fallenpotenzial $U_{\text{Falle}}/k_B = (U_{\text{dip}} + U_{\text{mag}} + U_{\text{grav}})/k_B$ ist in blau, die Kombination aus magnetischem Potenzial und Dipolfallenpotenzial in rot und das reine Dipolfallenpotenzial in gelb dargestellt.

Dieser Effekt wird im Englischen „*gravitational sag*“ genannt. Für parabolische Potenziale ist dieser gegeben durch $\Delta z = \frac{g}{\omega_z^2} = 11,59 \mu\text{m}$. Durch diesen Gradienten wird jedoch zusätzlich der Fallenrand für negative z weiter abgesenkt (vergleiche Abbildung 5.8(c) rote und blaue Kurve). Dies verringert die Fallentiefe weiter. Die resultierende Falle besitzt damit eine Fallentiefe von $21,92 \mu\text{K}$.

Der durch die Schwerkraft erzeugte Gradient kann theoretisch mithilfe eines durch das Magnetfeld erzeugten Gradienten mit entgegengesetztem Vorzeichen kompensiert werden. Dies wäre zum einen durch eine asymmetrische Bestromung der Spulen möglich, zum anderen wäre eine räumliche Verschiebung der Dipolfalle denkbar. Für unterschiedlich starke Magnetfelder müssten jedoch der optimale Asymmetriefaktor oder die richtige Position immer neu gefunden werden.

5.4 Ionendetektion mittels Kanal-Elektronenvervielfacher

Ein Kanal-Elektronenvervielfacher ist ein Detektor für den Nachweis von geladenen Teilchen wie Elektronen, Ionen und Molekülen, sowie für kurzwellige elektromagnetische Wellen. Es ist mit diesem möglich, einzelne Partikel nachzuweisen, die in dessen trichterförmige Eingangsöffnung treffen. Das CEM besitzt eine aktive, hochohmige Oberfläche aus schwarzem Bleiglas. Liegt eine Potenzialdifferenz zwischen Trichter und Ende des Kanals an, fungiert diese Oberfläche als kontinuierliche Dynode. Eine Dynode wirkt als Elektronenvervielfacher durch Sekundäremission von Elektronen. Die hohe Verstärkungscharakteristik des CEM beruht auf der kontinuierlichen Kaskadierung von Sekundärelektronen, dies resultiert in einem Lawineneffekt. Es entsteht typischerweise pro Primärteilchen ein Ausgangspuls mit einer Ladung aus 10^8 Elektronen und einer Dauer von 8 ns Halbwertsbreite. Damit erreichen Kanal-Elektronenvervielfacher eine maximale Zählrate von mehreren Millionen Ereignissen pro Sekunde.

Diese Detektoren werden in vielen verschiedenen Experimenten oder kommerziellen Messsystemen eingesetzt, z.B. in Massenspektrometern oder in Rasterelektronenmikroskopen.

5.4.1 Optimaler Arbeitspunkt des CEM und Pulszählmodus

Der optimale Arbeitspunkt des CEM muss durch geeignete Wahl der Verstärkungsspannung des CEM eingestellt werden.

Für niedrige Verstärkungsspannungen verhält sich der Kanal-Elektronenvervielfacher wie ein linearer Verstärker. Unter der Annahme eines einzelnen Primärpartikels und einer Poissonstatistik der einzelnen Verstärkungsstufen der Dynode entspricht die Pulshöhenverteilung an der Anode des Detektors in diesem Bereich einer sogenannten zusammengesetzten Poissonverteilung [153]. Dieser Bereich wird auch als Analog-Modus beschrieben. Hier wird also ein Eingangstrom von Teilchen linear verstärkt und der Ausgangsstrom des Detektors ist die Messgröße.

Wird die Verstärkungsspannung weiter erhöht, tritt im Kanal eine Raumladungssättigung auf und die Sekundärelektronenlawine sättigt [154]. Dies führt zu einem nichtlinearen Verhalten der Verstärkung des CEM. Die Pulshöhenverteilung der Ausgangspulse des CEM verschiebt sich hin zu höheren Werten, wird schmaler und damit quasi gaußförmig, da bei Raumladungssättigung Pulse mit niedriger Amplitude weiter eine Verstärkung erfahren, die Verstärkung für Pulse mit hohen Amplituden jedoch sättigt. Somit gleichen sich fast alle Amplituden der Ausgangspulse. Dies ermöglicht es, durch Setzen einer Diskriminatorschwelle, Hintergrundstörungen von Signalpulsen zu trennen. Dieser Arbeitsbereich des CEM wird Pulszählmodus genannt.

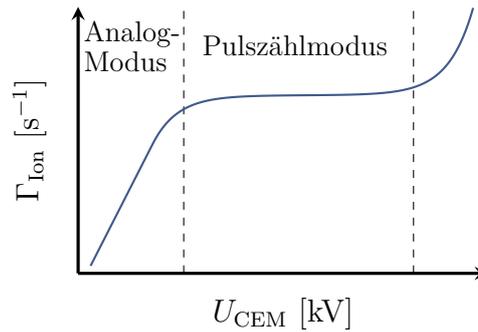


Abbildung 5.9: Abhängigkeit der Zählrate von der Verstärkungsspannung des CEM. Verschiedene Arbeitsbereiche sind markiert. Hierbei wird ein konstanter Fluss von Primärteilchen angenommen. Graph adaptiert aus [155].

In Abbildung 5.9 ist eine typische Kurve der Zählrate gegen die Verstärkungsspannung aufgetragen, wobei ein konstanter Fluss von Primärteilchen angenommen wird. Der Pulszählmodus ist erreicht, wenn eine zunehmende Verstärkungsspannung zu keiner Erhöhung der Zählrate mehr führt. In diesem Plateaubereich führen alle Primärereignisse zu einem Ausgangspuls.

Wird die Verstärkungsspannung noch weiter erhöht, sorgt die sehr hohe Elektronendichte am Ende der Dynode zu einer Desorption und Ionisation von auf der Dynodenoberfläche adsorbierten Restgasteilchen. Diese Ionen induzieren wiederum eine Sekundärelektronenkaskade, die zu einer unerwünschten Erhöhung der Zählrate führt [154].

Der optimale Arbeitspunkt des CEM liegt zirka 100 V unterhalb des Plateaus in Abbildung 5.9. [155, 156]

In unserem Aufbau wurde dieser Arbeitspunkt bei einer Verstärkungsspannung von $-2,45 \text{ kV}$ erreicht.

5.4.2 Elektrische Schaltung des CEM und Zähl Elektronik

Das hier verwendete CEM²² dient zur Detektion von positiv geladenen Ionen. Um die positiv geladenen Partikel auf die aktive Oberfläche des Detektors zu beschleunigen, wird ein negatives Potenzialgefälle benötigt. Hierfür wird die Blende und der Trichter des CEM auf eine negative Extraktionsspannung gesetzt. Die geerdeten Kupferspulenhalter sowie die Ioffe-Drähte liefern das zugehörige Gegenpotenzial. Diese negative Spannung am CEM ist zugleich die Verstärkungsspannung, die entlang des Kanals abfällt, da das offene Ende des CEM lediglich -100 V über dem Erddpotenzial liegt. Die Bleiglasoberfläche entlang des CEM ist sehr hochohmig, der Widerstand beträgt hier typischerweise $250 \text{ M}\Omega$. Die Verstärkungsspannung, die durch den optimalen Arbeitspunkt des CEM

²²Dr. Sjuts Optotechnik GmbH, KBL210

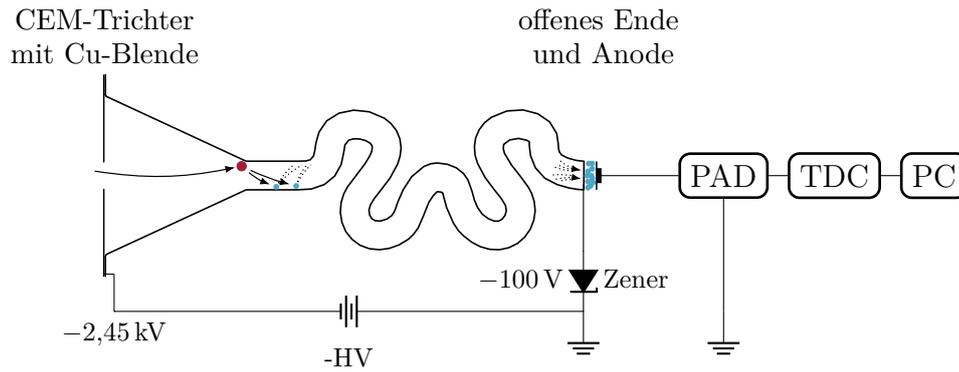


Abbildung 5.10: Schematische Darstellung der elektrischen Kontaktierung des CEM. Der an der Anode entstandene Ausgangspuls von Sekundärelektronen wird einem Vorverstärker und Diskriminator (PAD) zugeführt. Der so erzeugte Rechteckpuls wird von einem Zeit-zu-Digital-Konverter (TDC) erfasst und an den Steuerrechner (PC) übertragen.

gegeben ist, beträgt hier $-2,45\text{ kV}$. Diese wird von einer von der Experimentiersteuerung ansteuerbaren Hochspannungsquelle²³ mit einer maximalen Spannung von $6,5\text{ kV}$ und einem maximalen Strom von 5 mA bereit gestellt. Das CEM befindet sich während eines experimentellen Zyklus nicht dauerhaft auf Hochspannung. Die Spannung wird zu gegebener Zeit langsam in $1\text{-}3\text{ s}$ bis zur optimalen Verstärkungsspannung erhöht und zusätzlich vor und nach der Messphase für 10 ms konstant gehalten. Anschließend wird die Verstärkungsspannung wieder mit der gleichen Rampengeschwindigkeit wie beim Einschalten ausgeschaltet. Damit lässt sich die Lebensdauer des CEM erhöhen.

Um bei der Detektion von positiv geladenen Ionen die emittierten Sekundärelektronen im Inneren des CEM weiter zu beschleunigen, muss ein zum Außenraum inverses Potenzialgefälle anliegen, nur so können gleichzeitig die positiv geladenen Ionen zum CEM hin beschleunigt werden und die am Auftreffpunkt erzeugten Elektronen über Sekundärelektronenvervielfachung zur Anode hin verstärkt werden. Die Anode des CEM muss damit ebenfalls geerdet sein. Das CEM gehört zu den sogenannten offenen Sensoren. Das Kanallende ist nicht geschlossen und die im Kanal erzeugte Elektronenlawine wird durch eine metallische Anode am Kanallende aufgefangen. Um dies effizient zu tun, muss ein Potenzialgefälle zwischen Kanallende und Anode von -100 V anliegen. Dies wird hier mittels einer Zenerdiode²⁴ realisiert.

Der an der Anode entstehende Ausgangspuls von Sekundärelektronen mit einer typischen Halbwertsbreite von 8 ns wird einem Vorverstärker und Diskriminator²⁵ (PAD²⁶)

²³FuG Elektronik GmbH, HCP-35-6500

²⁴Vishay, BZX85-C100

²⁵Scientific Instruments, Pulsverstärker/Diskr. F100T

²⁶engl. *preamplifier and discriminator*

zugeführt. Das Setzen der Diskriminatorschwelle ist hier ein wichtiger Punkt. Liegt die Schwelle zu niedrig, wird elektronisches Rauschen als Ionensignal erfasst. Liegt die Schwelle zu hoch, verliert man bei hohen Zählraten Ereignisse, da hier die Verstärkung des CEM abnimmt. Die experimentell bestimmte optimale Diskriminatorschwelle liegt bei 7 mV.

Das so erzeugte Rechteckpulssignal wird von einem Zeit-zu-Digital-Konverter²⁷ (TDC²⁸) erfasst. So kann einem detektierten Ion ein Zeitstempel mit Picosekundenauflösung zugeordnet werden. Diese werden dann an den Steuerrechner (PC)²⁹ übertragen und gespeichert.

Die maximale Zählrate des CEM beträgt hier typischerweise $5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ und ist in diesem Aufbau der limitierende Faktor in der Zeitauflösung. Es können hier also in einer einzelnen Messung Ionisationsereignisse mit minimalem Zeitabstand von 200 ns aufgelöst werden. Die nachgeschaltete Elektronik aus PAD und TDC stellt hier keine weitere Limitierung dar. Die Totzeit des PAD beträgt $< 20 \text{ ns}$ und die des TDC nur 6 ns.

In dem so beschalteten Aufbau ist die Extraktionsspannung nicht unabhängig von der Verstärkungsspannung des CEM einstellbar. Mit steigender kinetischer Energie der Ionen steigt die Detektionseffizienz des CEM [155–157]. Ein unabhängiges Einstellen der Extraktionsspannung und der Verstärkungsspannung kann also von Vorteil sein. Betreibt man das CEM auf einem schwebenden Potenzial, ist dies möglich. Hierfür müsste man die Verstärkungsspannung über eine erdungsfreie Hochspannungsquelle realisieren und den gesamten Detektor mittels einer weiteren Hochspannungsquelle gegenüber der Kammermasse auf Potenzial legen. Die hochfrequenten Pulse auf der Signalleitung müssten dann kapazitiv von der Hochspannung entkoppelt werden. Der gesamte Aufbau wurde darauf ausgelegt, dass eine solche Beschaltung möglich ist.

Limitierende Faktoren für die Spannungswerte sind einerseits durch einzuhalten Mindestabstände der Elektroden der Ionenoptik gegeben (siehe Abschnitt 5.4.4), dies führt zu einer Limitierung der am Trichter maximal anlegbaren Spannung von 7,5 kV. Andererseits sind die Spezifikationen der verwendeten Durchführungen sowie der Kabel einzuhalten. Es wurden überall geschirmte Kabel verbaut, zur Vermeidung von störenden Streupotenzialen in der Experimentierkammer durch die Zuleitungen. Diese Koaxialkabel³⁰ sind spannungsfest bis 10 kV. Eine mehrpolige Durchführung³¹, die hochspannungsfest bis 12 kV ist, fand für die Zuleitung von Trichter und Ende des CEM Verwendung. Hier wurden Schirm und Signalleiter separat aus dem Vakuum

²⁷Swabian Instruments, Time Tagger 20

²⁸engl. *time-to-digital converter*

²⁹engl. *personal computer*

³⁰Allectra GmbH, 311-KAP50-RAD-1M

³¹Allectra GmbH, 267-075HV12K-7-C16

geführt. Für die Signalleitung³² wurde eine Durchführung³³ mit einer Impedanz von $50\ \Omega$ und erdungsfreiem Schirm verwendet, die spannungsfest bis 5 kV ist. Bei einer Verstärkungsspannung von $-2,45\ \text{kV}$ ergibt sich damit eine Limitierung auf $-7,45\ \text{kV}$ für die Extraktionsspannung.

Damit würden die Atome mit einer Potenzialdifferenz von $5,66\ \text{kV}$ zwischen der Blende und dem Fallenminimum beschleunigt werden. In der zuvor vorgestellten und derzeit umgesetzten Beschaltung beträgt diese Potenzialdifferenz $1,86\ \text{kV}$ (siehe Abschnitt 5.5.4).

5.4.3 Blende des CEM

Vor dem Trichter des CEM befindet sich eine Kupferblende, die drei wesentliche Aufgaben erfüllt. Durch ihre kleine, ovale Öffnung von $1,5\ \text{mm}$ Breite und $1\ \text{mm}$ Höhe schirmt sie den Trichter vor Streulicht und Streupartikeln ab, welche die Hintergrundzählrate erhöhen würden. Der zweite Aspekt ist ihre Wirkung als elektrostatische Linse. Durch ihr Feld werden die Ionen in den Kanalbereich des CEM fokussiert. Dadurch treffen die Primärpartikel unter flachen Winkeln auf die aktive Wand des CEM, dies führt zu einer erhöhten Sekundärelektronenemission und dadurch zu einer erhöhten Detektionseffizienz. Die dritte Aufgabe der Blende besteht in einer Abschirmung der Felder im Außenraum von denen im Inneren des CEM. Ist das CEM für die Detektion von positiv geladenen Teilchen verschaltet, sind die Potentiale außerhalb des Trichters negativ, um die geladenen Teilchen auf das CEM zu beschleunigen. Die Potenzialdifferenz innerhalb des CEM muss jedoch positiv sein, um die Sekundärelektronen zur Anode hin zu beschleunigen. Ohne Blende entsteht ein Sattelpunkt des Potentials weit innerhalb des Trichters. Dies eröffnet die Möglichkeit, dass Sekundärelektronen den Trichter wieder verlassen könnten und somit die Effizienz des Detektors verringern. Die Blende verschiebt diesen Sattelpunkt in Richtung Blendenöffnung, sodass alle Sekundärelektronen den Kanal hinunter beschleunigt werden. [156, 158]

5.4.4 Positionierung des CEM in der Vakuumapparatur

Um den bestehenden experimentellen Aufbau des Vakuumsystems um einen Ionendetektor zu erweitern, mussten unter den gegebenen Randbedingungen gewisse Kompromisse für die Positionierung des CEM in der Vakuumapparatur eingegangen werden. Da in kombinierten elektrischen und magnetischen Feldern die Ionen neben der elektrostatischen Kraft, welche die Ionen auf das CEM beschleunigen soll, auch die Lorentzkraft $q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$ wirkt, sollte die Extraktion der Ionen idealerweise entlang der Richtung der Magnetfelder erfolgen. In diesem Fall verschwindet die Lorentzkraft, da die Geschwin-

³²MPF Products Inc., A7318-1-CN

³³Allectra GmbH, 242-MHVDF50-C16

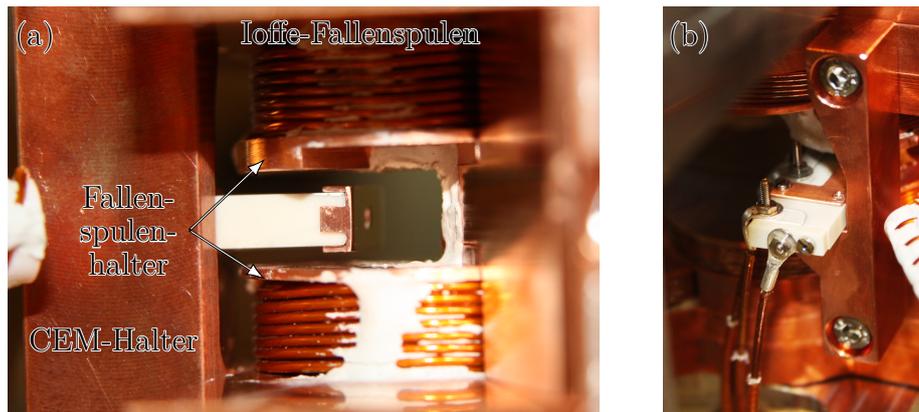


Abbildung 5.11: Fotografien des CEM mit Halter im Vakuumaufbau. (a) Hier erkennt man deutlich die Asymmetrie der kupfernen Spulenhalter der Fallenspulen. Der obere Spulenhalter besitzt eine Dicke von 2,5 mm und der untere eine Dicke von 1,5 mm. Das CEM wurde symmetrisch mit einem Abstand zu den Spulenhaltern von 1 mm positioniert. (b) Ein massiver Halter des CEM, gefertigt aus OFHC-Kupfer, ist an den Spulenhaltern verschraubt.

digkeit der Ionen parallel zum Magnetfeld verläuft. Andernfalls führt die Lorentzkraft zu einer zyklodischen Bahnform, die die Extraktion der Ionen erschweren könnte. Ein Beispiel für Ionenoptiken, die entlang der Spulenachse orientiert sind, finden sich in [48, 49].

In dem existierenden Vakuumaufbau war diese Lösung jedoch nicht umsetzbar, da kein ausreichender Zugang auf der Spulenachse vorhanden war. Die Teilchen mussten daher senkrecht zum Magnetfeld extrahiert werden. Für Messungen von Feshbach-Resonanzen können in diesem Aufbau Magnetfelder von bis zu 1200 G angelegt werden. Der Einfluss auf die Ionentrajektorien nimmt mit höheren Magnetfeldern zu und sorgt für kleiner werdende Gyroradien. Ein Lösungsansatz war hier, die Distanz zwischen Detektor und Fallenposition und damit die Flugbahn der Ionen im Feld zu minimieren.

Durch die kompakte Bauform des verwendeten Kanal-Elektronenvervielfachers KBL210 ist es möglich, dass CEM direkt ohne weitere Ionenoptik nahe an die Atome heranzuführen. Die äußeren Abmessungen des CEMs betragen $13 \times 4 \times 35$ mm. Die Kupferblende wurde aus sauerstofffreiem Kupfer (OFHC³⁴) gefertigt. Sie wird ausschließlich über rechteckige Laschen gehalten, die auf Passung mit dem CEM gefertigt wurden. Ihre Stärke beträgt 0,5 mm und sie weisen eine Länge von 2 mm auf. Diese Haltezungen sorgen ebenfalls für eine gute elektrische Kontaktierung der Blende mit der metallisierten Kontaktfläche des CEM Trichters. Durch die Anbringung der Blende wurden somit die Abmessungen des Ionendetektors in z - und x -Richtung um nur je 1 mm vergrößert. Der Ionendetektor kann damit direkt zwischen den Ioffe-Fallen-Spulen platziert wer-

³⁴engl. *oxygen free high conductivity*

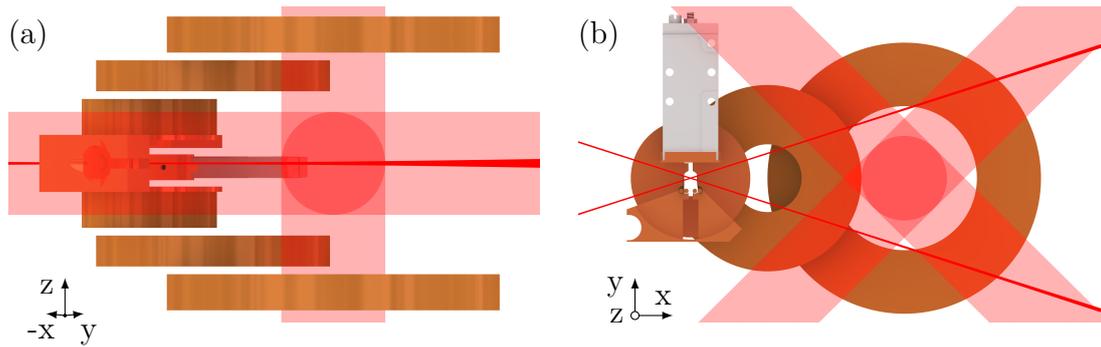


Abbildung 5.12: Schematische Darstellungen des Aufbaus in der Vakuumapparatur mit MOT-Strahlen und Strahlen der gekreuzten Dipolfalle. Die Spulen- und Ioffe-Draht-Halter wurden hier gleich beschnitten, wie die zur Berechnung der elektrischen Potenziale exportierte Geometrie. (a) Blickachse entlang einer der MOT-Strahlen (unter 45° zur y -Achse). Hier wird die Abschattung eines der MOT-Strahlen Paare in der xy -Ebene durch das CEM illustriert. (b) Aufsicht auf die unteren Spulen, den Ioffe-Draht-Halter und das CEM. Die Positionierung des CEM zu den Strahlen der Dipolfalle ist hier ersichtlich.

den. In Abbildung 5.11(a) ist eine Fotografie des CEM mit Blende im eingebauten Zustand dargestellt, platziert zwischen den Ioffe-Fallen-Spulen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass für Elektroden von Ionenoptiken Mindestabstände von 1 mm pro 6 kV Spannungsdifferenz, nach Drummond [159], eingehalten werden sollten, um Kurzschlüsse beziehungsweise Überschläge zu vermeiden. Der kritische Abstand ist in diesem Aufbau zwischen CEM-Blende und geerdeten Spulenhaltern in z -Richtung gegeben. Dieser Abstand beträgt zum oberen und unteren Spulenhalter je 1,25 mm, aufgrund der unterschiedlichen Stärke der Spulenhalter – der obere weist eine Stärke von 2,5 mm und der untere eine Stärke von 1 mm auf – ist das CEM jedoch leicht zur Fallenposition um 0,75 mm nach unten versetzt (vergleiche Abbildung 5.11(a)).

Eine weitere Einschränkung ist durch die nötigen optischen Zugänge für die Strahlen der magnetooptischen Falle sowie für die gekreuzte Dipolfalle gegeben. In Abbildung 5.12 ist die Positionierung des CEM relativ zu diesen Strahlengängen schematisch dargestellt. Durch die längliche Bauform des CEM ragt dessen Ende in den Bereich der MOT-Strahlen und sorgt hier für eine Teilabschattung im Randbereich von nur 1 cm der 2" großen Strahlen. Dies stellte im Experiment jedoch zu keiner Zeit ein Problem dar.

Die Dipolfallenstrahlen kreuzen sich unter einem Winkel von 36°, wobei die x -Achse die Winkelhalbierende darstellt. Da die Fallenposition der Dipolfalle sich im Zentrum der Fallenspulen befinden soll, ergibt sich aus dem Kreuzungswinkel ein Mindestabstand vom Detektor zum Spulenzentrum von 3,7 mm, damit die Laserstrahlen nicht am Detektor streifen (siehe Abbildung 5.12(b)).

Das CEM wurde mittels eines massiven Halters, der ebenfalls aus OFHC-Kupfer gefertigt wurde, an den Spulenhaltern befestigt. Dies soll für eine hohe mechanische Stabilität und einen festen Relativabstand von CEM zu der umgebenden Geometrie sorgen. Der Halter mit CEM und dessen Montage an den Spulenhaltern ist in Abbildung 5.11(b) zu sehen.

5.5 Modellierung der Ionentrajektorien

Die durch Photoionisation erzeugten Ionen können mithilfe des Kanal-Elektronenvervielfachers nachgewiesen werden. Hierfür werden diese durch ein elektrisches Feld aus der Falle hin zum Detektor beschleunigt. Für die Modellierung der Trajektorien der Ionen in elektrischen und magnetischen Feldern ist die Kenntnis der exakten Feldverteilungen vonnöten. Die Berechnung der Feldverteilung der elektrischen Felder wird in Abschnitt 5.5.1 vorgenommen. Auch im Bereich der Falle liegt somit ein statisches elektrisches Feld an. Die elektrostatischen Kräfte auf das atomare Ensemble können in Abschnitt 5.5.2 durch die zuvor ermittelte Feldverteilung abgeschätzt werden. In Abschnitt 5.5.3 wird ein möglicher Einfluss eines anliegenden elektrischen Feldes auf Feshbach-Resonanzen besprochen. Die Ionentrajektorien für die exakten inhomogenen Feldgeometrien des elektrischen und magnetischen Feldes werden in Abschnitt 5.5.4 berechnet und der Einfluss eines Magnetfeldes auf das Detektionssystem besprochen.

5.5.1 Berechnungen der elektrischen Felder

Die Berechnungen der elektrischen Felder wird mittels eines kommerziellen Programms, SIMION³⁵, durchgeführt. Für die Berechnung von elektrostatischen Potenzialen im ladungsfreien Raum wird hier die Laplace Gleichung

$$\Delta\Phi_{el} = \vec{\nabla}\vec{E} = 0 \quad (5.5.1)$$

gelöst, wobei die Elektroden als Randbedingungen dienen. Die numerische Lösung dieser partiellen Differentialgleichung zweiter Ordnung erfolgt dabei auf einem äquidistanten Gitter in drei Dimensionen mittels finiter Differenzenmethode. [160, 161]

Das hier verwendete Gitter hat dabei eine Ausdehnung von $n_x = 300$, $n_y = 370$, $n_z = 116$ Punkten, mit einem Gitterabstand von $d = 96,7 \mu\text{m}$.

Die maßstabsgetreue Geometrie der Elektroden wird aus einer CAD-Konstruktionszeichnung³⁶ in SIMION importiert. Hierfür wurden die Spulenhalter sowie der Ioffe-Draht-Halter und die Ioffe-Drähte passend beschnitten, dies ist in Abbildung 5.13 dargestellt. Diese Elemente liegen im Experiment sowie in den Simulationen auf Erdpotential.

Elektroden werden in den Berechnungen als metallische Leiter auf konstantem Potenzial berücksichtigt. Für die meisten Komponenten ist dies ausreichend. Der Spannungsabfall von $-2,45 \text{ kV}$ am Trichter auf -100 V an der Anode über die hochohmige Oberfläche des CEM, typischerweise $250 \text{ M}\Omega$, kann so jedoch nicht simuliert werden. Deshalb wurde hier nicht das gesamte CEM in den Simulationen berücksichtigt, sondern lediglich die

³⁵Scientific Instrument Services Inc., SIMION 8.1

³⁶engl. *computer-aided design*

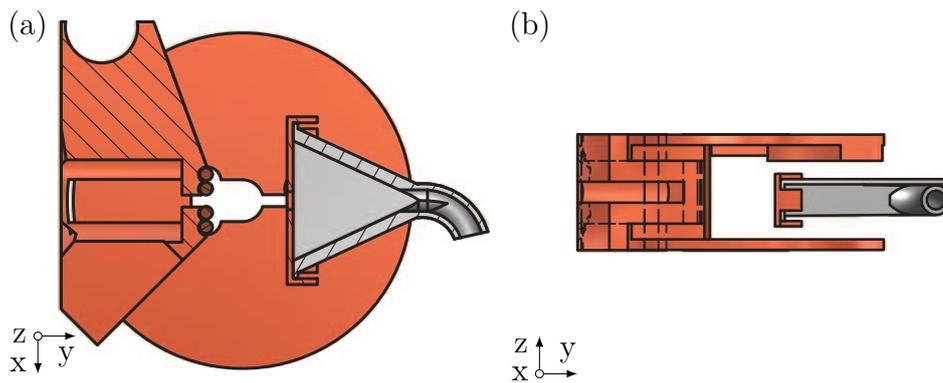


Abbildung 5.13: Maßstabsgetreue Darstellungen der in den Simulationen verwendeten beschnittenen Geometrie der Spulhalter, sowie des Ioffe-Draht-Halters und der Ioffe-Drähte. In den Simulationen fanden nur die elektrisch leitfähigen Elemente des CEM, also Blende, Trichter und ein Teil des Kanals Berücksichtigung. (a) Schnittansicht durch die Mitte des CEM in der xy - und (b) Seitenansicht in der zy -Ebene.

elektrisch leitende Oberfläche des Trichters mit der Kupferblende. Beide liegen auf dem gleichen konstanten Potenzial von $-2,45$ kV.

Das resultierende elektrische Potenzial Φ_{el} für die hier vorhandene Geometrie ist in Abbildung 5.14(a) dargestellt. In Abbildung 5.14(b) ist der Betrag des elektrischen Feldes dargestellt. Man erkennt hier deutlich, dass der Innenbereich, umschlossen von Blende und Trichter, quasi feldfrei ist. In der Realität liegt ein Feld an, welches die positiv geladenen Ionen leicht abbremst und die Elektronen in Richtung Anode beschleunigen würde (siehe Details in Abschnitt 5.4.3). Für die Simulationen der Ionentrajektorien ist die Feldverteilung des elektrischen Feldes im Außenbereich von Interesse, da dieses für die Extraktion der Ionen verantwortlich ist. Unter der Annahme, dass, sobald Teilchen die Blendenöffnung passieren, sie auch nachgewiesen werden, ist diese Vernachlässigung des Spannungsabfalls über den Trichter hinweg sinnvoll.

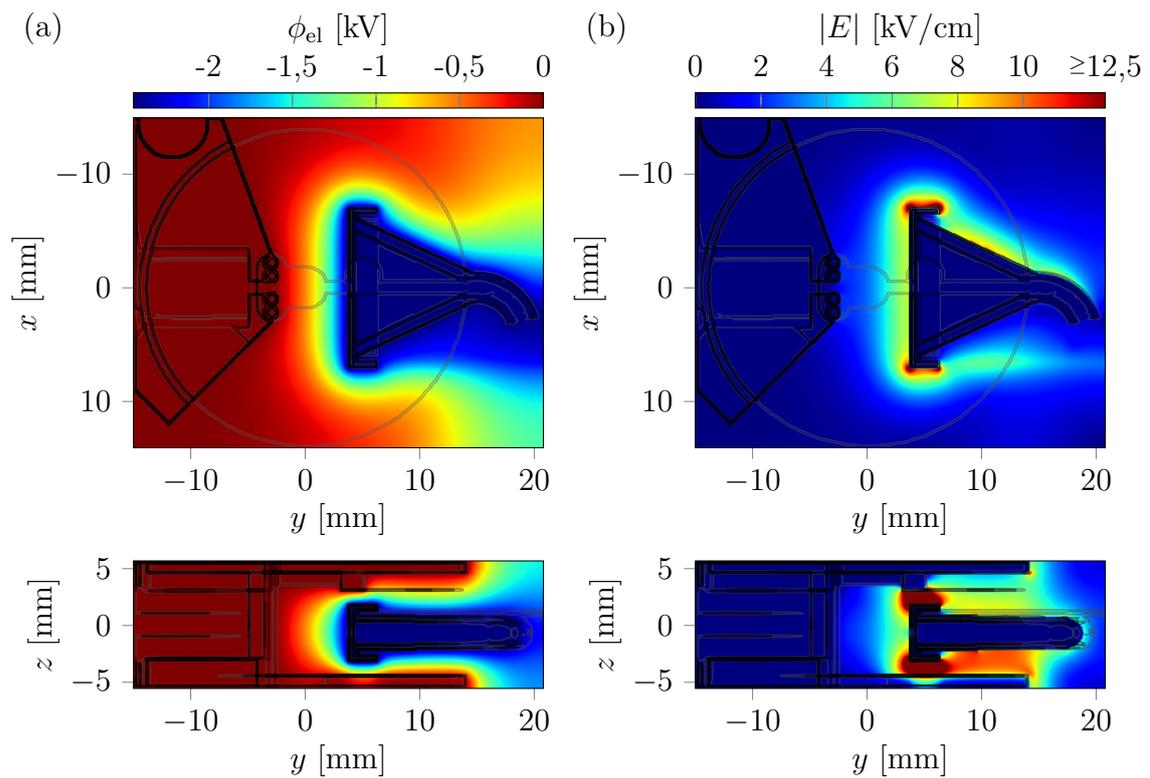


Abbildung 5.14: (a) Darstellung des elektrischen Potentials und (b) Betrag des elektrischen Feldes in der xy - und zy -Ebene. Die umgebende experimentelle Geometrie, welche in den Simulationen die Elektroden bildet, ist in Graustufen illustriert. Am Trichter und der Blende liegt ein Potential von $-2,45$ kV an. Spulenhalter und Ioffe-Drahnte sind geerdet.

5.5.2 Elektrostatische Kräfte auf die Atome

Man erhält analog zu Gleichung (5.2.1) auch für den Fall statischer elektrischer Felder für das Wechselwirkungspotenzial der Atome

$$U_{\text{DC-Stark}} = -\frac{1}{2}\alpha E^2, \quad (5.5.2)$$

mit der Polarisierbarkeit des Grundzustands $\alpha = h \cdot 7,94 \cdot 10^{-6} \text{ Hz}/(\text{V/m})^2$ [162] und dem Betrag des elektrischen Feldes E . Diese Wechselwirkung ist auch als quadratischer Stark-Effekt bekannt. Die quadratische Abhängigkeit vom elektrischen Feld kommt dabei ähnlich wie beim dynamischen Stark-Effekt von der Tatsache, dass das elektrische Feld zunächst ein Dipolmoment im Atom induziert, das sich dann im selbigen Feld ausrichtet.

Die durch die am CEM anliegende Hochspannung erzeugten statischen elektrischen Felder haben somit über den DC-Stark-Effekt einen Einfluss auf das Fallenpotenzial der Atome (siehe auch Abschnitt 5.3). Eine Taylorentwicklung des DC-Stark-Potenzials um den Ursprung $\vec{r}_0 = \vec{0}$ ist gegeben durch

$$\begin{aligned} U_{\text{DC-Stark}}(\vec{r}) &\approx U(\vec{r}_0) + \nabla U(\vec{r}_0) \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) + 1/2 \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)^\top \mathbf{H}_U(\vec{r}_0) (\vec{r} - \vec{r}_0) \\ &= U(\vec{0}) + \nabla U(\vec{0}) \cdot \vec{r} + 1/2 \cdot \vec{r}^\top \mathbf{H}_U(\vec{0}) \vec{r}. \end{aligned} \quad (5.5.3)$$

Aus den numerischen Simulationen der elektrischen Felder mit SIMION lassen sich die zugehörigen Größen ableiten. Die Gradienten ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \nabla U(\vec{0}) \cdot \vec{r} &= -9,29 \cdot 10^{-6} \text{ } \mu\text{K}/\mu\text{m} \cdot x - 8,83 \cdot 10^{-3} \text{ } \mu\text{K}/\mu\text{m} \cdot y \\ &\quad + 1,31 \cdot 10^{-3} \text{ } \mu\text{K}/\mu\text{m} \cdot z. \end{aligned} \quad (5.5.4)$$

Die Hessematrix ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_U(\vec{0}) &= \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x \partial x} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial z \partial z} \end{pmatrix} U(\vec{0}) \\ &= \begin{pmatrix} -2,61 \cdot 10^{-8} & 2,83 \cdot 10^{-8} & -6,80 \cdot 10^{-9} \\ 2,83 \cdot 10^{-8} & -7,09 \cdot 10^{-6} & 5,71 \cdot 10^{-8} \\ -6,80 \cdot 10^{-9} & 5,71 \cdot 10^{-8} & -2,69 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} \mu\text{K}/\mu\text{m}^2. \end{aligned} \quad (5.5.5)$$

Man erkennt hier, dass die Gradienten und Krümmungen des Wechselwirkungspotenzials klein sind und deren Einfluss auf das Fallenpotenzial, diskutiert in Abschnitt 5.3, zu vernachlässigen sind. Die dadurch entstehende räumliche Verschiebung der Falle und Beeinflussung der Falltiefe sowie der Fallenfrequenzen ist verschwindend gering. Zum Vergleich sei hier nochmals auf den Gradienten verwiesen, erzeugt durch die Gravitation. Dieser beträgt $1,025 \cdot 10^{-1} \text{ } \mu\text{K}/\mu\text{m}$. Der hier berechnete, durch das statische Extraktionsfeld erzeugte Gradient ist in y -Richtung um mehr als eine Größenordnung und in den beiden anderen Raumrichtungen um zwei Größenordnungen kleiner.

5.5.3 Einfluss eines konstanten elektrischen Feldes auf die Feshbach-Resonanzen

Marcelis *et al.* [163] bespricht den Einfluss eines elektrischen Feldes auf die Eigenschaften einer magnetischen Feshbach-Resonanz.

Konstante elektrische Felder führen zu einer Polarisation der kollidierenden Atome und induzieren eine Dipol-Dipol-Wechselwirkung. Diese anisotrope Wechselwirkung koppelt Zustände mit unterschiedlichem Drehimpuls. Die elektronische s -Wellen Symmetrie der einzelnen Atome wird durch die elektronische Dipol-Kopplung des S -Grundzustands mit angeregten P -Zuständen gestört. Diese Kopplung kann zu sogenannten Potenzial-Resonanzen, oder auch Form-Resonanzen genannt, in der s -Wellen-Streulänge führen [164].

Reine magnetische oder elektrische Felder können somit als einzigen Parameter nur die s -Wellen-Streulänge beeinflussen und zu Resonanzen führen.

Die Kombination und das Zusammenspiel von magnetischen Feshbach-Resonanzen mit Resonanzen im offenen Kanal wird in [165] besprochen. Durch das elektrische Feld wird die Energie des schwachgebundensten Zustands im offenen Kanal verschoben und das Vorzeichen und die Stärke der Hintergrundstreulänge weist eine Resonanz auf. Die Hintergrundstreulänge des offenen Kanals $a_{\text{bg}}(|\vec{E}|)$ wird nun vom elektrischen Feld $|\vec{E}|$ abhängig. Die Kombination von elektrischen und magnetischen Feldern führt im Falle einer solchen Potenzial-Resonanz im offenen Kanal nun dazu, dass auch die Breite der Resonanz beeinflusst werden kann. Bei einer magnetischen Feshbach-Resonanz zeigt hier die Resonanzbreite eine Proportionalität zur Hintergrundstreulänge $\Delta \propto a_{\text{bg}}(|\vec{E}|)$ [165]. Ebenfalls werden die gebundenen Zustände des geschlossenen Kanals verschoben, was zu einer Verschiebung der Resonanzposition $B_0 = B_0(|\vec{E}|)$ führt.

Aufgrund der geringen statischen Grundzustandspolarisierbarkeit von Alkaliatomen sind solche Effekte nur für starke elektrische Felder $> 100 \text{ kV/cm}$ zu beobachten. So zeigt zum Beispiel der resonante Anteil der Streulänge des offenen Kanals von ^{85}Rb eine Resonanzposition im elektrischen Feld erst bei ungefähr 560 kV/cm [163].

Heteronukleare Kollisionskomplexe haben ein permanentes Dipolmoment und die Einflüsse eines statischen elektrischen Feldes sollten daher bei geringeren Feldstärken ($< 100 \text{ kV/cm}$) eine Rolle spielen [166, 167].

Das elektrische Feld am Ort des atomaren Ensembles beträgt in unserem Experiment $|\vec{E}| = 3 \text{ kV/cm}$ (vergleiche folgenden Abschnitt 5.5.4). Für die im Experiment angelegten niedrigen elektrischen Felder spielen diese Effekte und Einflüsse auf die in Kapitel 7 untersuchten magnetischen Feshbach-Resonanzen also eine zu vernachlässigende Rolle.

Potenzial-Resonanzen treten nur für sehr große Hintergrundstreulängen im Vergleich zur Reichweite des van der Waals-Potenzials auf. Der Effekt von Potenzial-Resonanzen kann daher leicht durch den Vergleich von der Reichweite des Potenzials und der

Hintergrundstretlänge a_{bg} abgeschätzt werden. [165] Für ^{87}Rb ist das direkte Wechselwirkungspotenzial also nicht resonant, da die Hintergrundstretlänge $a_{\text{bg}} = 100a_0$ und die Reichweite des Potenzials $r_{\text{vdW}} = 82,5a_0$ (vergleiche Abschnitt 2.4) von selber Größenordnung sind. Im Fall von ^{87}Rb liegt für s -Wellen-Resonanzen somit keine durch das elektrische Feld verursachte Potenzialresonanz im offenen Kanal vor, die Annahme einer von dem elektrischen Feld $|\vec{E}|$ unabhängigen Hintergrundstretlänge in Kapitel 2 ist also gerechtfertigt.

5.5.4 Trajektorien im gekreuzten elektrischen und magnetischen Feld

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Simulation der Trajektorien geladener Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern in einem eigenständigen Programm implementiert, da das für die Berechnung der elektrischen Potenziale verwendete Simulationsprogramm SIMION nur begrenzt Magnetfelder berücksichtigen kann.

Die Berechnungen des elektrischen Feldes aus Abschnitt 5.5.1 wurden hierfür aus SIMION importiert. Die Magnetfeldberechnungen aus Abschnitt 5.1 wurden dann auf demselben Gitter, wie das den elektrischen Feldberechnungen zugrunde liegende Gitter, berechnet, so dass im gesamten zu betrachtenden Raumbereich für jeden Gitterpunkt sowohl das elektrische Vektorfeld als auch das magnetische Vektorfeld zur Verfügung stehen. Über eine lineare Interpolation zwischen Gitterpunkten stehen somit sowohl das elektrische Feld und das Magnetfeld im gesamten Volumen zur Verfügung. Die Ionentrajektorien können dann unter gegebenen Anfangsbedingungen durch die Lösung der zugehörigen Bewegungsgleichung

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = \frac{q}{m} \cdot \left(\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_y B_z - v_z B_y \\ v_z B_x - v_x B_z \\ v_x B_y - v_y B_x \end{pmatrix} \right) - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} \quad (5.5.6)$$

gelöst werden.

Als Startbedingung für die Lösung der Bewegungsgleichung werden die Ionen immer als ruhend angenommen $\vec{v}_0 = 0$. Ihre thermische Geschwindigkeit bei einer Ensemble Temperatur von einigen wenigen μK ³⁷ und die auf das Ion übertragene kinetische Energie aufgrund des Photoionisationsprozesses³⁸ kann gegenüber der Beschleunigung der Atome im elektrischen Extraktionsfeld vernachlässigt werden. Typischerweise betragen die Falltiefen von Dipolfallen einige wenige neV, in dem hier realisierten Fall beträgt sie 1,9 neV (vergleiche Abschnitt 5.3) und ist damit ebenfalls zu vernachlässigen.

³⁷ $E_{\text{therm}}(10 \mu\text{K}) = k_{\text{B}}T = 0,86 \text{ neV}$.

³⁸siehe Abschnitt 6.1 für die Zweifarben-Photoionisation $\Delta E_{\text{Ion}} = 1,1 \mu\text{eV}$ und Kapitel 3 für die photoassoziative Ionisation $\Delta E_{\text{Ion}} = \frac{m_e}{2m_{\text{Rb}}} \cdot 5 \text{ meV} = 3,2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \text{ meV}$.

Kinetische Energie und Energieübertrag

Vor den Berechnungen der Ionentrajektorien soll vorab auf den Energieübertrag an die Ionisationsfragmente während der Extraktion im elektrischen und magnetischen Feld eingegangen werden. Um die zeitliche Entwicklung der kinetischen Energie zu erhalten, multipliziert man die Bewegungsgleichung eines geladenen Teilchens im magnetischen und elektrischen Feld skalar mit der Geschwindigkeit \vec{v}

$$\vec{v}m\dot{\vec{v}} = q \cdot \vec{v}\vec{E} + q \cdot \underbrace{\vec{v}(\vec{v} \times \vec{B})}_{=0} \quad (5.5.7)$$

mit

$$\frac{d}{dt}\Phi_{\text{el}} = \frac{d\Phi_{\text{el}}}{d\vec{r}} \frac{d\vec{r}}{dt} = -\vec{E}\vec{v} \quad (5.5.8)$$

folgt

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}mv^2 \right) = -q \cdot \frac{d}{dt} (\Phi_{\text{el}}). \quad (5.5.9)$$

Dies bedeutet, dass die zeitliche Änderung der kinetischen Energie eines geladenen Teilchens nur durch das elektrische Feld gegeben ist. Da die Lorentzkraft immer senkrecht zu der Geschwindigkeit des Teilchens wirkt, kann diese keine Arbeit leisten. Das Magnetfeld hat demnach keinen Einfluss auf die kinetische Energie, kann jedoch die Bewegungsrichtung der Teilchen beeinflussen.

Die Integration von Gleichung (5.5.9) liefert nun die gesamt an das Teilchen übertragene kinetische Energie

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = q \cdot (\Phi_{\text{el},0} - \Phi_{\text{el}}). \quad (5.5.10)$$

Diese ist also nur durch die Potenzialdifferenz zwischen Start und Auftreffpunkt gegeben und ist unabhängig von der Masse des Teilchens.

Das elektrische Potenzial im Fallenzentrum beträgt entsprechend den Simulationen aus Abschnitt 5.5.1 $\Phi_{\text{el},0} = 0,59 \text{ kV}$. Das CEM liegt auf einem Potenzial von $\Phi_{\text{el}} = -2,45 \text{ kV}$. Damit beträgt die kinetische Energie eines einfach positiv geladenen Teilchens beim Auftreffen im CEM $E_{\text{kin}} = 1,86 \text{ keV}$.

Ionentrajektorien und Detektionsvolumen

Bei dem photoassoziativen Ionisationsprozess (Kapitel 3) entstehen als Ionisationsfragmente ein Molekülion Rb_2^+ und ein Elektron. Für den Nachweis eines Ionisationsereignisses sollen hier die Molekülionen mittels des CEM detektiert werden. In Abbildung 5.15 sind Ionentrajektorien der Molekülionen Rb_2^+ für die exakten inhomogenen Feldgeometrien des elektrischen und magnetischen Feldes dargestellt. Das Magnetfeld beträgt hier im Fallenzentrum $1008,4 \text{ G}$.

Die Flugbahn $\vec{r}(t)$, die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die kinetische Energie eines im Fallenzentrum startenden ionisierten Dimers Rb_2^+ sind in Abbildung 5.16 aufgetragen. Die

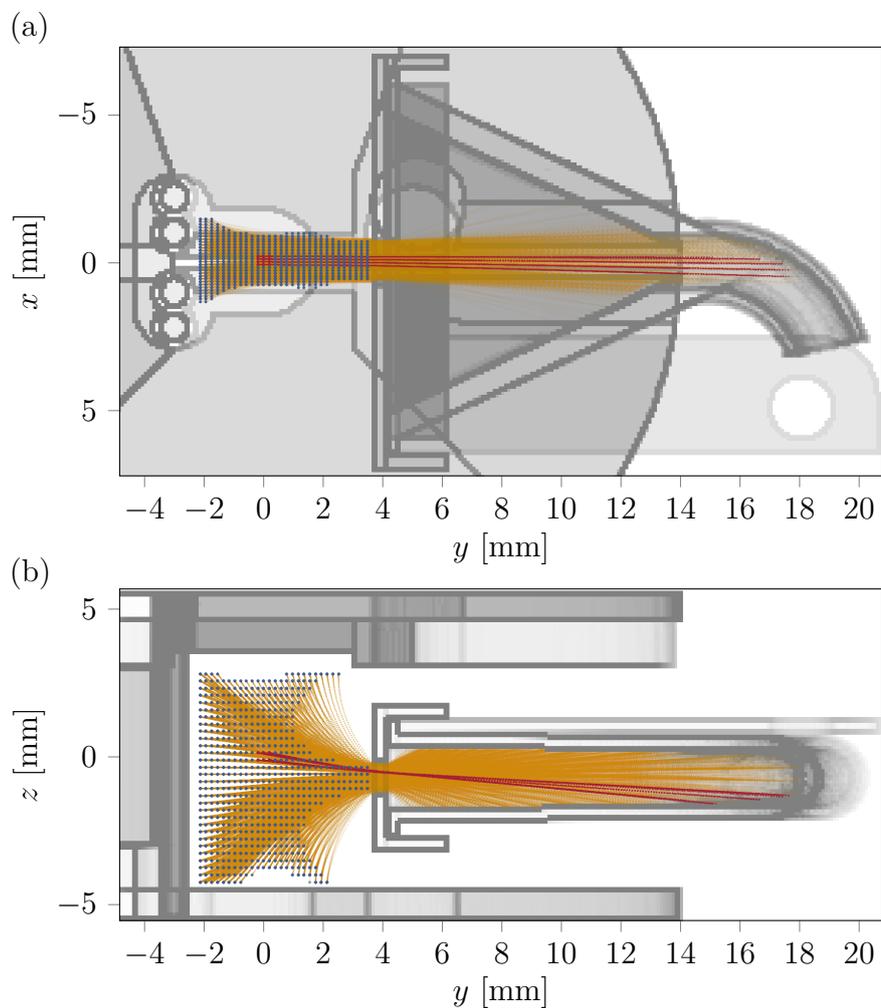


Abbildung 5.15: Projektion auf (a) die xy -Ebene und (b) die zy -Ebene der berechneten Ionentrajektorien für ein ionisiertes Dimer Rb_2^+ , welche von verschiedenen Positionen starten (blaue Punkte). Das Magnetfeld beträgt im Ursprung 1008,4 G. Trajektorien, die aus einem Bereich von $240 \mu\text{m}$ um die Fallenposition (Ursprung) starten, sind rot markiert. Das Detektionsvolumen besitzt eine Ausdehnung in x -Richtung von ± 1 mm, in z -Richtung ist das Detektionsvolumen praktisch nicht beschränkt und in y -Richtung erkennt man den Einfluss der Blende.

gesamte Flugzeit eines im Fallenzentrum startenden Rb_2^+ Teilchens bis zum Erreichen der Blende beträgt dabei 190 ns. Nach 20 ns hat es jedoch schon die Wolke mit einem typischen Radius von 30 μm durchdrungen. Für ein einfaches Rb^+ -Ion beträgt die Flugzeit bis zum Detektor 140 ns, und es hat die Wolke nach 14 ns verlassen.

Neben den bereits in den Simulationen berücksichtigten Einflüssen des Magnetfeldes auf die Ionentrajektorien bleibt zu klären, ob das Magnetfeld im Inneren des CEMs auch einen Einfluss auf die Detektionseffizienz hat. Dieser Einfluss eines Magnetfeldes auf einen Kanal-Elektronenvervielfacher wurde in [168–170] untersucht. Dort wird beschrieben, dass CEM bei äußeren Magnetfeldern bis zu einigen hundert Gauß betrieben werden können. Bei einer festen Verstärkungsspannung sinkt ab einem kritischen Magnetfeld jedoch die Detektionseffizienz. Der Einfluss auf die Detektionseffizienz ist dabei von der Orientierung des Magnetfeldes und der exakten geometrischen Form der kontinuierlichen Dynode abhängig. Deshalb sind CEM unterschiedlicher Bauform nur schwer miteinander vergleichbar. Die Hauptschwierigkeit, die beim Betrieb eines Kanal-Elektronenvervielfachers in einem Magnetfeld auftritt, besteht darin, dass ein endlicher Gyroradius der Elektronen dazu führen kann, dass sie wieder auf die Dynode treffen, ohne ausreichend im elektrischen Feld beschleunigt worden zu sein. Dies führt zu einer Verringerung des effektiven sekundären Emissionskoeffizienten und damit zu einer geringeren Verstärkung des CEM. Dieser Effekt kann durch Erhöhen der Verstärkungsspannung des CEM kompensiert werden.

In Abbildung 5.16(d) ist das magnetische Feld entlang der Trajektorie dargestellt. Hier liegt das magnetische Feld in z -Richtung an, ist also senkrecht zum Detektor orientiert. Diese Komponente des Magnetfeldes B_z fällt jedoch nach Durchqueren der Blende stark ab. Aufgrund der fokussierenden Wirkung der Blende treffen Ionen, die aus dem Fallenzentrum starten, weit hinten im Trichter beziehungsweise im Kanal des CEM auf. Am Auftreffpunkt im CEM Trichter ist der Betrag des Magnetfeldes bereits auf unter 40 G abgefallen und fällt in Richtung Anode weiter ab. Die Kaskadierung der Sekundärelektronen findet also bei moderaten Feldern statt. Somit ist der zu erwartende Einfluss des Magnetfeldes auf die Funktionsweise des CEM gering. Dies konnte durch die in Abschnitt 6.3 vorgestellten Ionisationsspektren bei magnetischen Offsetfeldern bis zu 1200 G experimentell bestätigt werden.

Das elektrische Feld entlang der Trajektorie ist in Abbildung 5.16(e) dargestellt. Man erkennt hier deutlich, dass in diesen Simulationen die Teilchen nach Durchqueren der Blende keinerlei Beschleunigung mehr erfahren, da hier, wie in Abschnitt 5.5.1 diskutiert, das elektrische Feld verschwindet, beziehungsweise das elektrische Potenzial konstant ist.

Im Fallenzentrum beträgt der Betrag des elektrischen Feldes $|\vec{E}| = 3 \text{ kV/cm}$.

Das Detektionsvolumen ist das Volumen, aus dem startende Ionen detektiert werden können. Dieses Volumen wurde bestimmt, indem die Startpositionen der Teilchen auf

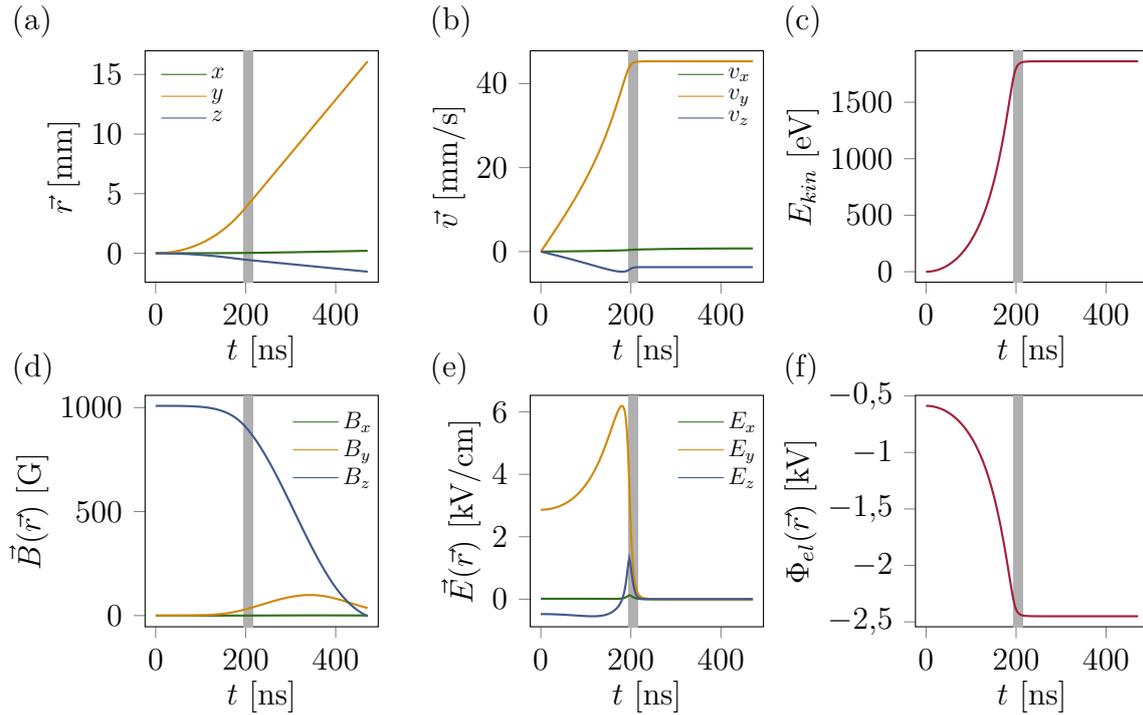


Abbildung 5.16: (a) Zeitlicher Verlauf der Position (x,y,z) eines ionisierten Dimers Rb_2^+ , (b) dessen Geschwindigkeitskomponenten (v_x,v_y,v_z) und (c) dessen kinetische Energie E_{kin} auf seiner Trajektorie vom Fallenzentrum zum CEM. In (d) ist das Magnetfeld am Ort des Ions $\vec{B}(\vec{r}(t))$ in (e) das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}(t))$ und in (f) das lokale Potenzial $\Phi_{el}(\vec{r}(t))$ gegen die Flugzeit des Ions aufgetragen. Der grau eingefärbte Bereich markiert den Zeitpunkt, an dem das Ion die Blendenöffnung passiert.

einem Gitter mit Abstand $d_x = d = 100 \mu\text{m}$, $d_y = 2 \cdot d = 200 \mu\text{m}$, $d_z = 2,5 \cdot d = 250 \mu\text{m}$ gewählt wurden und diejenigen Trajektorien bestimmt wurden, welche die Blendenöffnung passieren und im CEM ankommen. Insgesamt wurden 27000 Teilchen simuliert. Das so bestimmte Detektionsvolumen ist in Abbildung 5.15 dargestellt. Es erstreckt sich in z -Richtung über den gesamten Raum zwischen den Spulenhältern. In x -Richtung besitzt es eine Ausdehnung von ± 1 mm und in y -Richtung erkennt man den Einfluss der Blende.

Das Detektionsvolumen wird dabei durch die angelegten Magnetfelder kaum beeinflusst, da das elektrische Extraktionsfeld die Bewegung der Ionen dominiert. Die Masse der simulierten Ionen hat hier ebenfalls nur einen geringen Einfluss auf die Ausdehnung des Detektionsvolumens. Diese Simulation zeigt, dass man in dieser Konfiguration Ionen verschiedener Masse und bei Magnetfeldern weit über 1000 G detektieren kann. Das große Detektionsvolumen macht das Setup gegenüber einer möglichen Verschiebung der Fallenposition ebenfalls unkritisch.

5.6 Experimenteller Zyklus

Der zeitliche Ablauf eines typischen experimentellen Zyklus ist in Abbildung 5.17 schematisch dargestellt. Zu Beginn des Zyklus werden zur Initialisierung des Experiments nötige Programmierungen diverser Laborgeräte vom Steuerrechner aus vorgenommen. Hierfür wird ein Zeitfenster von 4 s aufgewandt.

Zum Laden der magneto-optischen Falle werden die Rubidium-Dispenserquellen für 5 s aktiviert und emittieren thermische Rubidiumatome. Diese werden über eine Zeitdauer von 9 s in einer magneto-optischen Falle gefangen. Das Ende der MOT-Phase bildet der Transfer der Atome durch optisches Pumpen in den vollgestreckten Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

Nun können die Atome in einer magnetischen Quadrupolfalle gespeichert werden. Mittels eines magnetischen Transfers werden die Atome räumlich in die Ioffe-Falle überführt. Hier ist das Fallenminimum 1 mm in Richtung der Ioffe-Drähte verschoben und die Fallenfrequenzen betragen $\omega_x = 2\pi \cdot 195$ Hz, $\omega_y = 2\pi \cdot 50$ Hz und $\omega_z = 2\pi \cdot 202$ Hz. Nach einer Spin-Reinigung, bei der mittels Mikrowellenübergängen der eventuell noch vorhandene, jedoch unerwünschte Zustand $|2, 1\rangle$ entleert wird, werden die Atome evaporativ gekühlt. Hierauf folgt der Transfer in die flache Ioffe-Fallen Konfiguration, um die Fallenposition in das Zentrum des Fallenspulenpaars zu verschieben [140]. Hier beträgt die Temperatur des atomaren Ensembles unter 1 μ K.

Durch langsames lineares Erhöhen der Dipolfallenlaserleistung werden die Atome adiabatisch in eine gekreuzte optische Dipolfalle umgeladen. Da die Atome nun optisch gefangen sind, wird die Ioffe-Falle ausgeschaltet. Die Fallenfrequenzen in der flachen Magnetfalle ($\omega_x = 2\pi \cdot 50$ Hz, $\omega_y = 2\pi \cdot 37$ Hz, $\omega_z = 2\pi \cdot 62$ Hz) und der Dipolfalle ($\omega_x = 2\pi \cdot 49$ Hz, $\omega_y = 2\pi \cdot 152$ Hz, $\omega_z = 2\pi \cdot 158$ Hz) sind unterschiedlich, durch adiabatische Kompression steigt die Temperatur auf 3 μ K. Die Fallenspulen werden nun in Helmholtz-Konfiguration bestromt, um ein homogenes Magnetfeld von 4 G zu erzeugen. Dies ermöglicht zur weiteren optionalen Spinpräparation die Durchführung eines selektiven Landau-Zener-Transfers mittels Mikrowelle in den absoluten Grundzustand $|F = 1, m_F = 1\rangle$.

Hier können nun verschiedene Experimente bei magnetischen Offsetfeldern von bis zu 1200 G bei gleichzeitiger *in situ* Beobachtung mittels Zwei-Farben-Photoionisation oder photoassoziativer Ionisation erfolgen. Details hierzu werden in Kapitel 6 und 7 diskutiert.

Nach Ablauf des Experiments erfolgt eine herkömmliche Absorptionsabbildung, bei der der Schattenwurf der atomaren Wolke mittels eines resonanten Laserstrahls auf eine CCD-Kamera abgebildet wird. Dazu wird die Wolke typischerweise für eine gewisse Flugzeit (TOF³⁹) fallen gelassen und anschließend abgebildet. Zusätzlich werden auch

³⁹engl. *time of flight*

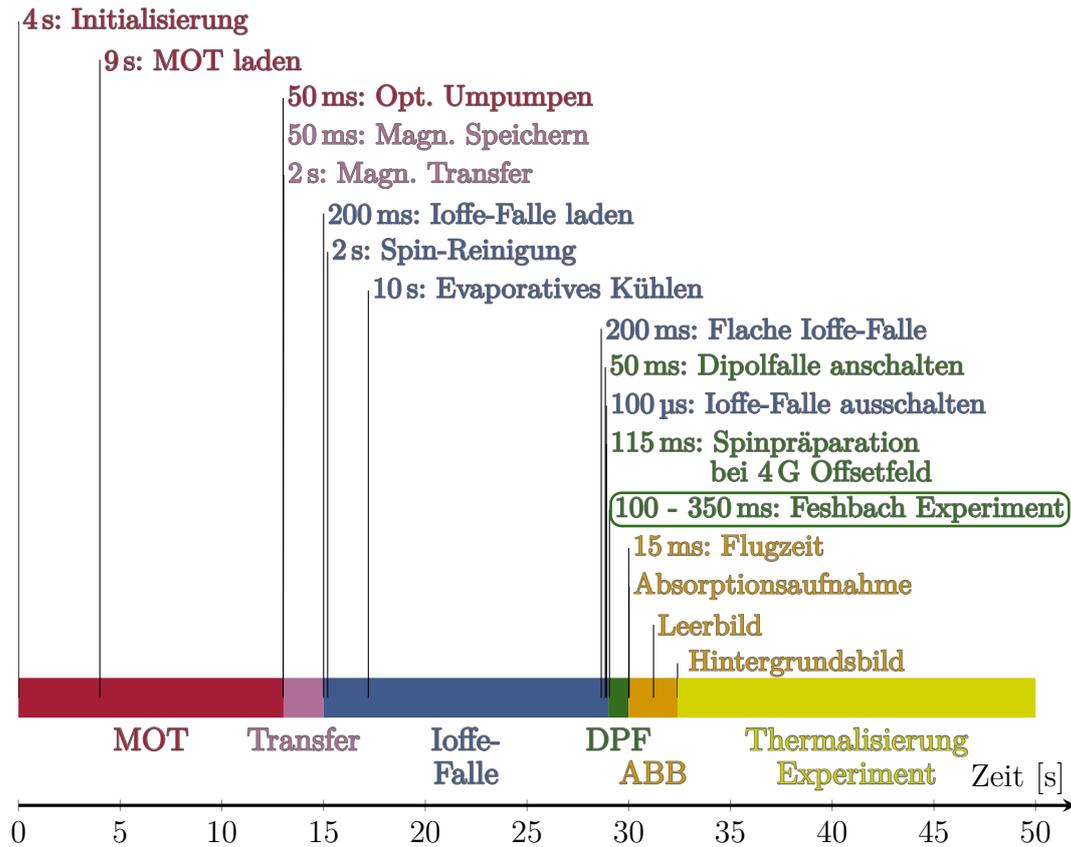


Abbildung 5.17: Schematische Darstellung des zeitlichen Ablaufs des experimentellen Zyklus, aufgeteilt in die einzelnen Phasen MOT, Transfer, Ioffe-Falle, Dipolfalle (DPF), Abbildung (ABB) und thermische Relaxation.

noch ein Leerbild ohne Atome und ein Hintergrundbild ohne Licht aufgenommen, die dann mit dem eigentlichen Signalbild verrechnet werden und damit eine Bestimmung der Atomzahl und der Temperatur des Ensembles erlauben [1].

Der Zyklus endet mit einer ungefähr 8 s andauernden Thermalisierungsphase, da während einer Messung bei hohen magnetischen Offsetfeldern Leistungen von einigen Watt in den apparativen Aufbau in Form von Wärme eingebracht werden.

Der gesamte Zyklus hat damit eine Dauer von 50 s. Die meiste Zeit wird dabei für die Präparation des ultrakalten atomaren Ensembles und die thermische Relaxation des apparativen Vakuumaufbaus aufgewendet. Das eigentliche Experiment findet in einem Zeitfenster von nur wenigen Millisekunden statt. Hier wird nun der Vorteil einer nicht destruktiven *in situ* Messmethode klar ersichtlich. Durch eine Echtzeitbeobachtung des atomaren Ensembles mittels Photoionisation (vergleiche Kapitel 6) beziehungsweise photoassoziativer Ionisation (vergleiche Kapitel 7) ist es hier möglich, mit nur einem Präparationszyklus die Reaktion des atomaren Ensembles auf sich verändernde äußere Einflüsse und die damit verbundenen Änderungen der Eigenschaften des Ensembles zu beobachten.

6 Charakterisierung des Ionendetektors mittels Zwei-Farben-Photoionisation

Für die Charakterisierung des Ionendetektors wurde auf ein bekanntes Photoionisationsverfahren, die Zwei-Farben-Photoionisation, zurückgegriffen, welche in Abschnitt 6.1 vorgestellt wird. Die theoretische Beschreibung der Übergangsraten des Ionisationsprozesses wird in Abschnitt 6.1.2 beschrieben. Der Einfluss von magnetischen Offsetfeldern auf die Übergangsfrequenzen und die Übergangsstärken werden in Abschnitt 6.1.3 theoretisch diskutiert. In Abschnitt 6.2 wird der experimentelle Aufbau der für den Zwei-Farben-Photoionisationsprozesses benötigten Laser beschrieben. Um die Funktionsweise des Ionendetektionssystems bei magnetischen Offsetfeldern zu überprüfen, werden in Abschnitt 6.3 Messungen von Ionisationsspektren bei magnetischen Feldern von bis zu 1200 G vorgestellt. Eine charakteristische Größe eines Ionendetektionssystems ist die Detektionseffizienz. Diese wurde in Abschnitt 6.4 bestimmt.

6.1 Zwei-Farben-Photoionisation

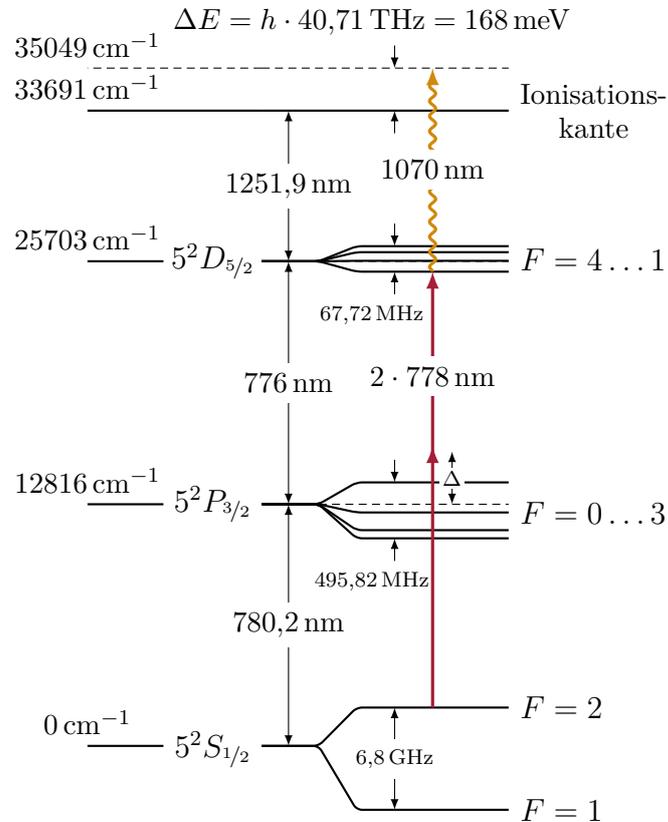


Abbildung 6.1: Termschema von ^{87}Rb . Zu beachten ist die invertierte Hyperfeinstruktur des $5^2D_{5/2}$ Zustands. Die Frequenzen sind [126, 171, 172] entnommen. Der Zwei-Farben-Photoionisationsprozess ist über die Zwei-Photonen-Anregung des 778 nm-Lasers in den $5^2D_{5/2}$ -Zustand und anschließender Ionisation durch den 1070 nm-Laser dargestellt.

Neutralatome können zustandsselektiv mittels eines Mehrphotonenprozesses ionisiert werden. Für ^{87}Rb Atome lässt sich solch eine Multiphotonen-Ionisation wie folgt realisieren. Zunächst werden die Atome mittels eines Zweiphotonen-Übergangs bei einer Wellenlänge von 778 nm vom $5^2S_{1/2}$ -Grundzustand in den $5^2D_{5/2}$ -Zustand angeregt. Mit einer Verstimmung von nur 2 nm zum $5^2P_{3/2}$ -Zwischenniveau ist dieser Übergang resonant überhöht. Von dort aus werden die Atome mit einem weiteren Photon, welches der Dipolfalle entstammt, mit einer Wellenlänge von $\lambda = 1070 \text{ nm}$ ionisiert. [48, 49, 173] In Abbildung 6.1 ist dieser Zwei-Farben-Photoionisationsprozess dargestellt.

6.1.1 Energieübertrag auf die Ionisationsfragmente

Die Überschussenergie ΔE ist die Energiedifferenz von der beim Photoionisationsprozess übertragenen Energie zur Ionisationskante. Entsprechend Abbildung 6.1 beträgt diese $\Delta E = 168 \text{ meV}$. Sie wird in Form von kinetischer Energie auf die Ionisationsfragmente, also das Ion und das Elektron, übertragen [174]. Die auf das Ion übertragene Überschussenergie ergibt sich zu $\Delta E_{\text{Ion}} = \left(\frac{m_e}{m_e + m_{\text{Ion}}}\right) \cdot \Delta E$, der Rest geht an das Elektron über. Aufgrund des enormen Massenverhältnisses von $\frac{m_e}{m_{\text{Rb}}} = 6,3 \cdot 10^{-6}$ geht somit der Hauptteil der Energie an das Elektron über. Auf das Ion wird lediglich eine kinetische Energie von $1,1 \text{ } \mu\text{eV}$ übertragen.

Die Energie, die durch den Impulsübertrag der Photonen während des Dreiphotonenübergangs übertragen wird, $E_{\text{Impuls, ges}} = 2 \cdot \frac{(\hbar k_{778 \text{ nm}})^2}{2m} + \frac{(\hbar k_{1070 \text{ nm}})^2}{2m} = 2 \cdot 15,6 \text{ peV} + 8,3 \text{ peV}$, ist um ein Vielfaches geringer und kann gänzlich vernachlässigt werden.

6.1.2 Übergangsraten

Die Übergangsrate eines einzelnen Atoms für den Zweiphotonen-Übergang ist nach [49, 147, 175] gegeben durch

$$R_{778 \text{ nm}} = \frac{\Omega_{\text{SP}}^2 \Omega_{\text{PD}}^2}{4\Delta^2} \cdot \frac{1}{(\gamma_{5\text{D}} + R_{1070 \text{ nm}})} \propto I_{778 \text{ nm}}^2. \quad (6.1.1)$$

Dabei ist $\gamma_{5\text{D}} = 2\pi \cdot 667 \text{ kHz}$ [176] die natürliche Zerfallskonstante des angeregten Zustands und $\Delta = 2\pi \cdot 1,1 \text{ THz}$ die Verstimmung zum nahresonantesten Zwischenniveau $5^2\text{P}_{3/2}$. Die involvierten resonanten Rabifrequenzen Ω_{SP} und Ω_{PD} zwischen den Zuständen $5^2\text{S}_{1/2}$ - $5^2\text{P}_{3/2}$ und $5^2\text{P}_{3/2}$ - $5^2\text{D}_{5/2}$ können aus den zugehörigen reduzierten Dipolmatrixelementen der Übergänge berechnet werden. Die Zweiphotonen-Übergangsrate ist damit proportional zum Quadrat der Intensität des Zweiphotonen-Lasers.

Für ein einzelnes Atom ergibt sich diese Rate im Zentrum der Falle ($I = \frac{2P}{\pi w_0^2}$) für den im Experiment realisierten Fall¹ zu $R_{778 \text{ nm}} = 150 \text{ s}^{-1} \cdot (P_{778 \text{ nm}}/\text{mW})^2$. Man kann damit über die Leistung ($0 - 20 \text{ mW}$) des Zweiphotonen-Lasers eine Rate von maximal $1 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ erreichen. Die Ionenzählrate ist proportional zu dieser Zweiphotonen-Übergangsrate und kann damit über die Leistung des Zweiphotonen-Lasers eingestellt werden.

Die Übergangsrate eines einzelnen Atoms von $5^2\text{D}_{5/2}$ ins Kontinuum kann nach [177] durch den Ionisationsquerschnitt σ_{ion} und die Photonenflussdichte Φ berechnet werden:

$$R_{1070 \text{ nm}} = \sigma_{\text{ion}} \cdot \Phi = \frac{\sigma_i I_{1070 \text{ nm}}}{\hbar \omega_{1070 \text{ nm}}}. \quad (6.1.2)$$

Der Ionisationsquerschnitt beträgt hier $\sigma_{\text{ion}} = 17,5 \cdot 10^{-22} \text{ m}^2$ [177]. Mit den Strahlparametern der Dipolfalle ergibt sich die Ionisationsrate im Fallenzentrum zu $R_{1070 \text{ nm}} = 3,7 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$.

¹Realisierte Strahltaile des Zweiphotonen-Lasers $w_0 = 100 \text{ } \mu\text{m}$. Details siehe Abschnitt 6.2.3.

Diese sollte im Idealfall die spontane Zerfallsrate des $5^2D_{5/2}$ -Zustands $\gamma_{5D} = 4,2 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ übertreffen. Damit wäre gewährleistet, dass die Wahrscheinlichkeit, ein in diesem Zustand befindliches Atom zu ionisieren, die Wahrscheinlichkeit eines Zerfalls dominiert. Im vorliegenden Experiment sind beide von vergleichbarer Größenordnung. Da die maximale Leistung des Dipolfallenlasers hier jedoch schon ausgeschöpft wird, könnte eine Erhöhung der Ionisationsrate nur durch ein Verringern der Strahltaillen ermöglicht werden. Dies ginge jedoch auf Kosten einer Erhöhung der Temperatur des atomaren Ensembles, was vermieden werden sollte. Prinzipiell können Zerfälle des $5^2D_{5/2}$ -Zustands zurück in den Grundzustand für ein ungewünschtes Umpumpen der Atome in andere Spinzustände oder sogar für einen Zerfall in den anderen Feinstrukturzustand des Grundzustands sorgen. Im speziellen Fall einer Zweiphotonen-Anregung $F = 2 \rightarrow F' = 4$ ist der Zerfall in den absoluten Grundzustand $F = 1$ jedoch übergangsverboten. Damit bleibt der durch den Zerfall bedingte Energieübertrag auf das Atom von $2 \cdot E_{\text{recoil}} = 2 \cdot 0,18 \text{ } \mu\text{K}$, der jedoch um einen Faktor 60 kleiner ist als die Tiefe der Dipolfalle (vergleiche Abschnitt 5.3). Umgepumpte Atome gehen damit nicht verloren, sondern sorgen lediglich für ein Heizen des Ensembles. Da die Zerfallsrate des $5^2D_{5/2}$ -Zustands in unserem Experiment jedoch genauso groß ist wie die Ionisationsrate, führt statistisch jede zweite Zweiphotonen-Anregung zu einer Ionisation, womit das Aufheizen des Ensembles durch im Mittel einen unerwünschten Zerfall pro Atom zu vernachlässigen ist.

6.1.3 Energieverschiebung und Übergangsrate des Zweiphotonen-Übergangs im Magnetfeld

Für die theoretische Beschreibung des Zwei-Farben-Photoionisationsprozesses, auch bei angelegten Magnetfeldern, ist die Kenntnis der Energieverschiebung der drei involvierten Feinstrukturzustände $5^2S_{1/2}$, $5^2P_{3/2}$ und $5^2D_{5/2}$ unerlässlich. Die Berechnung einer effektiven Rabi-Frequenz des Zweiphotonen-Übergangs liefert eine Abschätzung für die Ionisationsrate in Abhängigkeit vom Magnetfeld und der involvierten Zustände.

Energieverschiebung im Magnetfeld

Für die Berechnung der Energieverschiebung im magnetischen Feld von Feinstruktur-Zuständen mit Drehimpuls $J \neq 1/2$ muss der Wechselwirkungshamilton $H_{\text{HFS}} + H_{\text{B}}$ (vgl. Abschnitt 5.1.2) numerisch diagonalisiert werden. Zur Aufstellung der zugehörigen Matrizen wurde als Basis die $|m_I, m_J\rangle$ -Basis gewählt. Die Diagonalisierung liefert die Eigenwerte und die Eigenvektoren in Abhängigkeit von dem magnetischen Feld. Dabei beschreiben die Eigenwerte die Energieverschiebung im Magnetfeld und die resultierenden Energieeigenzustände sind durch die Superposition $\sum_{m_I, m_J} a_{m_I, m_J} |m_I, m_J\rangle$, mit den zugehörigen Entwicklungskoeffizienten a_{m_I, m_J} , gegeben.

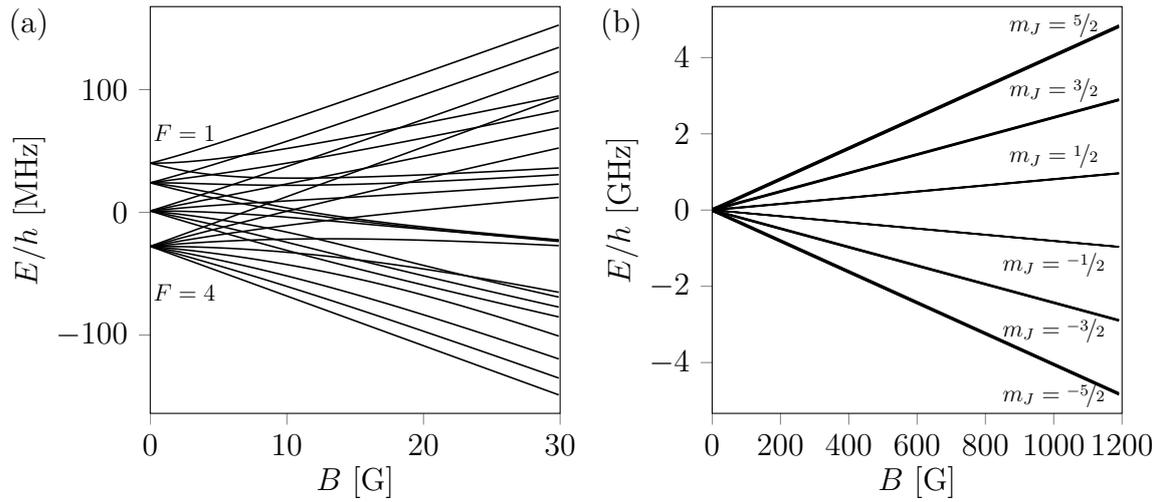


Abbildung 6.2: Darstellung der Energieverschiebung des $5^2D_{5/2}$ -Zustands im Magnetfeld. (a) Vergrößerte Darstellung für kleine Magnetfelder. Man erkennt hier, dass der Zeeman-Bereich, also der Bereich, in dem die Energieverschiebung linear zum Magnetfeld ist (siehe Abschnitt 5.1.2), nur für Magnetfelder kleiner 1 G gegeben ist. (b) Der Hyperfein Paschen-Back-Bereich wird oberhalb 50 G erreicht, hier verlaufen die Energien wiederum linear im Magnetfeld. Die Zustände mit derselben Quantenzahl m_J liegen dicht nebeneinander in Vierergruppen mit $m_I = -3/2 \dots 3/2$.

In Abbildung 6.2 ist die Energieverschiebung des $5^2D_{5/2}$ -Zustands gegen das Magnetfeld aufgetragen. Die magnetische Dipolkonstante beträgt hier $A_{\text{HFS}} = h \cdot -7,4605 \cdot 10^6$ MHz und die elektrische Quadrupolkonstante $B_{\text{HFS}} = h \cdot 1,2713 \cdot 10^6$ MHz [171, 172]. Die negative magnetische Dipolkonstante führt hier zu einer invertierten Hyperfeinstruktur. Für das Zwischenniveau $5^2P_{3/2}$ gilt für die magnetische Dipolkonstante $A_{\text{HFS}} = h \cdot 84,7185 \cdot 10^6$ MHz und die elektrische Quadrupolkonstante $B_{\text{HFS}} = h \cdot 12,4965 \cdot 10^6$ MHz [178].

Effektive Rabifrequenzen im Magnetfeld

Die effektive Rabifrequenz für den betrachteten Zweiphotonen-Übergang $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2D_{5/2}$ ist gegeben durch

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_{\text{SP}}\Omega_{\text{PD}}}{2\Delta}. \quad (6.1.3)$$

Die Rabifrequenz eines optischen Übergangs zweier Zustände $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ ist dabei gegeben durch [146]

$$\Omega = \frac{E}{\hbar} \sum_q \langle e | d_q | g \rangle, \quad (6.1.4)$$

mit dem Dipoloperator d_q , wobei mit $q = 0$ die π -Übergänge, mit $q = 1$ die σ^+ - und mit $q = -1$ die σ^- -Übergänge beschrieben werden.

Im Magnetfeld liegen die involvierten Zustände als Superposition der $|m_I, m_J\rangle$ -Zustände vor

$$\begin{aligned} |g\rangle &= \sum_{m_I, m_J} a_{m_I, m_J} |m_I, m_J\rangle \\ |e\rangle &= \sum_{m'_I, m'_J} a_{m'_I, m'_J} |m'_I, m'_J\rangle. \end{aligned} \quad (6.1.5)$$

Da der Dipoloperator nicht auf die Freiheitsgrade des Kerns wirkt, folgt für das Dipolmatrixelement

$$\langle e | d_q | g \rangle = \sum_{m_J, m_I} \sum_{m'_J, m'_I} a_{m_I, m_J} a_{m'_I, m'_J}^* \langle J', m_{J'} | d_q | J, m_J \rangle \langle m_{I'} | m_I \rangle. \quad (6.1.6)$$

Mithilfe des Wigner-Eckhart-Theorems [87, 146] erhält man nun die Verbindung zum reduzierten Matrixelement $\langle J' || d || J \rangle$, das allein durch die J -Quantenzahl bestimmt ist,

$$\langle J', m_{J'} | d_q | J, m_J \rangle = (-1)^{(J'-m_{J'})} \sqrt{2J'+1} \langle J' || d || J \rangle \begin{pmatrix} J' & 1 & J \\ -m_{J'} & q & m_J \end{pmatrix}. \quad (6.1.7)$$

Die Klammer stellt hier das Wigner 3-j-Symbol dar und ist gegeben durch

$$\begin{pmatrix} J' & 1 & J \\ -m_{J'} & q & m_J \end{pmatrix} = \frac{(-1)^{(J'-1-m_J)}}{\sqrt{2J+1}} \langle J', -m_{J'}; 1, q | J, m_J \rangle. \quad (6.1.8)$$

Theoretisch berechnete Werte des reduzierten Dipolmatrixelementes ergeben sich nach [179] für den Übergang $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ zu

$$\left| \langle 1/2 || \vec{d} || 3/2 \rangle \right| = \frac{1}{\sqrt{2J+1}} \cdot 5,956 \cdot ea_0 = 3,57 \cdot 10^{-29} \text{ Cm} \quad (6.1.9)$$

und für den Übergang $5^2P_{3/2} \rightarrow 5^2D_{5/2}$ zu

$$\left| \langle 3/2 || \vec{d} || 5/2 \rangle \right| = \frac{1}{\sqrt{2J+1}} \cdot 2,334 \cdot ea_0 = 9,89 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}. \quad (6.1.10)$$

Durch Kenntnis der genauen Lage der einzelnen Zustände im Magnetfeld lässt sich auch die Verstimmung Δ in Gleichung (6.1.3) zum $5^2P_{3/2}$ -Zwischenniveau magnetfeldabhängig berechnen. Auf diese Weise kann die effektive Rabifrequenz des Zweiphotonen-Übergangs, Gleichung (6.1.3), über den hier relevanten Magnetfeldbereich hinweg bestimmt werden. Nach Gleichung (6.1.1) ergibt sich die Zweiphotonen-Übergangsrate durch Teilen der effektiven Rabifrequenz mit der Lebensdauer des $5^2D_{5/2}$ -Zustands, welche sich aus der Zerfallsrate γ_{5D} und der Ionisationsrate $R_{1070 \text{ nm}}$ zusammensetzt

$$R_{778 \text{ nm}} = \Omega_{\text{eff}} \cdot \frac{1}{\gamma_{5D} + R_{1070 \text{ nm}}}. \quad (6.1.11)$$

Zur optischen Darstellung der Spektren setzt man an Stellen der berechneten Übergangsenergien nun eine Gaußkurve, deren Amplitude der jeweiligen Übergangsrate $R_{778 \text{ nm}}$ entspricht. Für die Breite dieser Gaußkurven wurde $\sigma = 1,5 \text{ MHz}$ gewählt. Damit lassen sich theoretische Spektren berechnen, die zum Vergleich mit den Messungen in Abschnitt 6.3 herangezogen werden.

6.2 Laseraufbau und 5D-Spektroskopie

Für die experimentelle Realisierung des Zwei-Farben-Photoionisationsprozesses musste ein Lasersystem für die Anregung der Atome in den $5^2D_{5/2}$ -Zustand neu aufgebaut werden. Aufgrund der geringen natürlichen Lebensdauer dieses Zustands von $\gamma_{5D} = 2\pi \cdot 667 \text{ kHz}$ wurden hierfür sogenannte *Cateye*-Laser mit einer geringeren Linienbreite von $\Delta\nu < 150 \text{ kHz}$ verwendet. Details zum Aufbau dieser Laser findet sich in Anhang B.1. Als Frequenzreferenz dient hier eine dopplerfreie Zweiphotonen-Spektroskopie. Mittels einer Stabilisierung des Zweiphotonen-Ionisationslasers über eine optische Schwebung mit der Referenz kann die Frequenz dieses Lasers im Experiment variiert werden. Zur Photoionisation des atomaren Ensembles aus der Dipolfalle wird der Zweiphotonen-Ionisationslaser mit einem Ast der gekreuzten Dipolfallenlaserstrahlen überlagert.

6.2.1 5D-Zweiphotonen-Spektroskopie zur Frequenzstabilisierung des Referenzlasers

Der Referenzlaser wird auf eine dopplerfreie Zweiphotonen-Spektroskopie des $5^2S_{1/2}$ - $5^2D_{5/2}$ Übergangs in ^{85}Rb stabilisiert [180–183]. In Abbildung 6.3 ist das Anregungs- und Zerfallsschema und das zu diesem Übergang zugehörige Termschema beider relevanter Rubidiumisotope abgebildet.

Der Strahlengang des Lasersystems für die Ionisation ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Der Strahl des Referenzlasers wird mittels eines $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchens und eines polarisierenden Strahlteilers aufgeteilt. Ein kleiner Teil des Lichts von nur 1 mW wird hier abgezweigt und für die Stabilisierung des Zweiphotonen-Ionisationslasers mittels optischer Schwebung genutzt.

Der Hauptteil der Intensität des Referenzlasers wird jedoch für die Spektroskopie verwendet. Hierfür wird der Laserstrahl mittels eines $\lambda/4$ -Verzögerungsplättchens zirkular polarisiert und anschließend mittels eines 1:1 Teleskops, bestehend aus zwei Linsen mit einer Brennweite von $f = 100 \text{ mm}$, durch die Rubidium-Spektroskopiezelle fokussiert und dahinter wieder rekollimiert. Der Strahl wird dann mittels eines Spiegels retroreflektiert, um gegenläufige Strahlen für die dopplerfreie Spektroskopie zu erhalten. Im Fokus der beiden Strahlen wird eine Rubidium-Spektroskopiezelle mit einer Länge von 100 mm platziert. Diese ist auf 90°C geheizt und enthält dem natürlichen Isotopenverhältnis entsprechend 72,2% ^{85}Rb und 27,8% ^{87}Rb [184] bei einem Dampfdruck von 12,3 mPa. Der dopplerfreie Zweiphotonen-Übergang wird durch Detektion des Fluoreszenzlichts bei $\lambda = 420 \text{ nm}$, welches bei der Zerfallskaskade von $5^2D_{5/2}$ über $6^2P_{3/2}$ nach $5^2S_{1/2}$ emittiert wird (vergleiche Abbildung 6.3(a)), beobachtet.

Dieses Fluoreszenzlicht wird mittels einer kurzbrennweitigen Linse $f = 30 \text{ mm}$ auf-

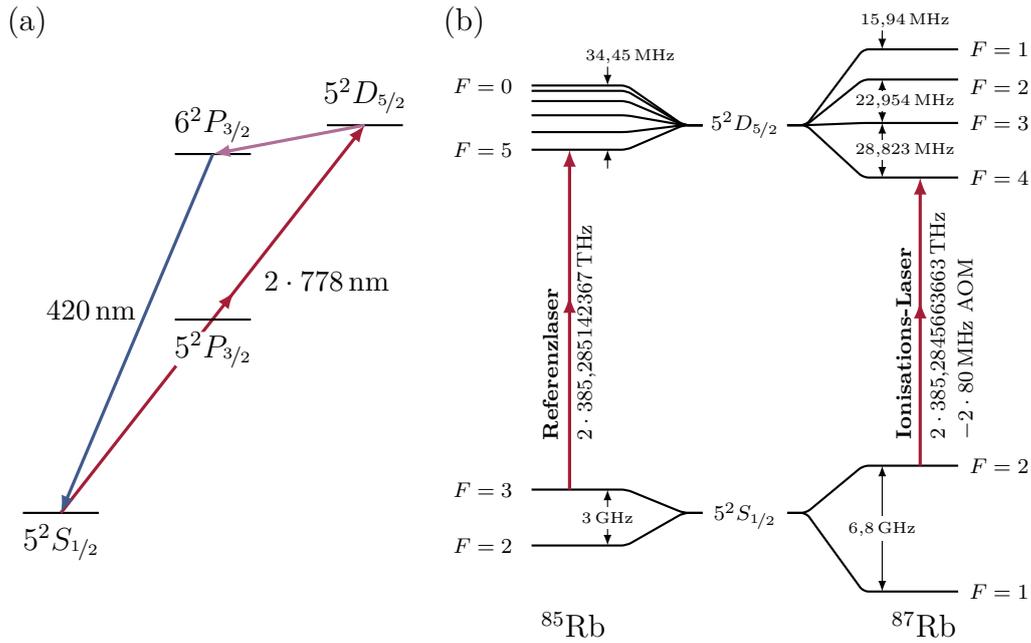


Abbildung 6.3: (a) Zweiphotonen Anregung des 5D-Zustands und Zerfallskaskade über 6P nach 5S, hierbei wird ein Photon bei $5,2\ \mu\text{m}$ und ein Weiteres bei $420\ \text{nm}$ emittiert. (b) Termschema von ^{85}Rb und ^{87}Rb . Der verwendete Übergang $F = 3 \rightarrow F' = 5$ für die Stabilisierung des Referenzlasers in ^{85}Rb und der Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 4$ des Zweiphotonen-Ionisationslasers sind eingezeichnet. Die Frequenzen sind [126, 171, 172] entnommen.

gesammelt und auf einen Photoelektronenvervielfacher² (PMT³) fokussiert, da diese Detektoren in diesem Wellenlängenbereich die sensitivsten Detektoren darstellen. Um gegenüber Streulicht unempfindlich zu werden, wurde hier ein PMT verbaut, dessen spektrale Empfindlichkeit nur bis zu einer Wellenlänge von $\lambda = 633\ \text{nm}$ reicht. Zusätzlich wurde das Fluoreszenzlicht mittels eines optischen Bandpassfilters⁴ bei $420\ \text{nm}$ mit einer spektralen Breite von $\Delta\lambda = 10\ \text{nm}$ gefiltert.

Um den Laser direkt auf eine Resonanz zu stabilisieren, wird eine Lock-in-Technik verwendet [180]. Dazu wird der Strom der Laserdiode mit $120\ \text{kHz}$ moduliert. Als Referenzoszillator dient hierbei der Referenzgang des Lock-In-Verstärkers⁵. Dieser wird genutzt, um das elektrische Signal des PMT wieder zu demodulieren. Das so erzeugte dispersive Fehlersignal wird genutzt, um mittels einer Regelschleife den Piezospiegel des hier verwendeten *Cateye*-Lasers zu regeln und den Laser auf die Zweiphotonen-Resonanz zu stabilisieren.

²Hamamatsu, H10425

³engl. *photo multiplier tube*

⁴Edmund Optics GmbH, 65136

⁵FEMTO Messtechnik GmbH, LIA-MVD-200-H mit Sinus Oscillator Module SOM-1

6.2.2 Frequenzstabilisierung des Zweiphotonen-Ionisationslasers

Der Referenzlaser wird nun genutzt, um den im Experiment zu verwendenden Zweiphotonen-Ionisationslaser zu stabilisieren. An den Aufbau der Frequenzstabilisierung wurden dabei folgende Anforderungen gestellt. Die Frequenz des Zweiphotonen-Ionisationslasers soll im Experiment über einen weiten Bereich von mehreren 100 MHz frei einstellbar sein, da sich bei magnetischen Offsetfeldern die Resonanzfrequenzen der Übergänge ebenfalls um mehrere 100 MHz verschieben können (siehe Abschnitt 6.3). Zudem ist eine lineare Verstimmung der Laserfrequenz notwendig, um magnetfeldabhängige Ionisationsspektren aufzunehmen und die Lage der Resonanzen zu bestimmen.

Ein weiteres Kriterium bestand darin, dass eine Ionisation von beiden Feinstruktur-Zuständen ($F = 1$ und $F = 2$) des Grundzustands $5^2S_{1/2}$ aus möglich sein soll. Hierfür reicht es nicht nur aus, die Schwebungsfrequenz der Laser anzupassen, sondern es muss auch der Referenzlaser auf einen jeweils geeigneten anderen Übergang des ^{85}Rb -Isotops stabilisiert werden, damit die Differenzfrequenzen der beiden Laser immer im niedrigen GHz-Bereich sind und somit eine einfache Stabilisierung des Schwebungssignals ermöglichen. In Abbildung 6.3(b) ist das Termschema für die beiden relevanten Rubidium Isotope aufgetragen. Die jeweiligen Übergänge des Referenz- und Zweiphotonen-Ionisationslasers sowie die resultierenden Schwebungsfrequenzen sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst.

Zweiphotonen-Übergang in ^{87}Rb	$F = 1 \rightarrow F' = 3$	$F = 2 \rightarrow F' = 4$
Referenzübergang in ^{85}Rb	$F = 2 \rightarrow F' = 4$	$F = 3 \rightarrow F' = 5$
Schwebungsfrequenz	1253,2 MHz	-656 MHz

Tabelle 6.1: Übergänge des Referenz- und Zweiphotonen-Ionisationslasers sowie die zugehörigen Schwebungsfrequenzen.

Der Zweiphotonen-Ionisationslaser wird mittels einer optischen Schwebung auf den Referenzlaser stabilisiert. Eine schematische Darstellung des Strahlengangs ist in Abbildung 6.4 zu finden. Hierfür werden die beiden Laser überlagert und das resultierende Interferenzsignal mit einer schnellen Photodiode⁶ detektiert. Das resultierende elektrische Signal wird verstärkt⁷ und einem Frequenz-zu-Spannungskonverter⁸ zugeführt. Diesem so erzeugten Fehlersignal kann eine Spannung addiert werden, welche vom Echtzeit Digital-zu-Analog-Konverter (ADwin⁹) zum Steuern des Experiments stammt. Dessen Signal kann frei programmiert und variabel im Zyklus verändert werden. Damit

⁶Hamamatsu, G4176-03 mit 12 V Vorspannung durch Ferneinspeisung mittels Bias-Tee (Mini-Circuits, ZX85-12G-S+).

⁷Mini-Circuits, ZKL-1R5+

⁸E-Werkstatt, Nr. 6256 V3

⁹Jäger computergesteuerte Messtechnik GmbH, ADwin-Pro T9

lässt sich der Nulldurchgang des Fehlersignals verschieben und somit die zu regelnde Frequenzdifferenz der Laser. Das Fehlersignal wird einer Regelschleife¹⁰ zugeführt, die den Piezospiegel des Lasers regelt. Dies ermöglicht es, die Verstimmung des Zweiphotonen-Ionisationslasers, wie zuvor gewünscht, im Zyklus kontinuierlich zu ändern.

Ein akusto-optischer Modulator¹¹ dient dem schnellen Schalten des Zweiphotonen-Ionisationslasers. Der Laser wird hier in die 1. Ordnung gebeugt und erhält eine Frequenzverschiebung von 80 MHz. Diese Frequenzverschiebung fand bei der Berechnung der Schwebungsfrequenzen Berücksichtigung.

Nach dem Durchgang durch das AOM steht noch eine maximale Leistung des Zweiphotonen-Lasers von 20 mW zur Verfügung.

6.2.3 Strahlüberlagerung mit der Dipolfalle

Der Zweiphotonen-Ionisationslaser wird mittels eines dichroitischen Spiegels¹² einem Ast der Dipolfalle überlagert. Er besitzt eine zum Magnetfeld senkrecht orientierte lineare Polarisation und treibt damit zu gleichen Teilen σ^+ - wie σ^- -Übergänge.

Um den Einfluss des repulsiven Potenzials des Zweiphotonen-Ionisationslasers auf das Dipolfallenpotenzial möglichst gering zu halten, wurden die Strahlparameter des Lasers so angepasst, dass dessen $1/e^2$ -Strahlradius am Ort der Atome 100 μm beträgt. Bei dieser Strahltaile ist aufgrund der vergleichbaren Gradienten und Krümmungen der beiden Potenziale das attraktive Potenzial des Dipolfallenlasers über die gesamte Ausdehnung der Falle hinweg dominant. Für moderate Zweiphotonen-Laserleistungen wird hier die Fallentiefe nur geringfügig um $-0,5 \mu\text{K} \cdot P_{778 \text{ nm}}/\text{mW}$ verringert und es ergibt sich eine Fallenfrequenzänderung von lediglich $\Delta\omega_x = -2\pi \cdot 0,6 \text{ Hz} \cdot P_{778 \text{ nm}}/\text{mW}$, $\Delta\omega_x = -2\pi \cdot 1,7 \text{ Hz} \cdot P_{778 \text{ nm}}/\text{mW}$ und $\Delta\omega_x = 2\pi \cdot 0,5 \text{ Hz} \cdot P_{778 \text{ nm}}/\text{mW}$.

Bei kleineren Strahltaillen dominiert sogar bei gleichbleibender Intensität des Zweiphotonen-Lasers das repulsive Potenzial das attraktive Potenzial des Dipolfallenlasers im Fallenzentrum. Dies würde die Atome aus dem Bereich des Zweiphotonen-Lasers drücken. Zum einen würde dadurch die Effizienz der Zwei-Farben-Photoionisation herabgesetzt, da an Stelle maximaler Intensität des Zweiphotonen-Lasers die Dichte des atomaren Ensembles herabgesetzt wird. Zum anderen ist bei *in situ* Messungen der Einfluss der Messapparatur auf das präparierte Ensemble möglichst klein zu halten und eine solche drastische Änderung der Dichteverteilung des atomaren Ensembles natürlich nicht gewollt.

¹⁰E-Werkstatt, Nr.Lock Box 4

¹¹Crystal Technology Inc., 3080-122

¹²Laseroptik GmbH, L-02949

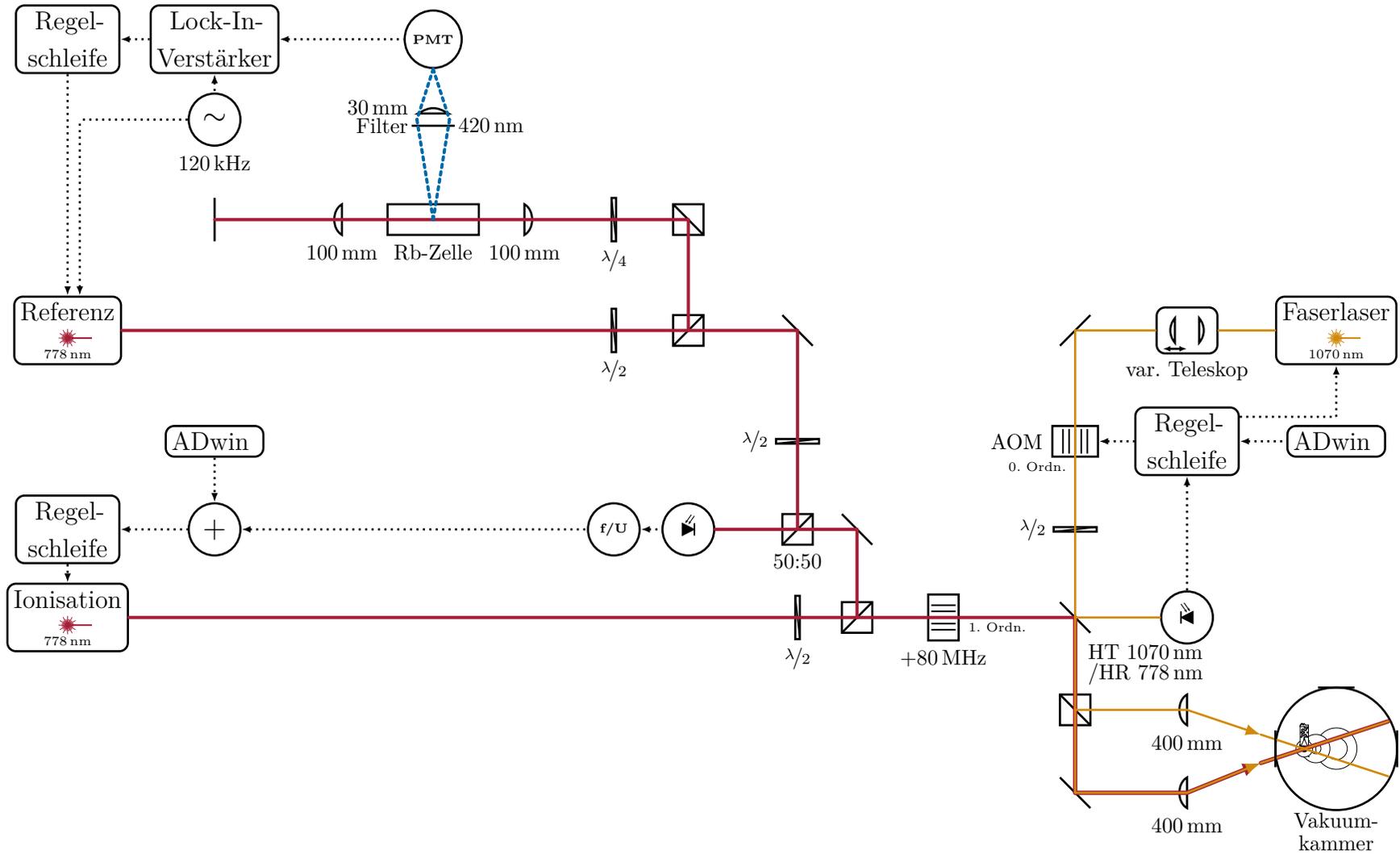


Abbildung 6.4: Schematische Darstellung der Strahlengänge und Frequenzstabilisierung der Laser, sowie die Überlagerung des Zweiphotonen-Ionisationslasers mit dem Dipolfallenlaser.

6.3 Ionisationsspektren

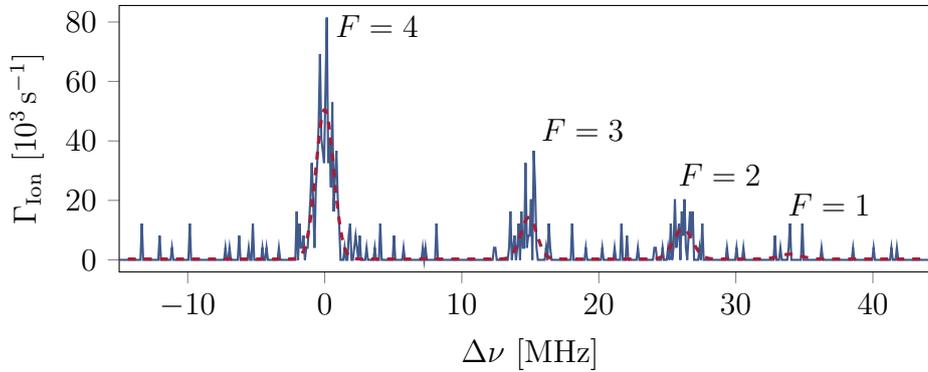


Abbildung 6.5: Ionisationsspektrum des $5^2S_{1/2} - 5^2D_{5/2}$ -Übergangs. Angepasste Gauß-Funktionen (rot) liefern die relativen Resonanzpositionen $\Delta\nu_{4-3} = 14,89$ MHz, $\Delta\nu_{3-2} = 11,25$ MHz, $\Delta\nu_{2-1} = 7,83$ MHz und eine Halbwertsbreite der Resonanzen von 1,59 MHz.

Ein gemessenes Ionisationsspektrum des $5^2D_{5/2}$ -Zustands bei einem Magnetfeld $B = 0$ G ist in Abbildung 6.5 aufgetragen. Für dieses Spektrum wurde die Leistung des Zweiphotonenlasers auf ein Minimum reduziert ($P_{778\text{ nm}} = 50 \mu\text{W}$), um die Sensitivität des Detektionssystems zu demonstrieren. Das gesamte Spektrum wurde mit nur 400 detektierten Ionen aufgezeichnet und besteht nur aus einer einzigen Messung, bei der die Frequenz des Ionisationslasers in einem Zeitraum von 500 ms über einen Bereich von 200 MHz verstimmt wurde.

Der aufgezeichnete Datenvektor von Zeitstempeln der Ionisationsereignisse wurde für die Berechnung des Histogramms zur Darstellung des Spektrums in Kanäle der Breite von $250 \mu\text{s}$ eingeteilt. Da die Frequenz des Zweiphotonen-Ionisationslasers linear mit der Zeit verstimmt wird, kann die Zeitachse des Histogramms in eine Frequenzachse umgerechnet werden. Dies resultiert in einer Kanalbreite von 100 kHz der Frequenzachse.

In diesem Ionisationsspektrum kann man die vier involvierten Übergänge von $5^2S_{1/2}$, $F = 2$ nach $5^2D_{5/2}$, $F' = 4,3,2,1$ identifizieren. Das Spektrum wurde durch vier Gauß-Funktionen angepasst, um deren relative Position sowie die Linienbreite der Übergänge zu bestimmen. Die relativen Positionen ergeben sich zu $\Delta\nu_{4-3} = 14,89$ MHz, $\Delta\nu_{3-2} = 11,25$ MHz und $\Delta\nu_{2-1} = 7,83$ MHz, dies ist in guter Übereinstimmung mit den zu erwartenden theoretischen Werten $\Delta\nu_{\text{theo},4-3} = 1/2 \cdot 28,823$ MHz, $\Delta\nu_{\text{theo},3-2} = 1/2 \cdot 22,954$ MHz und $\Delta\nu_{\text{theo},2-1} = 1/2 \cdot 15,94$ MHz [171, 172], hierbei berücksichtigt der Faktor $1/2$ den Zweiphotonen-Übergang.

Die Linienbreite dieses Übergangs beträgt aufgrund des Zweiphotonen-Übergangs die halbe natürliche Zerfallsrate $\gamma = 1/2 \cdot \gamma_{5D} = 2\pi \cdot 333$ kHz. Die gemessene Halbwertsbreite der Resonanzen beträgt jedoch $2\pi \cdot 1,59$ MHz. Ein möglicher Verbreiterungsmechanismus

ist hier die Ionisation durch den Dipolfallenlaser, die mit $\frac{1}{2} \cdot R_{1070\text{nm}} = 2\pi \cdot 300\text{ kHz}$ zur Linienbreite beiträgt. Die Laserlinienbreite des Zweiphotonen-Lasers mit nur 150 kHz trägt auch zur Verbreiterung bei. Ein weiterer Verbreiterungsmechanismus ist durch das inhomogene Intensitätsprofil des Dipolfallenlasers über das atomare Ensemble hinweg und die damit verbundene unterschiedliche AC-Stark-Verschiebung der Zustände gegeben. Kleine magnetische Störfelder könnten ebenfalls zu einer Verbreiterung führen.

Die im Folgenden vorgestellten Spektren werden mit den in Abschnitt 6.1.3 theoretisch bestimmten Übergangsenergien und Übergangsraten des Zweiphotonen-Übergangs im Magnetfeld verglichen. Die gemessene Zählrate zeigt hier keine systematische Beeinflussung bedingt durch das Magnetfeld. Mit dem neu implementierten Ionendetektionssystem ist es also möglich, Ionen in magnetischen Feldern bis zu 1200 G zu detektieren.

Ausgangszustand $F = 2, m_F = 2$

Mit denselben Messparametern wie im zuvor vorgestellten Spektrum, ohne magnetischem Offsetfeld in Abbildung 6.5, wurden nun weitere Ionisationsspektren aufgezeichnet, bei denen das Magnetfeld über einen Bereich von 0 – 37,4 G mit einer Schrittweite von 170 mG abgetastet wurde. Die Ergebnisse dieser Messungen sind in Abbildung 6.6(a) dargestellt, wobei hier bei jeder Feldposition die Mittelung von drei gemessenen Spektren verwendet wurde.

In einer weiteren Messreihe wurde in einer größeren Schrittweite von 7 G das Magnetfeld bis 343 G variiert. Die Frequenz wurde hier innerhalb von 75 ms über einen Bereich von 550 MHz gestimmt. Die detektierten Ionisationsereignisse wurden bei der Bildung des Histogramms zur Darstellung der Spektren in Kanäle der Breite von 2 MHz zusammengefasst, dies entspricht einer Kanalbreite von 273 μs . Die in Abbildung 6.6(c) dargestellten Spektren stellen je Feldposition dabei die Mittelung zweier Messungen dar.

Die zugehörigen berechneten Spektren aus Abschnitt 6.1.3 sind in Abbildung 6.6(b,d) dargestellt. Die Resonanzpositionen im Magnetfeld reproduzieren dabei die theoretisch berechneten Übergangsenergien. Die einzelnen Resonanzen zeigen unterschiedlich hohe Zählraten, wobei die Zählrate einer einzelnen Resonanz sich auch mit dem Magnetfeld ändern kann. Vergleicht man nun diese variierenden Zählraten mit der Änderung der Übergangsraten der einzelnen Resonanzen in den berechneten Spektren, zeigen diese eine sehr gute Übereinstimmung. Resonanzen mit hohen Übergangsraten zeigen auch hohe Zählraten und Resonanzen mit niedrigen Übergangsraten zeigen kleine Zählraten.

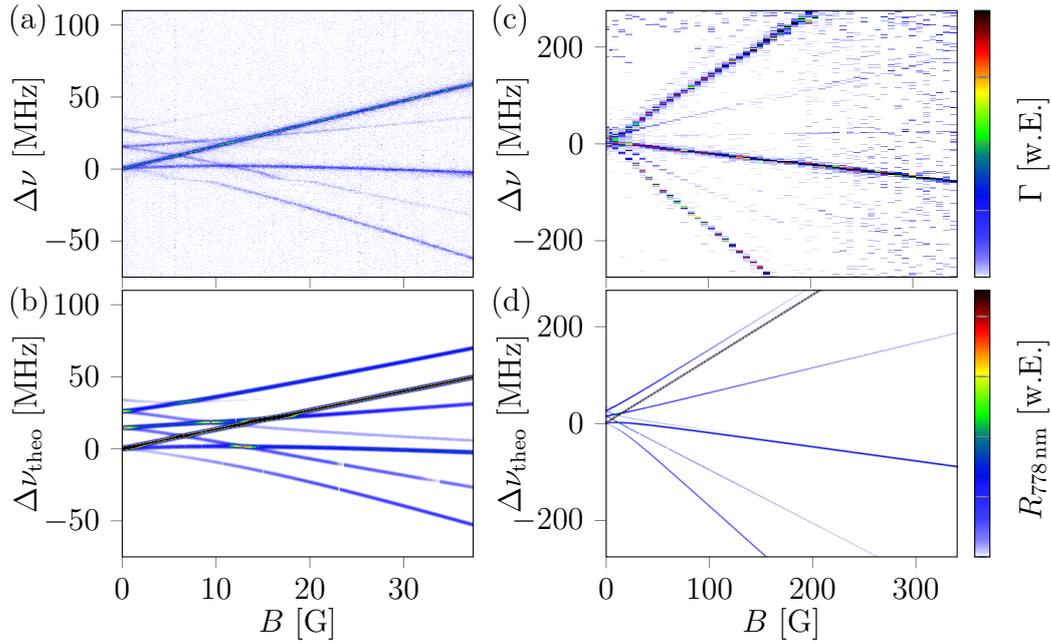


Abbildung 6.6: (a,c) Gemessene Ionisationsspektren für Übergänge von $5^2S_{1/2}$, $F = 2$, $m_F = 2$ nach $5^2D_{5/2}$. Einzelne Spektren besitzen im Magnetfeld einen Abstand in (a) von 170 mG und in (c) von 7 G. (b,d) Berechnete Zweiphotonen-Übergangsraten und Übergangsenergien aus Abschnitt 6.1.3.

Ausgangszustand $F = 1$, $m_F = 1$

Hier wurden Ionisationsspektren vom Ausgangszustand $5^2S_{1/2}$, $F = 1$, $m_F = 1$ nach $5^2D_{5/2}$ über einen Magnetfeldbereich von 1190 G aufgenommen. Für kleine Magnetfelder wurde das Magnetfeld hierfür in einer Schrittweite von 1,2 G variiert. Für Magnetfelder oberhalb 100 G wurde die Schrittweite zu 3 G angepasst. Die Verstimmung des Zweiphotonen-Ionisationslasers wurde in jeder Messung in 125 ms über 120 MHz durchgestimmt. Die Kanalbreite der Histogramme beträgt 1 MHz, respektive $\Delta t = 1,04$ ms. Die in Abbildung 6.7(a) dargestellten Spektren wurden hierbei nicht gemittelt.

Die gemessenen Resonanzpositionen reproduzieren die in Abschnitt 6.1.3 theoretisch berechneten Positionen. Der relative Unterschied der Zählrate Γ einzelner Resonanzen ist im Vergleich zu dem relativen Unterschied der Übergangsraten $R_{778 \text{ nm}}$ in Abbildung 6.7(b) in guter Übereinstimmung.

Für eine Untersuchung auf mögliche systematische Effizienzeinbußen der Ionendetektion bei hohen magnetischen Feldern wird zum einfacheren Vergleich von Messung und Theorie die berechnete Übergangsraten entlang der Verstimmungs- respektive Zeitachse aufintegriert, $\sum R_{778 \text{ nm}} \cdot \Delta t$. Integriert man analog die gemessene Ionenzählrate der einzelnen Spektren auf, $\sum \Gamma \cdot \Delta t$, erhält man die Gesamtzahl an gezählten Ionisationsergebnissen an den verschiedenen Feldpositionen, welche im Idealfall direkt proportional zu der integrierten Übergangsraten sein sollte. Dies ist in Abbildung 6.8 dargestellt.

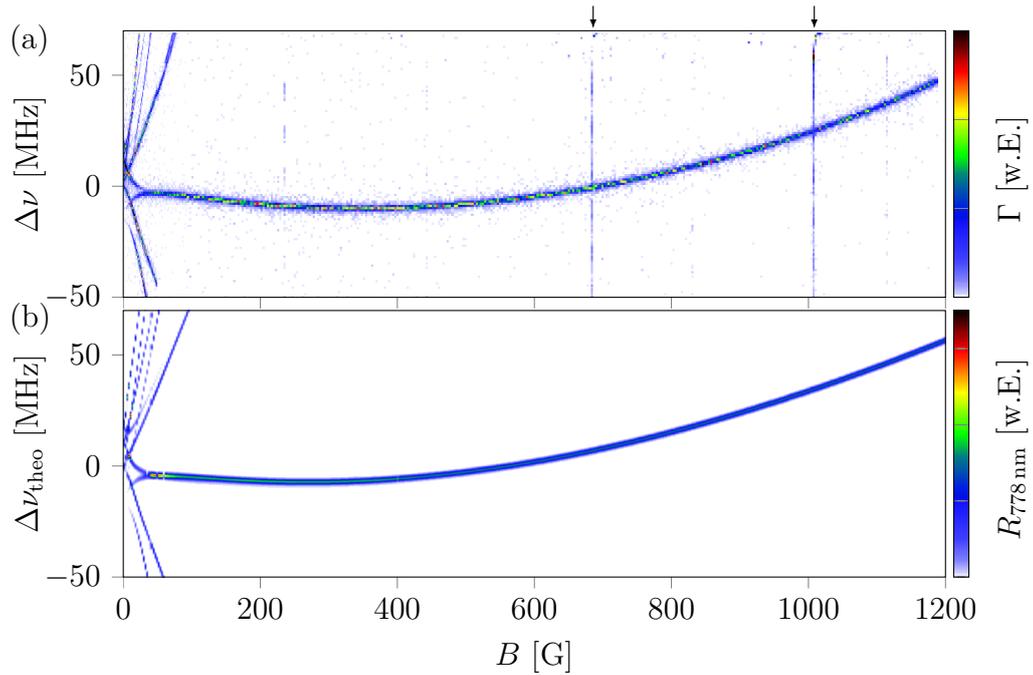


Abbildung 6.7: (a) Ionisationsspektrum über einen Magnetfeldbereich von 1200 G hinweg. Das atomare Ensemble wurde im Ausgangszustand $5^2S_{1/2}$, $F = 1$, $m_F = 1$ präpariert. Mit Pfeilen sind hier die theoretischen Positionen der zwei breitesten s -Wellen-Feshbach-Resonanzen des Eingangskanals $|1, 1\rangle \times |1, 1\rangle$ bei 685,8 G und 1008,5 G markiert. An diesen Stellen wurden aufgrund des zusätzlichen photoassoziativen Ionisationsprozesses (siehe Kapitel 7) über die gesamte Ionisationsdauer hinweg Ionisationsereignisse detektiert. (b) Berechnete Zweiphotonen-Übergangsrate und Übergangsenergien aus Abschnitt 6.1.3.

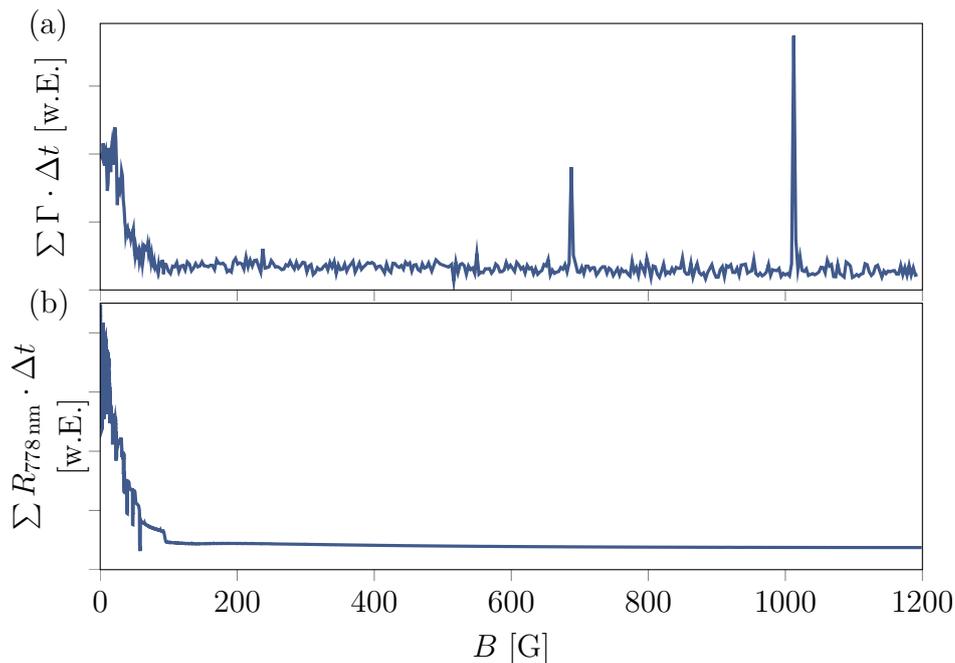


Abbildung 6.8: (a) Gesamtzahl an detektierten Ionisationsereignissen der einzelnen Ionisationsspektren über einen Magnetfeldbereich von 1200 G hinweg. Die beiden markanten Ausreißer entsprechen dem zusätzlichen photoassoziativen Ionisationssignal der beiden s -Wellen-Feshbach-Resonanzen mit größter theoretischer Breite (siehe Kapitel 7). (b) Integral der berechneten Übergangsrate des Zweiphotonen-Übergangs.

Für Magnetfelder größer 100 G wurde nur noch ein einzelner Übergang spektroskopiert und der Vergleich gestaltet sich hier einfach. Die Anzahl an Ionisationsereignissen ist hier in guter Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage. Die theoretisch zu erwartende Anzahl an Ereignissen ändert sich hier kaum, fällt leicht bei hohen Magnetfeldern ab. Analog verhalten sich hier auch die gemessenen Spektren. Dies zeigt deutlich, dass das Detektionssystem keinen systematischen Einflüssen, bedingt durch das Magnetfeld, unterliegt, welche sich in einem deutlichen Einbruch der Anzahl an detektierten Ereignissen bei hohen Feldern manifestieren würden. Die Annahme eines geringen Einflusses des Magnetfeldes auf die Detektionseffizienz des CEM aus Abschnitt 5.5.4 wird somit durch diese Messungen bestätigt.

6.4 Detektionseffizienz

Zuletzt soll nun noch die Detektionseffizienz des neu implementierten Nachweissystems bestimmt werden. Hierfür werden mittels Zwei-Farben-Photoionisation mit konstanter Rate Γ_{Ion} Atome aus der Dipolfalle ionisiert. Die Atomzahl in der Dipolfalle erhält damit einen zusätzlichen Verlustkanal Γ_{Ion} zu den bekannten Verlusten durch Streuung mit Hintergrundatomen und durch die Streurrate mit dem Dipolfallenlaser, die in Γ_{DPF} zusammengefasst werden. Die Atomzahl in der Falle zerfällt damit folgendermaßen $\dot{N}(t) = -(\Gamma_{\text{Ion}} + \Gamma_{\text{DPF}}) \cdot N(t)$. Zur Bestimmung der Verluste, induziert durch den Ionisationsprozess, wird die Atomzahl nach einer konstanten Haltedauer mittels Flugzeitabbildung für den Fall mit N_{Ion} Photoionisation und ohne N_0 Photoionisation bestimmt.

Der Vergleich der Anzahl an gemessenen Ionisationsereignissen C_{Ion} mit den bestimmten Verlusten durch die Ionisation $N_0 - N_{\text{Ion}}$ liefert die Detektionseffizienz $\varepsilon = \frac{C_{\text{Ion}}}{N_0 - N_{\text{Ion}}}$.

Hierfür wurde eine thermische Wolke mit einer Temperatur von $T = 3,5 \mu\text{K}$ im Zustand $|2,2\rangle$ präpariert. Im Wechsel wurden nun Messungen mit und ohne Ionisation über 80 Präparationszyklen durchgeführt. Damit ist gewährleistet, dass Langzeitdriften der Anlage nicht mit in die Fehler einfließen. Die Haltedauer der Atome in der Dipolfalle betrug 1 s. Für den Fall ohne Ionisation betrug die mittlere Endatomzahl $N_0 = 2,754 \cdot 10^6$.

Für die Photoionisation wurde der Ionisationslaser resonant zum Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 4$ eingestrahlt. Dessen Intensität wurde so gewählt, dass die mittlere Zählrate $\Gamma = 420 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ beträgt und somit die Verluste dominiert. Die Ionisationsdauer betrug hier 950 ms.

Im Fall mit Ionisationsnachweis erhält man nach einer Ionisationsdauer von 950 ms $C_{\text{Ion}} = 398 \cdot 10^3$ Ionisationsereignisse und eine aus den Flugzeitbildern bestimmte mittlere Endatomzahl von $N_{\text{Ion}} = 2,153 \cdot 10^6$, also $601 \cdot 10^3$ weniger Atome als im Fall ohne Photoionisation.

Die so gemessene Effizienz des Detektionssystems liegt bei $\varepsilon = 0,662 \pm 0,007$ und ist somit vergleichbar mit der Detektionseffizienz in Experimenten mit CEM und Ionisationsoptik [48]. Die hier bestimmte Detektionseffizienz des Zwei-Farben-Photoionisationsprozesses beinhaltet natürlich auch mögliche Verluste, bedingt durch diesen Prozess, und kann daher nur als untere Grenze der Detektionseffizienz des Ionendetektors herangezogen werden.

7 Beobachtung von Feshbach-Resonanzen durch photoassoziative Ionisation

Die im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelte Messmethode der photoassoziativen Ionisation in kalten Gasen in Kombination mit einem effizienten Nachweis der Ionen ermöglicht es, räumliche Korrelationen des atomaren Ensembles in Echtzeit zu detektieren. Die Vorteile dieser Messmethode sollen in diesem Kapitel anhand der Untersuchung der räumlichen Korrelationen in der Nähe magnetischer Feshbach-Resonanzen vorgestellt werden. Sie ermöglicht es, schnelle nicht destruktive Messungen von Feshbach-Resonanzen *in situ* durchzuführen. Hierbei führen durch die Streuresonanz hervorgerufene Änderungen der Paarkorrelationen zu Änderung der Molekülionenrate. Ein Teil der hier vorgestellten Messungen wurden bei *Physical Review Letters* [84] veröffentlicht.

Insbesondere ermöglicht die neue Messmethode, in 50 ms Übersichtsmessungen über einen Magnetfeldbereich von bis zu 1150 G durchzuführen (Abschnitt 7.1). Für Detailuntersuchungen einzelner Resonanzen wurde ein spezieller Messzyklus verwendet, der in Abschnitt 7.2 vorgestellt wird. Damit war es möglich, die Formen der vier *s*-Wellen-Resonanzen des Eingangskanals $|F = 1, m_F = 1\rangle \times |1, 1\rangle$ detailliert zu untersuchen. Dies wird in Abschnitt 7.3 diskutiert. Des Weiteren konnten Zweikörper-Zerfallskurven aus diesen Messungen extrahiert werden (Abschnitt 7.4).

In Abschnitt 7.5 werden sechs weitere Feshbach-Resonanzen desselben Eingangskanals, sogenannte *d*-Wellen-Resonanzen, untersucht.

Schließlich konnten zwei bisher unbekannte Resonanzen bei 701,85 G und 702,74 G beobachtet werden Abschnitt 7.6.

7.1 Übersichtsmessung

Die Präparation des atomaren Ensembles von $1 \cdot 10^6$ Atomen mit einer Temperatur von $3 \mu\text{K}$ erfolgte wie in Abschnitt 5.6 beschrieben. Das Ensemble wurde in der Dipolfalle im Zustand $|F = 1, m_F = 1\rangle$ spinpolarisiert. Nach der Spinpräparation findet das im Folgenden beschriebene Feshbach-Experiment zur schnellen Erhebung von Feshbach-Resonanzen in einem großen Magnetfeldbereich statt.

In dieser Übersichtsmessung wurde das Magnetfeld innerhalb von 50 ms über den Bereich von 0 G bis 1145 G mittels einer linearen Rampe variiert. Die Änderung des Magnetfeldes beträgt somit $\frac{dB}{dt} = 22\,900 \text{ G s}^{-1}$. Anschließend wurde das Magnetfeld wieder in derselben Zeit linear auf Null reduziert. Während dieser kombinierten Auf- und Abwärtsrampe des angelegten Magnetfeldes wurden die Zeitstempel jedes Ionisationsereignisses des Ionendetektors aufgezeichnet. Die Ionisationsereignisse wurden für die Erzeugung von Histogrammen in $44 \mu\text{s}$ breite Kanäle einsortiert, dies entspricht einer Kanalbreite in Magnetfeldern von 1 G. Teilen der Ionisationsereignisse pro Kanal durch die Kanalbreite liefert nun die Zählrate. In Abbildung 7.1 ist der Mittelwert der Zählrate über fünfzig solcher Messungen getrennt nach Auf- und Abwärtsrampen dargestellt, wobei für jede kombinierte Auf- und Abwärtsrampe das atomare Ensemble neu präpariert wurde.

Man beobachtet eine Reihe von schmalen Resonanzen, wobei fast alle Resonanzpositionen in guter Übereinstimmung mit bekannten Positionen von magnetischen *s*-Wellen- und *d*-Wellen-Feshbach-Resonanzen im Eingangskanal $|1,1\rangle \times |1,1\rangle$ sind. Die vier *s*-Wellen-Resonanzen bei 408,9 G, 687,1 G, 913,3 G und 1008,4 G sind in Abbildung 7.1 mit schwarzen Pfeilen markiert und stimmen gut mit den theoretischen Vorhersagen 406,6 G, 685,8 G, 911,7 G und 1008,5 G [11] überein. Die Abweichung ist hier geringer als 0,6%. In Abbildung 7.1(b,c) mit vergrößerter *y*-Achse können weitere *d*-Wellen-Resonanzen erkannt werden, die sechs Resonanzen mit den höchsten Zählraten liegen bei 391,9 G, 394,9 G, 632,1 G, 720,2 G, 836,3 G und 931,4 G. Deren theoretische Resonanzpositionen [11] sind 388,5 G, 392,9 G, 632,5 G, 719,5 G, 831,3 G und 930,9 G, die Abweichung beträgt hier weniger als 0,9%. Diese Resonanzen sind in Abbildung 7.1 mit grauen Pfeilen markiert. Weitere Resonanzen, wie zum Beispiel bei 785,2 G und 703,1 G können beobachtet werden. Diese Resonanzen konnten nicht mit aus der Literatur bekannten Resonanzen für diesen Eingangskanal identifiziert werden. Man beobachtet hier unbekannte Resonanzphänomene, die möglicherweise höhere Partialwellen-Resonanzen darstellen.

Die beobachteten Feshbach-Resonanzen zeigen unterschiedlich hohe Amplituden mit Zählraten von mehr als $1 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$. Diese stehen einerseits in Abhängigkeit von den beiden, die Feshbach-Resonanz charakterisierenden Größen, der Resonanzbreite Δ und dem differentiellen magnetischen Moment μ_m . Andererseits ist die optische Verlustrate γ_l ebenfalls maßgeblich an der exakten Kurvenform und Amplitude beteiligt.

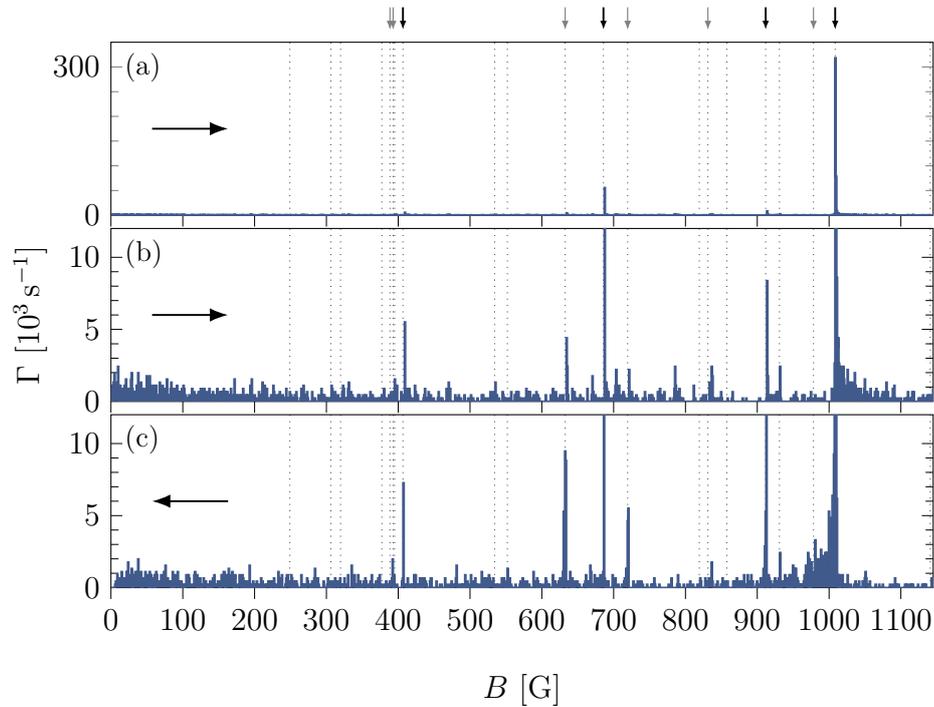


Abbildung 7.1: (a) Zählrate Γ , während das Magnetfeld B innerhalb von 50 ms von 0 bis 1145 G variiert wird. Der Graph zeigt die Mittelung über fünfzig Präparationszyklen, wobei eine Kanalbreite der Histogramme von 1 G gewählt wurde. (b) Vergrößerte Darstellung der gemittelten Aufwärtsrampe aus (a). (c) Vergrößerte Darstellung der zugehörigen gemittelten Abwärtsrampe. Die Pfeile in den einzelnen Graphen geben die Abtastrichtung des Magnetfeldes an. Die theoretisch zu erwartenden Positionen der magnetischen s -Wellen- und d -Wellen-Feshbach-Resonanzen des Eingangskanals $|1,1\rangle \times |1,1\rangle$ sind mit gepunkteten Linien gekennzeichnet [11]. Die vier s -Wellen-Resonanzen sind zusätzlich mit schwarzen Pfeilen und die sechs d -Wellen-Resonanzen mit den höchsten Zählraten mit grauen Pfeilen markiert.

Für eine weiterreichende Analyse der Amplituden und der Resonanzkurvenform sei auf die folgenden Abschnitte verwiesen.

Selbst beim Abtasten der stärksten Resonanz bei 1008,4 G mit einer Zählrate von ungefähr $3 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ werden im Mittel weniger als 15 Ionen pro Messung erzeugt, so dass eine einzelne Resonanz fast ohne atomare Verluste nachgewiesen werden kann. Es kann also eine Änderung der atomaren Korrelation auch innerhalb eines Versuchszyklus ohne signifikante Atomverluste durch den Messprozess in Echtzeit beobachtet werden.

Diese hier vorgestellte Beobachtung von Änderungen atomarer Korrelationen mittels photoassoziativer Ionisation erweitert die Möglichkeiten für schnelle Übersichtsmessungen zur Erhebung von Feshbach-Resonanzen [46].

Bei genauerer Betrachtung kleiner Zählraten wird ein von der Richtung der Magnetfeldänderung abhängiges Abklingen der Zählrate beobachtet (vergleiche Abbildung 7.1(b,c)). Dieser Effekt ist am deutlichsten bei der dominantesten Resonanz bei 1008,4 G erkennbar. Die Zählrate klingt hier über einen Bereich von ungefähr 100 G ab, dies entspricht einer Dauer von 4,4 ms. Dieses Verhalten ist ein Indiz für ein nicht adiabatisches Reagieren des ultrakalten Gases auf sich abrupt ändernde Streueigenschaften, bedingt durch eine schnelle Änderung des angelegten äußeren Magnetfeldes.

Experimente, bei denen die Wechselwirkung in einem Gas kurz gestört werden (engl. „*interaction quench*“) und die resultierende Entwicklung des Systems beobachtet wird, werden „*Quench*“-Experimente genannt. Beispielsweise soll hier die Arbeit von Fletcher *et al.* [78] aufgeführt werden, in dieser wurde mittels Ramsey-Interferometrie die kohärente Entwicklung eines resonant wechselwirkenden, unitären Bosegases untersucht.

Mittels photoassoziativer Ionisation und dem effizienten Nachweis der erzeugten Molekülonen erhält man eine nicht destruktive, zeitaufgelöste, *in situ* Nachweismethode der Korrelationen des präparierten atomaren Quantengases. Diese ist prinzipiell durch ihre hohe Zeitauflösung von wenigen hundert Nanosekunden (vergleiche Abschnitt 5.4) in der Lage, die zeitliche Entwicklung eines gestörten Gases *in situ* zu beobachten.

7.2 Messverfahren zur Untersuchung einzelner Feshbach-Resonanzen

Aufgrund der geringen Verluste während des Ab tastens einer einzelnen Resonanz ist es möglich, innerhalb eines experimentellen Zyklus ein und dieselbe Resonanz mehrfach zu messen. Einzelne Resonanzen können damit für eine detaillierte Untersuchung innerhalb eines einzelnen experimentellen Zyklus bis zu 350 mal gemittelt werden. Dies ermöglicht es nun, innerhalb sehr kurzer Messdauern die Resonanzen mit sehr kleinen statistischen Fehlern zu messen. In einer Messreihe von hundert experimentellen Zyklen ist es somit schon möglich, die gesamte Resonanz bis zu 35000 mal aufzuzeichnen. Ein typischer Präparationszyklus des atomaren Ensembles dauert ungefähr 50 s (vergleiche Abschnitt 5.6). Eine solche Messreihe benötigt daher nur 90 min. Im Vergleich zu einer klassischen Messung mittels Atomzahl-Verlustspektroskopie der Dreikörperverluste bei fester Wechselwirkungsdauer würde hier die Messdauer, um einen einzelnen Magnetfeldwert, also nur einen Punkt der Resonanz, gleich oft zu mitteln, schon 20 Tage dauern. Schon die Mittelung über einige wenige Einzelmessungen mittels photoassoziativer Ionisation an ein und demselben präparierten atomaren Ensemble zeigen ein vergleichbares Signal-zu-Rauschverhältnis, wie vorherige Messungen an dieser Anlage mittels klassischer Verlustspektroskopie [140], die aus 54 Präparationszyklen bei 18 Magnetfeldpositionen bestand und eine Stunde benötigten. Nutzt man alle mittels photoassoziativer Ionisation gemessenen Resonanzen innerhalb eines Präparationszyklus, erhält man im Vergleich ein deutlich rauschärmeres Signal, der dadurch gewonnene Geschwindigkeitszuwachs beträgt damit mehr als zwei Größenordnungen. Darüberhinaus kann mittels photoassoziativer Ionisation die mit der Änderung der Magnetfeldstärke einhergehende Änderung der interatomaren Korrelationen in Echtzeit nachgewiesen werden und man erhält damit eine über den Ab tastbereich des Magnetfeldes hinweg kontinuierliche Messkurve.

Außerdem ist es möglich, mit diesem neuen Messverfahren den Zerfall des atomaren Ensembles innerhalb eines Messzyklus zu beobachten. Dies macht die Messung einer Zerfallskurve prinzipiell unabhängig von Schwankungen von Präparation zu Präparation des atomaren Ensembles. Hingegen sind Messungen von Zerfallskurven mittels klassischer Atomzahlmessung über Absorptionenaufnahmen der Atomwolke, wobei von Präparationszyklus zu Präparationszyklus die Wechselwirkungsdauer erhöht wird, langwierige Messungen, die den Präparationsschwankungen unterliegen.

Für eine detaillierte Untersuchung von einzelnen s - und d -Wellen-Feshbach-Resonanzen wurde nun ein Messverfahren entwickelt, das ein mehrfaches Ab tasten des relevanten Magnetfeldbereiches ermöglicht. Das Magnetfeld wurde hierfür in 20 ms bis zu einen Wert B_S unterhalb der Resonanzposition B_0 erhöht. Daraufhin wurde dieses Feld für weitere 15 ms gehalten, um eine Relaxation des atomaren Ensembles zu ermöglichen.

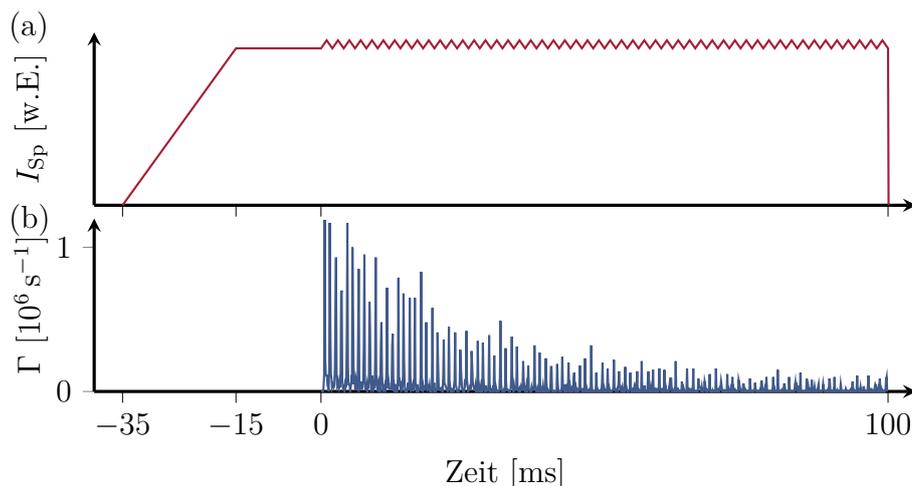


Abbildung 7.2: (a) Variation des Spulenstroms I_{Sp} zur Erzeugung der Magnetfelder während eines Messzyklus. (b) Aufgenommene Zählrate Γ des Ionendetektors eines einzelnen Messzyklus der s -Wellen-Resonanz bei 1008,4 G.

Der Spulenstrom der Fallenspulen wurde daraufhin zwischen 50 und 175 mal mittels symmetrischer Sägezahnrampen variiert, um das Magnetfeld in einem kleinen Bereich $B_{\text{E}} - B_{\text{S}}$ um die Feshbach-Resonanzposition $B_0 \approx (B_{\text{E}} - B_{\text{S}})/2$ abzutasten. Die Dauer einer einzelnen Aufwärts- oder Abwärtsrampe beträgt hierbei 1 ms. Dieser Messzyklus ist Abbildung 7.2(a) dargestellt.

Zur Charakterisierung des atomaren Ensembles zu Beginn des Messzyklus wurde für jede Messreihe in einer separaten Messreihe bei dem Magnetfeld B_{S} nach der Relaxationszeit die Atomzahl N und die Temperatur T mittels klassischer Absorptionsabbildung bestimmt. Die Standardabweichung dieser Messungen beträgt weniger als 16,5% bei der Bestimmung der Atomzahl und weniger als 4% bei der Bestimmung der Temperatur. Nach Abschnitt 5.3 wird mit steigendem Magnetfeld der Fallenrand des resultierenden Fallenpotenzials der Atome in z -Richtung abgesenkt. Dies führt mit steigendem Magnetfeld zu einer sinkenden Atomzahl und einem Absinken der Temperatur des Ensembles, da mit erhöhter Wahrscheinlichkeit die heißen Atome evaporieren werden. Die Relaxationszeit zu Beginn des Messzyklus soll gewährleisten, dass das atomare Ensemble im Gleichgewicht ist. Es wird dann angenommen, dass das atomare Ensemble über die folgenden kleinen Änderungen des Fallenpotenzials, bedingt durch die Magnetfeldrampen, nicht zusätzlich beeinflusst wird. Die für die räumliche Mittelung der gemessenen Ionenzählrate relevante mittlere Dichte des Ensembles ergibt sich hierbei nach Gleichung (4.2.17) aus der zuvor bestimmten Atomzahl und Temperatur des Ensembles zu

$$\bar{n} = \frac{N}{(2\pi)^{3/2} r_0^3}, \quad (7.2.1)$$

$B_{0,\text{exp}}$ [G]	B_S [G]	$B_E - B_S$ [G]	Rampen	Zyklen	$N_0 \cdot 10^3$	T_0 [μK]	$\bar{n} \cdot 10^{11}$ [cm ⁻³]
408,46	407,4	1,6	350	103	920 ± 110	3,1 ± 0,1	12
686,56	685,8	1,2	350	109	600 ± 90	3,1 ± 0,1	8,0
912,67	911,8	1,4	150	100	540 ± 70	2,8 ± 0,1	8,3
1008,4	1006,7	3,0	100	100	500 ± 80	2,8 ± 0,1	7,7
389,65	388,8	1,3	350	107	960 ± 80	3,2 ± 0,1	12
393,80	393,0	1,2	350	105	960 ± 80	3,2 ± 0,1	12
633,75	632,9	1,4	350	100	630 ± 60	3,0 ± 0,1	8,8
720,66	719,8	1,2	250	101	610 ± 100	2,9 ± 0,1	9,0
832,32	831,5	1,2	200	108	570 ± 65	2,8 ± 0,1	8,8
930,92	930,1	1,4	150	106	560 ± 70	2,8 ± 0,1	9,7

Tabelle 7.1: Parameter der verschiedenen Messzyklen sowie charakteristische Größen des atomaren Ensembles der einzelnen Messreihen.

wobei der thermische Radius $r_0 = \sqrt{\frac{2k_B T}{m\bar{\omega}^2}}$ invers proportional zur mittleren oder harmonischen Fallenfrequenz $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ ist.

Die Parameter der verschiedenen Messzyklen und die charakteristischen Größen des atomaren Ensembles für die einzelnen Messreihen der untersuchten *s*- und *d*-Wellen Feshbach-Resonanzen sind in Tabelle 7.1 zusammengefasst.

In einem einzelnen Messzyklus einer *s*-Wellen-Resonanz bei 1008,4 G wird die dabei aufgenommene Zählrate des Ionendetektors in Abbildung 7.2(b) vorgestellt. Hier ist schon zu erkennen, dass ein Zerfall der Amplituden der einzelnen Resonanzen über die Messdauer hinweg zu beobachten ist. Eine Mittelung der dem Zerfall unterliegenden Resonanzen ermöglicht in Abschnitt 7.3 eine Analyse der Resonanzposition und der Kurvenform der Resonanz. Der beobachtete Zerfall wird in Abschnitt 7.4 detailliert untersucht.

Dieses Messverfahren ermöglicht es darüber hinaus, aufgrund der sich mit 1 kHz wiederholenden Variation des Magnetfeldes systematische Driften des Magnetfeldes, die während eines Messzyklus auf langsameren Zeitskalen stattfinden, zu erkennen und zu korrigieren. Langsame Driften des Magnetfeldes führen zu einer systematischen Verschiebung der Resonanzposition auf einer einzelnen Rampe. Anhand einer einzelnen Messung (Abbildung 7.2(b)) der Resonanz bei 1008,4 G soll im Folgenden exemplarisch die Bestimmung der Resonanzpositionen und die Korrektur von systematischen Driften vorgestellt werden.

7.2.1 Bestimmung der Resonanzpositionen

Um die Resonanzpositionen der einzelnen Rampen bestimmen zu können, müssen die Rohdaten ausgewertet werden. Während eines einzelnen Messzyklus wird ein Datenvektor aufgezeichnet, dessen Komponenten Zeitstempel der Ionisationsereignisse bilden. Zusätzlich werden die Zeitpunkte der Triggerpulse aufgezeichnet, welche die Umkehrpunkte der Sägezahnrampe abbilden. Dies ermöglicht die Zerlegung des Datenvektors in Auf- und Abwärtsrampen. Für die Abwärtsrampen muss, aufgrund der umgekehrten Abtastrichtung des Magnetfeldes, die zeitliche Abfolge der Zeitstempel invertiert werden. Die Bildung eines Histogramms der Zeitstempel einer einzelnen Rampe liefert nach der Division durch die Kanalbreite von $20\ \mu\text{s}$ die zugehörige Zählrate. Durch das lineare Durchstimmen des Magnetfeldes ist die Zeitachse direkt mit dem Magnetfeld verknüpft, dies ermöglicht das Auftragen der Zählrate in jedem Kanal gegen das zugehörige Magnetfeld. Hierbei werden die Feshbach-Resonanzen für die einzelnen Rampen sichtbar. In Abbildung 7.3(a) ist exemplarisch die Zählrate der ersten Rampe aufgetragen.

Die Bestimmung der Resonanzposition einer Resonanz über die Zählrate würde eine numerische Anpassung einer theoretischen Fitfunktion an jede Resonanz erfordern und wäre außerdem abhängig von der gewählten Kanalbreite des Histogramms.

Eine stabilere, weniger rechenintensive und damit elegantere Möglichkeit der Bestimmung der Resonanzpositionen ist durch eine alternative direkte Bearbeitung des Zeitstempelvektors möglich. Dazu betrachtet man das Integral über die Zählrate $N_{\text{Ion}}(t_i)$ bis zum betrachteten Zeitpunkt t_i , das für diskretisierte Einzelereignisse gerade gegeben ist durch die Summe der Einzelereignisse bis zum betrachteten Zeitpunkt

$$N_{\text{Ion}}(t_i) = \int_0^{t_i} \Gamma dt = \sum_{t_j < t_i} 1 = i. \quad (7.2.2)$$

Der Index i eines einzelnen Zeitstempels stellt nun genau die Gesamtzahl an detektierten Ionisationsereignissen bis zu diesem Zeitpunkt dar. Trägt man nun, wie in Abbildung 7.3(b) dargestellt, $N_{\text{Ion}}(t_i) = i$ gegen die zugehörigen Zeitstempel t_i auf und teilt diese durch die Gesamtzahl an Ereignissen auf dieser Rampe $N_{\text{Ion,max}} = N_{\text{Ion}}(t_{\text{max}})$, so erhält man die normierte integrierte Zählrate.

Für eine symmetrische Resonanz ist die Resonanzposition t_0 bei einem Anstieg auf 0,5 der integrierten normierten Kurve gegeben (siehe Abbildung 7.3(b)).¹

¹Für eine Resonanz, die eine Asymmetrie aufweist, ist dies nicht mehr gültig. Hier würde jedoch dieses Verfahren bei sich nicht ändernder Asymmetrie immer dieselbe Position auf der asymmetrischen Resonanz liefern.

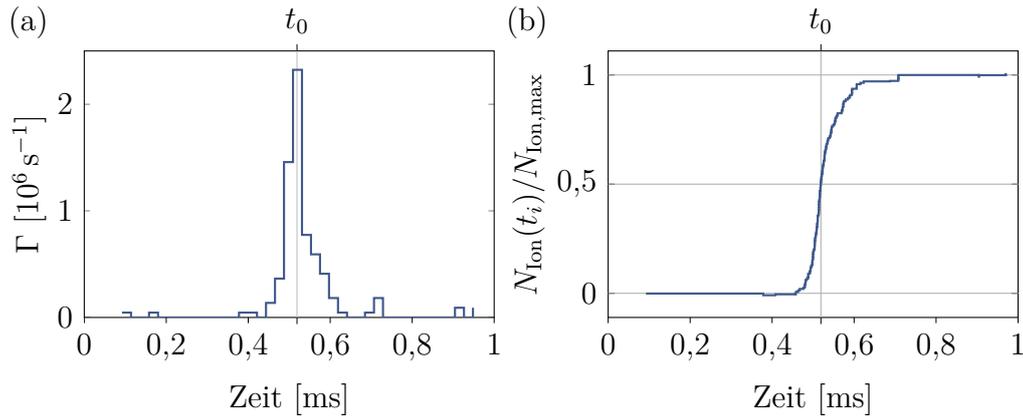


Abbildung 7.3: (a) Zählrate Γ einer ersten Rampe eines Messzyklus für die s -Welle bei 1008,4 G. Die senkrechte Linie entspricht der Resonanzposition bestimmt über die integrierte Zählrate. (b) Die integrierte Zählrate wurde auf 1 normiert und um einen linearen Anstieg, der durch eine konstante Hintergrundzählrate zustande kommen kann, korrigiert.

7.2.2 Korrektur langsamer systematischer Störungen

Diese zuvor bestimmten Resonanzpositionen t_0 der einzelnen Rampen sind in Abbildung 7.4(a) aufgetragen. Sie sind, bedingt durch systematische Störungen, zueinander verschoben. Die offensichtlichste Verschiebung ist hier durch einen Zeitversatz $t_{\Delta\text{Trigger}}$ zwischen Rampentrigger und tatsächlichem Rampenstart gegeben. Dies führt zu einer konstanten Verschiebung zwischen Auf- und Abwärtsrampen. Die nur um diesen Optimierungsparameter korrigierten Rampenpositionen sind in Abbildung 7.4(b) dargestellt.

Weitere Störungen, die hier zu einer systematischen Magnetfeldverschiebungen führen können, sind oszillierende magnetische Streufelder, bedingt durch das Netzbrummen bei ungefähr 50 Hz oder eine leichte geometrische Verschiebung der Spulen, bedingt durch Thermalisierung nach Einschalten der Spulenströme und eine damit verbundene Änderung des Magnetfeldes. Da eine einzelne Resonanz innerhalb von 1 ms aufgezeichnet wird, können solche langsamen Störungen erfasst und korrigiert werden. Um diese übrigen systematischen Verschiebungen zwischen den Resonanzen zu kompensieren, wurde jeder Zeitstempel im Ausgangsdatenvektor durch einen Wert gemäß einer Korrekturfunktion verschoben. Die Parameter der Korrekturfunktion und der Zeitversatz des Triggers wurden in einer gemeinsamen Optimierung durch die Minimierung des Mittelwertes der Varianz der Positionen ermittelt. Da die Zählrate für spätere Rampen abnimmt und damit die Unsicherheit in der Bestimmung der Resonanzposition $t_{0,j}$ zunimmt, wurde

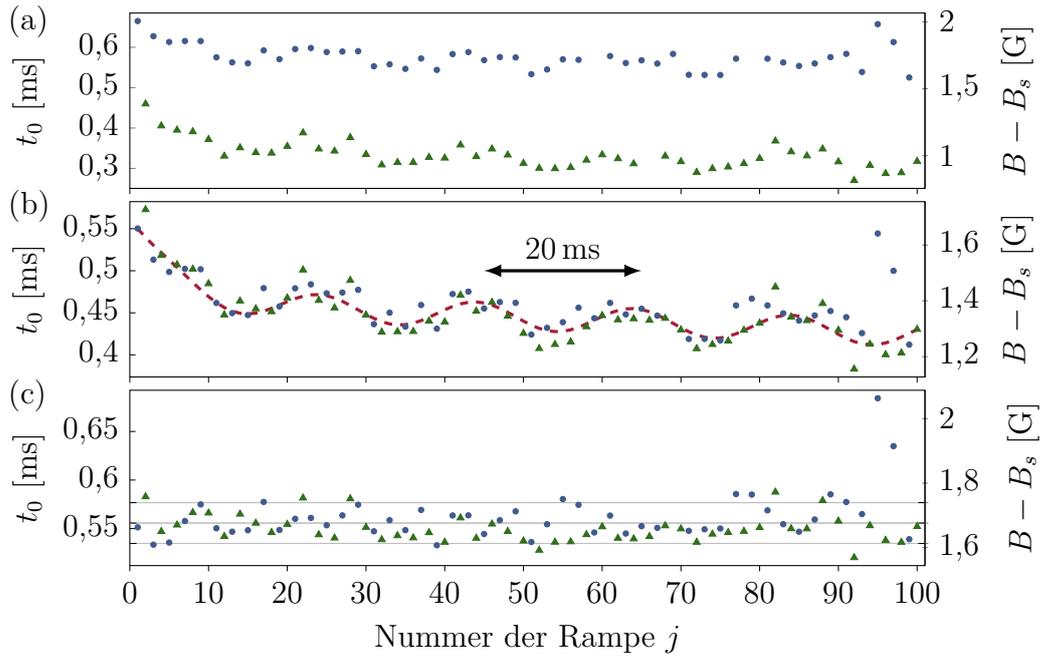


Abbildung 7.4: (a) Unkorrigierte Resonanzpositionen, wobei Aufwärtsrampen mit blauen Punkten und Abwärtsrampen mit grünen Dreiecken markiert sind. (b) Nur um den Triggerversatz korrigierte Resonanzpositionen. Die rot gestrichelte Kurve beschreibt die an der Position der ersten Rampe gespiegelte Korrekturfunktion 7.2.4 mit den bestimmten optimierten Parametern. (c) Vollständig korrigierte Resonanzpositionen. Mit grauen Linien ist der Mittelwert und die Standardabweichung der korrigierten Resonanzpositionen $t_0 = (0,556 \pm 0,021)$ ms ($(\overline{B_{0,j}} \pm \Delta B_{0,j}) - B_S = (1,676 \pm 0,063)$ G) dargestellt.

die Varianz mit der Anzahl an Ionisationsereignissen pro Rampe $N_{\text{Ion,max},j}$ gewichtet

$$\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (\text{Var}(t_{0,j}) \cdot N_{\text{Ion,max},j}) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \left(\left| \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (t_{0,j}) - t_{0,j} \right|^2 \cdot N_{\text{Ion,max},j} \right), \quad (7.2.3)$$

wobei $j = 1 \cdots J$ die Nummer einer einzelnen Rampe bezeichnet.

Die Korrekturfunktion der Zeitstempel einer einzelnen Rampe ist gegeben durch

$$t_{\text{kor}} = t + (-1)^j \cdot (A_{\text{lin}} \cdot t + A_{\text{exp}} \cdot (1 - \exp(-t/\tau_{\text{exp}})) + A_{\text{ac}} \cdot \sin(2\pi\nu_{\text{ac}}t + \varphi_{\text{ac}})). \quad (7.2.4)$$

Der Faktor $(-1)^j$ berücksichtigt die Abtastrichtung des Magnetfeldes. Die Terme $A_{\text{lin}} \cdot t + A_{\text{exp}} \cdot (1 - \exp(-t/\tau_{\text{exp}}))$ der Gleichung (7.2.4) beschreiben hier die Thermalisierung der Fallenspulen während eines experimentellen Zyklus. Da hohe Magnetfelder mit einem hohen Wärmeeintrag in den Spulen verbunden sind, führt dies zu einer thermischen Expansion des im Vakuum befindlichen Spulenaufbaus. Dieser Effekt wurde mit einer linearen Steigung A_{lin} und einer exponentiellen Relaxation mit Amplitude A_{exp} und Zerfallszeit τ_{exp} modelliert. Die periodische Störung des Magnetfeldes, bedingt durch das Netzbrummen, wurde mittels einer sinusförmigen Funktion mit Amplitude A_{ac} , Frequenz ν_{ac} , und Phase φ_{ac} kompensiert. Während des Experiments wurde die Netzfrequenz ν_{ac} durchgehend gemessen und ist daher kein Optimierungsparameter. Da der experimentelle Zyklus nicht auf die Netzfrequenz getriggert ist, ist die Phase φ_{ac} der periodischen Störung von Zyklus zu Zyklus zwischen Null und 2π verschieden und wird als Optimierungsparameter behandelt. Die mit diesem Algorithmus gewonnene Korrekturfunktion ist in Abbildung 7.4(b) in rot aufgetragen, die damit resultierenden vollständig korrigierten Resonanzpositionen sind in Abbildung 7.4(c) aufgetragen. Die über alle experimentellen Zyklen gemittelten Optimierungsparameter der verschieden gemessenen Feshbach-Resonanzen sind in Tabelle A.4 in Anhang A.2.4 zusammengefasst.

Durch Kenntnis des Kalibrationsfaktors zwischen Steuerspannung und Magnetfeld aus Anhang A.3 lässt sich die Zeitachse in eine Magnetfeldachse umrechnen. Die Korrekturfunktion berücksichtigt hierbei, dass das Magnetfeld bei kurzen Zeiten kalibriert wurde, indem die Zeitstempel auf die Resonanzposition zu Beginn des Messzyklus korrigiert werden. Ein typischer Wert der Verschiebung durch Thermalisation innerhalb von 100 ms bei 1008,4 G ausgedrückt in Magnetfeld ist 465 mG. Die Verschiebung aufgrund der Thermalisierung des Systems ist von der eingebrachten Wärme abhängig, für kleinere angelegte Magnetfelder werden die Verschiebungen kleiner (siehe Anhang A.2.4). Die Magnetfeldverschiebung aufgrund von Streufeldern, bedingt durch Netzbrummen, ergibt sich zu 50 mG.

In Abbildung 7.5 ist die gemittelte Zählrate der hundert optimierten Resonanzen eines einzelnen experimentellen Zyklus aufgetragen. Zum Vergleich ist das Ergebnis der

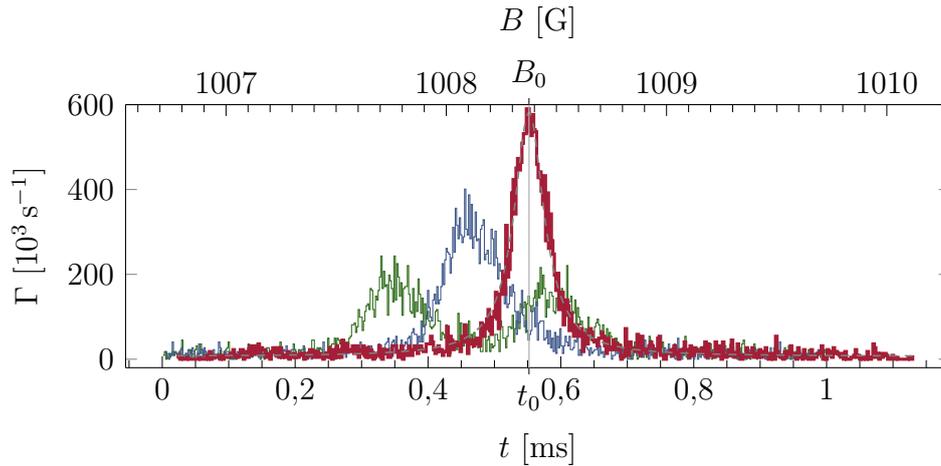


Abbildung 7.5: Über alle 100 Rampen gemittelte Zählrate Γ eines einzelnen Messzyklus einer s -Wellen-Resonanz bei 1008,4 G. In grün ist die unkorrigierte und in blau die nur um den Triggerversatz korrigierte Resonanzkurve gezeigt. In rot ist die durch den Korrekturalgorithmus gewonnene Resonanzkurve und in grau die daran angepasste heuristische Testfunktion dargestellt. (Die drei Resonanzkurven entsprechen den dargestellten Korrekturen in Abbildung 7.4.)

Mittelung der unkorrigierten Rampen und der nur um den Triggerversatz korrigierten Rampen dargestellt.

Die Auswertung einer gesamten Messreihe, also die Mittelung über alle Messzyklen, ergibt sich durch Kombinieren der korrigierten Datenvektoren der einzelnen Zyklen. Um Langzeitdriften zwischen den einzelnen Zyklen zu kompensieren, werden hierbei die Resonanzpositionen der einzelnen Zyklen auf den Mittelwert aller Zyklen verschoben. Zur Bestimmung der Resonanzpositionen wurden, analog zu Abbildung 7.5, heuristische Lorentzfunktionen an die Resonanzen eines Messzyklus numerisch angepasst. Die so ermittelten Langzeitdriften limitieren neben der Unsicherheit des in Anhang A.3 bestimmten Kalibrationsfaktors die Bestimmung der Resonanzposition B_0 der über die Messreihe gemittelten Resonanzen. Der Mittelwert und die Standardabweichung der Resonanzpositionen beträgt für diese Messreihe $B_0 = 1008,40 \text{ G} \pm 0,075 \text{ G}$. Diese Abweichung ist vergleichbar mit der Standardabweichung der Resonanzpositionen innerhalb eines einzelnen Messzyklus $\Delta B_{0,j}$.

In Tabelle 7.2 sind für alle in dieser Arbeit untersuchten Feshbach-Resonanzen die mit diesem Korrekturalgorithmus ermittelten Resonanzpositionen $B_{0,\text{exp}}$ und die zugehörige theoretische Erwartung $B_{0,\text{theo}}$ [11] zusammengefasst. Ebenfalls sind die Mittelwerte der Standardabweichungen der Resonanzpositionen $\overline{\Delta B_{0,j}}$ der einzelnen Messzyklen (vergleiche Abbildung 7.4(c)) sowie die Standardabweichung der Korrektur von Langzeitdriften von Präparationszyklus zu Präparationszyklus ΔB_0 angegeben. Die Messreihen

von Feshbach-Resonanzen mit kleineren Zählraten zeigen größere Fehler, wobei die maximale Abweichung weniger als 200 mG beträgt.

$B_{0,\text{theo}} [G]$	406,6	685,8	911,7	1008,5	388,5	392,9	632,5	719,5	831,3	930,9
$B_{0,\text{exp}} [G]$	408,46	686,56	912,67	1008,40	389,64	393,82	633,75	720,61	832,28	930,89
$\overline{\Delta B_{0,j}} [mG]$	96	60	55	67	89	92	54	96	71	83
$\Delta B_0 [mG]$	118	31	82	75	199	164	101	60	110	89

Tabelle 7.2: Resonanzposition $B_{0,\text{theo}}$ [11] und $B_{0,\text{exp}}$ der Messreihen und der Mittelwert der Standardabweichungen der Resonanzpositionen der einzelnen Messzyklen $\overline{\Delta B_{0,j}}$, sowie die Standardabweichung der Korrektur von Langzeitdriften von Präparationszyklus zu Präparationszyklus ΔB_0 .

Im folgenden Abschnitt wird die Resonanzform diskutiert. Hierfür ist in Abbildung 7.6(a) die über alle 100 Rampen und 100 Zyklen gemittelte und korrigierte Zählrate aufgetragen. In Abschnitt 7.4 wird der beobachtete Zerfall analysiert, hierfür wurden die korrigierten Messungen, getrennt nach den einzelnen Rampen, gemittelt und anschließend analysiert. Das Ergebnis dieser Mittelung für die erste und letzte Rampe ist in Abbildung 7.8(b) dargestellt.

7.3 *s*-Wellen Feshbach-Resonanzen

Für den hier betrachteten Eingangskanal $|1, 1\rangle \times |1, 1\rangle$ gibt es vier *s*-Wellen Resonanzen, die mit der zuvor vorgestellten Messmethode untersucht wurden. Die Analyse der Form dieser Resonanzen soll exemplarisch anhand der Feshbach-Resonanz bei $B_{0,\text{theo}} = 1008,5 \text{ G}$ mit der größten theoretischen Breite Δ vorgestellt werden. Die über alle hundert Rampen und hundert Messzyklen dieser Messreihe gemittelte Zählrate ist in Abbildung 7.6(a) dargestellt.

Die theoretisch zu erwartende Kurvenform wird aus Abschnitt 4.2 übernommen,

$$\begin{aligned} \langle \Gamma \rangle_{\text{therm}} &= \int_0^\infty \rho(v) \cdot \Gamma dv \\ &= \eta \cdot \varepsilon \cdot g_\alpha \cdot N \cdot \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{4\pi}{k_{\text{th}}^2} \cdot \bar{n}v_{\text{th}} \cdot R(B). \end{aligned} \quad (7.3.1)$$

Die Resonanzfunktion

$$R(B) = SI \int_0^\infty e^{-\tilde{v}^2} \tilde{v}^2 \frac{1}{(S\tilde{v} + I)^2 + (B - B_0)^2} d\tilde{v} \quad (7.3.2)$$

ist von den drei Parametern abhängig, der Resonanzposition B_0 , dem Verlustparameter $I = \hbar\gamma_l/(2\mu_m)$ und der skalierten Breite $S = \mu v_{\text{th}} a_{\text{bg}} \Delta / \hbar$. Die letzten beiden enthalten die theoretische Breite $\Delta = 170 \text{ mG}$ [11], das differenzielle magnetische Moment $\mu_m = 2,01\mu_B$ [21] und die unbekannte optische Verlustrate γ_l . Dazu kommt ein Vorfaktor, der die Höhe der Resonanz mit festlegt.

Da die Teilchenzahl N im Verlauf eines Messzyklus abnimmt, kann die Amplitude der über alle Rampen gemittelten Resonanz nicht mit dem Vorfaktor $A = \eta \cdot \varepsilon \cdot g_\alpha \cdot N \cdot \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{4\pi}{k_{\text{th}}^2} \cdot \bar{n}v_{\text{th}}$ in Verbindung gebracht werden und eine Interpretation des Vorfaktors erscheint wenig sinnvoll. Daher konzentriert sich dieser Abschnitt auf die Analyse der Form der Resonanz. Der Zerfall der Teilchenzahl und die Interpretation der Amplituden werden im nächsten Abschnitt besprochen.

Eine numerische Anpassung der Theoriekurve an die voll gemittelte Messkurve liefert die optische Verlustrate $\gamma_l = (3,15 \pm 0,02) \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ und die Resonanzposition $B_{0,\text{exp}} = (1008,400 \pm 0,003) \text{ G}$. Die angegebenen Fehler sind durch die Standardabweichung der Fitparameter gegeben. Diese sind kleiner als 1% und gegenüber systematischen Effekten (vergleiche z.B. Abschnitt 7.2.2) zu vernachlässigen. Der Fit ist in Abbildung 7.6(a) dargestellt.

Das Residuum, also die Differenz der Messung und der Fitfunktion $\Gamma - \langle \Gamma \rangle_{\text{Fit}}$, ist in Abbildung 7.6(b) in rot dargestellt. Die hohe statistische Güte der gemessenen Resonanz mit einem Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 130 ermöglicht es hier, auch systematische Abweichungen zur theoretischen Erwartung zu erkennen.

Das in Kapitel 4 vorgestellte Modell beinhaltet die Annahme einer homogenen Intensität und eines homogenen rauschfreien Magnetfeldes. Eine Abweichung von ungefähr 4%

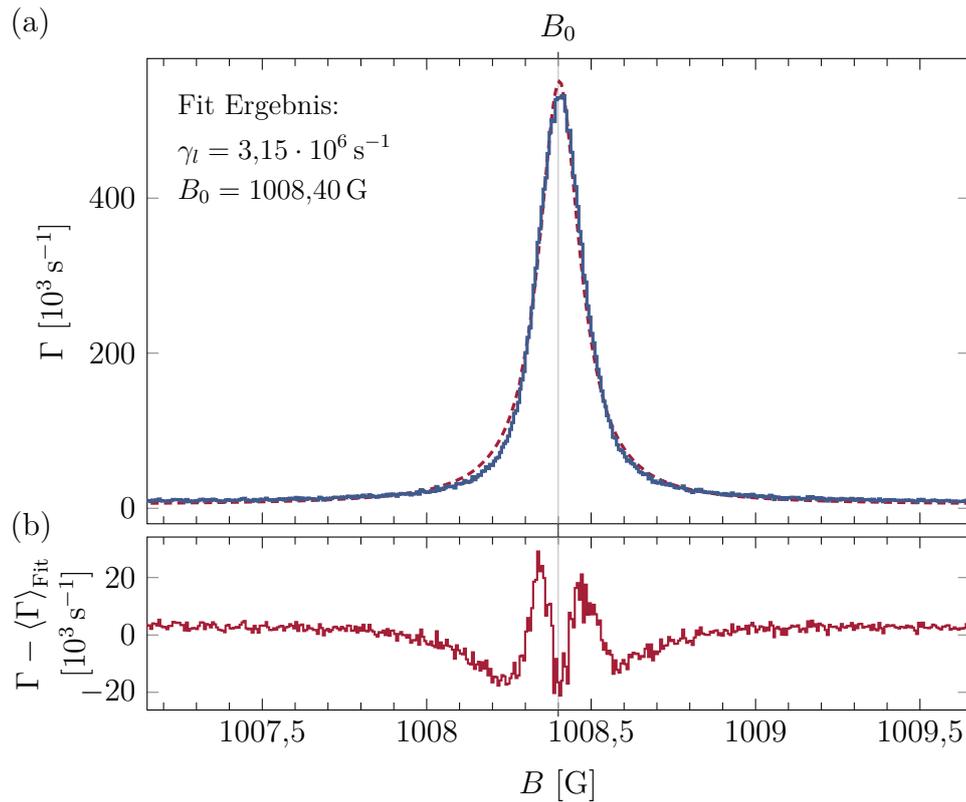


Abbildung 7.6: (a) Feshbach-Resonanz bei 1008,4 G. Die über 100 Rampen und 100 Zyklen gemittelte und korrigierte Zählrate ist aufgetragen. Die Kanalbreite beträgt $2 \mu\text{s}$. Die rote gestrichelte Kurve zeigt eine Anpassung der Kurve mit der theoretischen Funktion, Gleichung (4.2.8). (b) Residuum des Fits $\Gamma - \langle \Gamma \rangle_{\text{Fit}}$.

im Bereich um die Resonanzposition kann durch die Inhomogenität des Magnetfeldes von ungefähr 26 mG über die Ausdehnung des atomaren Ensembles hinweg (vergleiche Abschnitt 5.1.1) und durch Magnetfeldrauschen bedingt sein. Diese beiden Effekte können die Resonanz im Vergleich zur Theoriekurve verbreitern und die Linienform verzerren. Die gemessene Resonanzkurve weist außerdem eine leichte Asymmetrie auf. Diese kann im Rahmen der hier durchgeführten theoretischen Betrachtung nicht verstanden werden.

Die drei übrigen Feshbach-Resonanzen und deren numerisch angepasste Theoriekurven sind in Abbildung 7.7 aufgetragen. Die entsprechenden Fitparameter sind in Tabelle 7.3 aufgelistet.

$B_{0,\text{theo}}$ [G] [11]	406,6	685,8	911,7	1008,5
$B_{0,\text{exp}}$ [G]	408,46	686,56	912,67	1008,40
γ_l [10^6 s^{-1}]	1,68	1,48	2,72	3,15
FWHM [mG]	107	145	133	157

Tabelle 7.3: Resonanzposition $B_{0,\text{exp}}$ und optische Anregungsrate γ_l , bestimmt durch Anpassung der Resonanzen, sowie die aus der Messung der Resonanz ermittelte Halbwertsbreite (FWHM²).

Die theoretischen Breiten Δ bei diesen Resonanzen sind mindestens eine Größenordnung kleiner als die Breite Δ der Resonanz bei $B_0 = 1008,4 \text{ G}$ (vergleiche Tabelle A.2 in Anhang A.2.2).³ Die gemessenen Halbwertsbreiten dieser Resonanzen unterscheiden sich dagegen kaum von der Resonanz bei 1008,4 G. Außerdem zeigen die relativen Residuen dieser Resonanzen eine größere Abweichung zwischen Modell und Messung von ungefähr 10% auf. Dies legt die Vermutung nahe, dass die Linienformen dieser Resonanzen experimentell nicht aufgelöst werden können. Der Fitalgorithmus gleicht dies durch ein Überschätzen der Verlustrate γ_l aus. Man kann allerdings auch nicht ausschließen, dass die ermittelten Werte für γ_l korrekt sind und die Breiten der Resonanzen noch innerhalb des Auflösungsvermögens der Apparatur liegen. Um hier Aufschluss zu liefern, müsste man das Auflösungsvermögen der Apparatur genau kennen. Es ist neben nicht korrigiertem Magnetfeld-Restrauschen vor allem durch die räumliche Inhomogenität des Magnetfeldes innerhalb der atomaren Wolke bestimmt (vergleiche Abschnitt 5.1.1). Diese ließe sich zwar prinzipiell in ein erweitertes Modell einbauen, dazu müsste aber auch die atomare Dichteverteilung ausreichend genau bekannt sein. In einer gekreuzten Dipolfalle ist das Fallenpotenzial nur im Zentrum harmonisch und darüber hinaus

²engl. *full width at half maximum*

³Die Breite der mittels photoassoziativer Ionisation beobachteten Resonanz ist nicht ausschließlich über die theoretische Breite Δ gegeben, diese fließt in die skalierte Breite S ein, sondern auch durch den Verlustparameter I , der die Verlustrate γ_l enthält.

empfindlich von der Laserjustage und der Position im Magnetfeld abhängig. Aufgrund der endlichen Falltiefe ist die Dichteverteilung auch nicht mehr durch eine einfache Gleichgewichtsverteilung gegeben. Die Dichteverteilung lässt sich sicher nicht mehr analytisch beschreiben, was eine numerische Simulation des Gases bei den verschiedenen Magnetfeldern erforderlich macht. Um die ebenfalls räumlich inhomogene Ionisationsrate genauer zu beschreiben, müsste man die beteiligten Zwei- und Dreiphotonenübergänge und deren Magnetfeldabhängigkeit im Detail kennen und mit dem ebenfalls nicht genau bekannten Laserspektrum falten. Neben den einzelnen Anregungsraten können außerdem Resonanzverschiebungen aufgrund der optischen Kopplung der beteiligten Streukanäle eine Rolle spielen. Dieses umfangreiche Programm übersteigt den Rahmen dieser Arbeit und muss zukünftigen Bemühungen überlassen bleiben. Zusammenfassend kann man sagen, dass mindestens die breite Resonanz bei 1008,4 G von der experimentellen Apparatur aufgelöst werden kann und deren Analyse verlässliche Werte für die optische Verlustrate γ_l liefert.

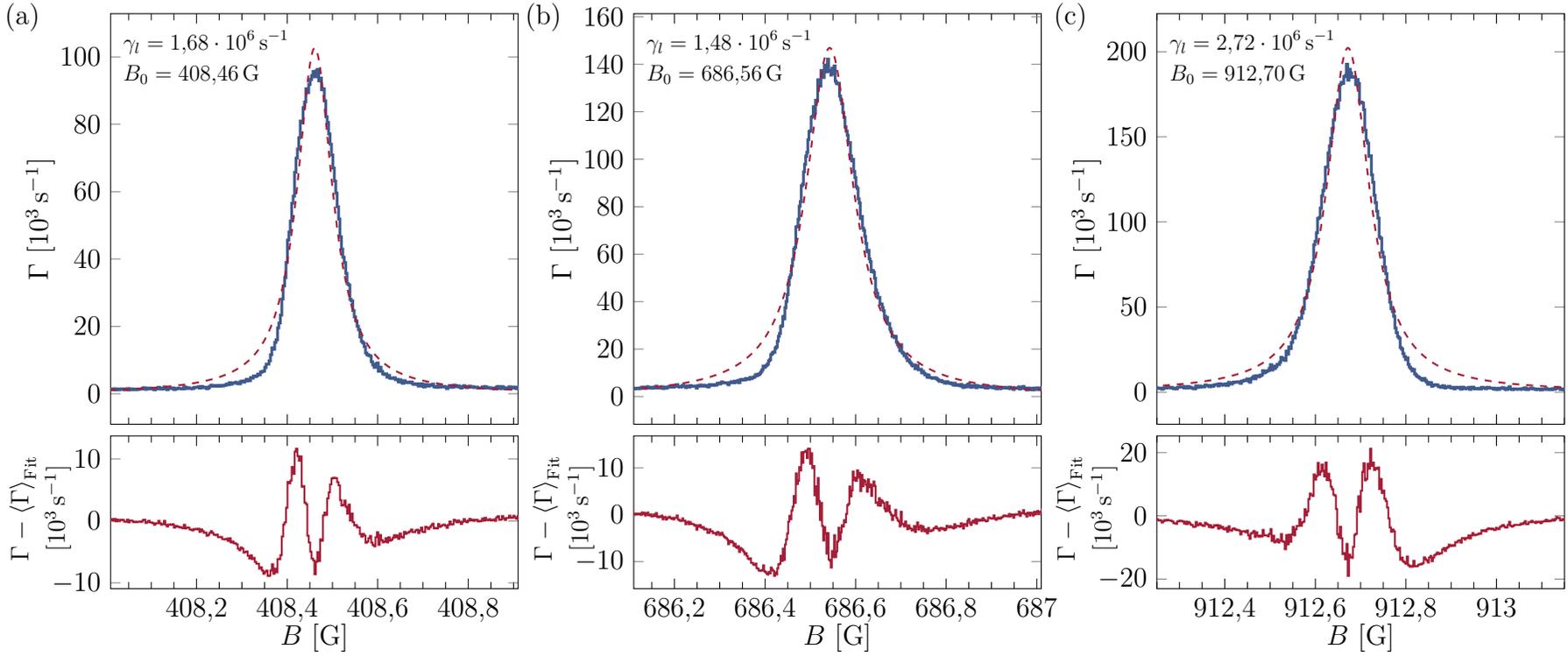


Abbildung 7.7: *s*-Wellen-Feshbach-Resonanzen bei (a) 408,46 G, (b) 686,56 G und (c) 912,67 G. Analog zu Abbildung 7.6 ist die gemittelte und korrigierte Zählrate aufgetragen. Die Kanalbreite beträgt hier 2 μ s. Die roten gestrichelten Kurven zeigen eine Anpassung der Resonanzen mit der theoretischen Funktion aus Gleichung (4.2.8). Die unteren Graphen zeigen die Residuen der jeweiligen Fits. Die systematische Abweichung beträgt hier bei allen Resonanzen 10%.

7.4 Zweikörper Zerfallskurven der *s*-Wellen Feshbach-Resonanzen

Durch die Analyse der Ionenraten einzelner Rampen kann der Zerfall des atomaren Ensembles in Echtzeit beobachtet werden.

Sortiert man die korrigierten Datenvektoren aller experimentellen Zyklen einer Messreihe nach den einzelnen Rampen und mittelt über die Anzahl der Zyklen, erhält man je nach Rampenanzahl zwischen 100 und 350 Resonanzen mit jeweils 1 ms Zeitabstand zueinander. In Abbildung 7.8(b) ist die Resonanz der ersten und letzten Rampe dargestellt. Man erkennt hier deutlich die noch hohe Signalqualität selbst der letzten Rampe. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis beträgt hier noch 40 im Vergleich zur ersten Rampe mit einem Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 100.

An die einzelnen Resonanzen werden Theoriekurven gemäß Abschnitt 4.2 angepasst. Unter der Annahme, dass die Atomzahl N des Ensembles während einer einzelnen Rampe nicht zerfällt, sind die Amplituden der Anpassung nun interpretierbar. Die theoretische Zählrate, Gleichung (7.3.1), weist folgende Proportionalität auf

$$\langle \Gamma \rangle_{\text{therm}} \propto \eta \cdot \varepsilon \cdot N^2 \cdot \frac{\bar{n}}{N}, \quad (7.4.1)$$

wobei \bar{n}/N konstant ist. Die Nachweiseffizienz des Ionen-Detektionssystems wird hierbei mit ϵ bezeichnet. Das Verhältnis aus den detektierbaren Verlusten mittels photoassoziativer Ionisation γ_{PI} zu den Gesamtverlusten γ_l wird durch die Ionisationseffizienz $\eta = \frac{\gamma_{\text{PI}}}{\gamma_l}$ beschrieben. Als Anpassungsparameter wurden nun für jede Resonanz das Produkt $\eta \varepsilon \cdot N^2$, sowie die Größen γ_l und B_0 gewählt. Alle weiteren Größen der theoretischen Resonanzkurve aus Gleichung (7.3.1) sind bekannt. Die Anpassung an die Resonanzen ist exemplarisch für die erste und letzte Rampe in Abbildung 7.8(b) dargestellt.

Der Anpassungsparameter $\eta \varepsilon \cdot N^2$ liefert die Zerfallskurve $\sqrt{\eta \varepsilon} \cdot N(t)$, die in Abbildung 7.8(a) dargestellt ist. Man beobachtet einen Zerfall des atomaren Ensembles mit einer Zerfallszeit von mehreren zehn Millisekunden. Dieser schnelle Zerfall lässt sich nicht mit einem Dreikörperzerfall erklären. Für die hier vorhandenen Dichten des Ensembles würde dieser mehrere Sekunden dauern [11].

Unter der Annahme, dass der hier beobachtete Zerfall ausschließlich durch die photoassoziative Anregung verursacht wird, ist die zeitliche Änderung der Atomzahl durch

$$\dot{N} = -2 \cdot \frac{\langle \Gamma \rangle}{\eta \varepsilon} \quad (7.4.2)$$

gegeben. Der Faktor 2 berücksichtigt hier, dass die Zählrate bei der photoassoziativen Ionisation sowie der Photoassoziaton proportional zur Anzahl der Atompaaire ist.

Mit der Zählrate aus Gleichung (7.3.1) erhält man für den Zweikörperzerfall die Differentialgleichung

$$\dot{N} = -\kappa_2 N^2, \quad (7.4.3)$$

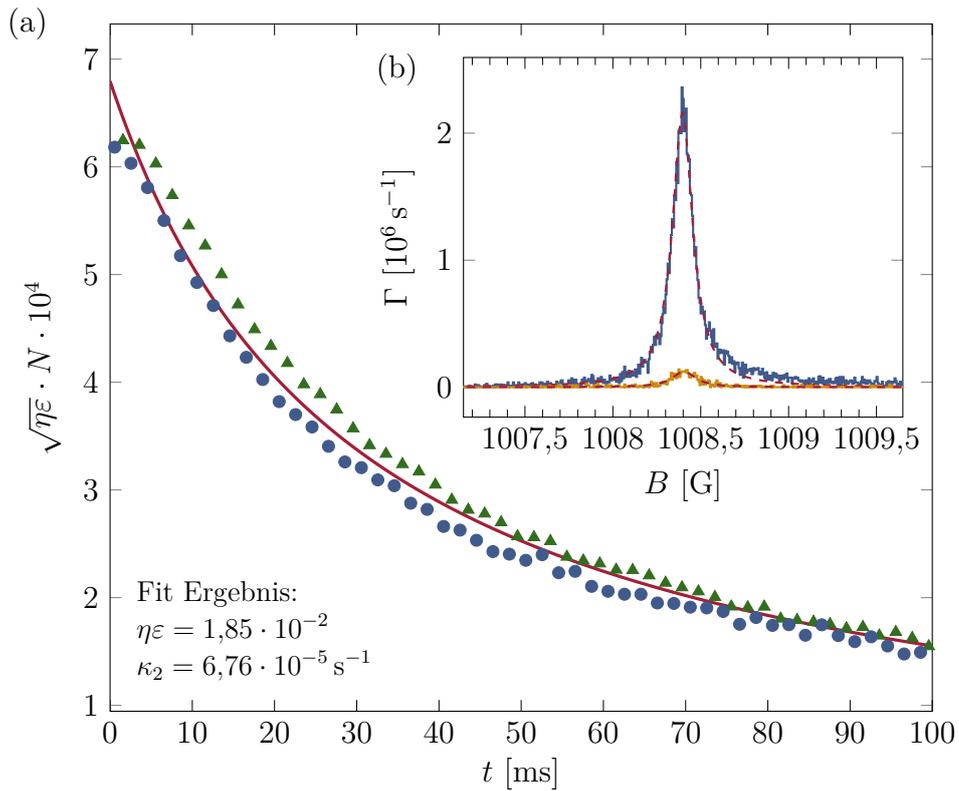


Abbildung 7.8: (a) Zerfall der Atomzahl bedingt durch optische Verluste. Die Atomzahl variiert systematisch mit der Abtastrichtung des Magnetfeldes. Aufwärtsrampen sind mit blauen Kreisen und Abwärtsrampen mit grünen Dreiecken markiert. Details siehe Anhang A.2.5. Die rote Kurve ist eine Anpassung des theoretisch zu erwartenden Zerfalls. (b) Über alle Zyklen der Messreihe gemittelte Resonanz der ersten (blau) und letzten Rampe (gelb), entsprechend dem ersten und letzten Punkt der Zerfallskurve. Die roten Kurven entsprechen hier einem Fit mit dem theoretischen Modell analog zu Abbildung 7.6(a).

mit dem Zweikörperzerfallskoeffizienten

$$\kappa_2 = 2 \cdot g_\alpha \cdot \frac{8}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{4\pi}{k_{\text{th}}^2} \cdot \frac{n}{N} \cdot v_{\text{th}} \cdot \bar{R}. \quad (7.4.4)$$

Da in jedem Zeitschritt das Magnetfeld über eine gesamte Resonanz gestimmt wird, ist hier nur das Mittel über den Abtastbereich relevant

$$\bar{R} = \frac{\int_{B_S}^{B_E} R(B) dB}{B_E - B_S}. \quad (7.4.5)$$

Die Lösung der Differentialgleichung 7.4.2 für den Zerfall der Atomzahl lautet

$$N(t) = \frac{N_0}{t\kappa_2 N_0 + 1}, \quad (7.4.6)$$

mit der Startatomzahl N_0 , die mithilfe einer üblichen Flugzeit-Absorptionsmessung bestimmt wurde (siehe Tabelle 7.1).

Eine Anpassung der theoretischen Erwartung für das Produkt $\sqrt{\eta\varepsilon} \cdot N(t)$ an die Messung der s -Wellen-Resonanz bei $B_0 = 1008,4$ G (vergleiche Abbildung 7.8(a)) liefert $\eta\varepsilon = 1,85 \cdot 10^{-2}$, mit der einfachen Standardabweichung des Fitparameters von $\pm 0,04 \cdot 10^{-2}$. Mit der Nachweiseffizienz des Detektors, bestimmt in Abschnitt 6.4 zu $\varepsilon = 70\%$, erhält man für die Ionisationseffizienz des Übergangs, also das Verhältnis aus photoassoziativer Ionisationsrate und den Gesamtverlusten, $\eta = \frac{\gamma_{\text{PI}}}{\gamma_l} = 0,03$.

Die Photoionisationsrate lässt sich nun über die aus Abschnitt 7.3 bestimmte Verlustrate γ_l bestimmen, $\gamma_{\text{PI}} = \eta \cdot \gamma_l = 0,03 \cdot 3,15 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} = 8,3 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$. Die Gesamtverluste setzen sich aus der photoassoziativen Ionisationsrate und der Photoassoziationsrate zusammen $\gamma_l = \gamma_{\text{PI}} + \gamma_{\text{PA}}$. Für diese Resonanz ist die Photoassoziationsrate von $\gamma_{\text{PA}} = (1 - \eta)\gamma_l = 3,07 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ damit gegenüber der photoassoziativen Ionisation dominant.

Die Anpassung der Zerfallskurve liefert zudem einen Wert für die Zweikörperzerfallsrate $\kappa_2 = (6,76 \pm 0,15) \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, wobei der angegebene Fehler die Standardabweichung des Fitparameters angibt. Die Zweikörperzerfallsrate weicht weniger als 20% vom theoretisch berechneten Wert aus Gleichung (7.4.4) $\kappa_{2,\text{theo}} = 8,29 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ab.

Die mittlere relative Abweichung der Modellkurve zur Messung beträgt hier $|\bar{r}| = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \left| \frac{\sqrt{\eta\varepsilon N - \text{Fit}}}{\sqrt{\eta\varepsilon N}} \right| = 4\%$ und beschreibt systematische Abweichungen.

Die analoge Analyse der übrigen drei vermessenen s -Wellen-Feshbach-Resonanzen dieses Eingangskanals ist in Abbildung 7.9 dargestellt und die zugehörigen Fitparameter und die daraus abgeleiteten Größen γ_{PI} und γ_{PA} sind in Tabelle 7.4 zusammengefasst.

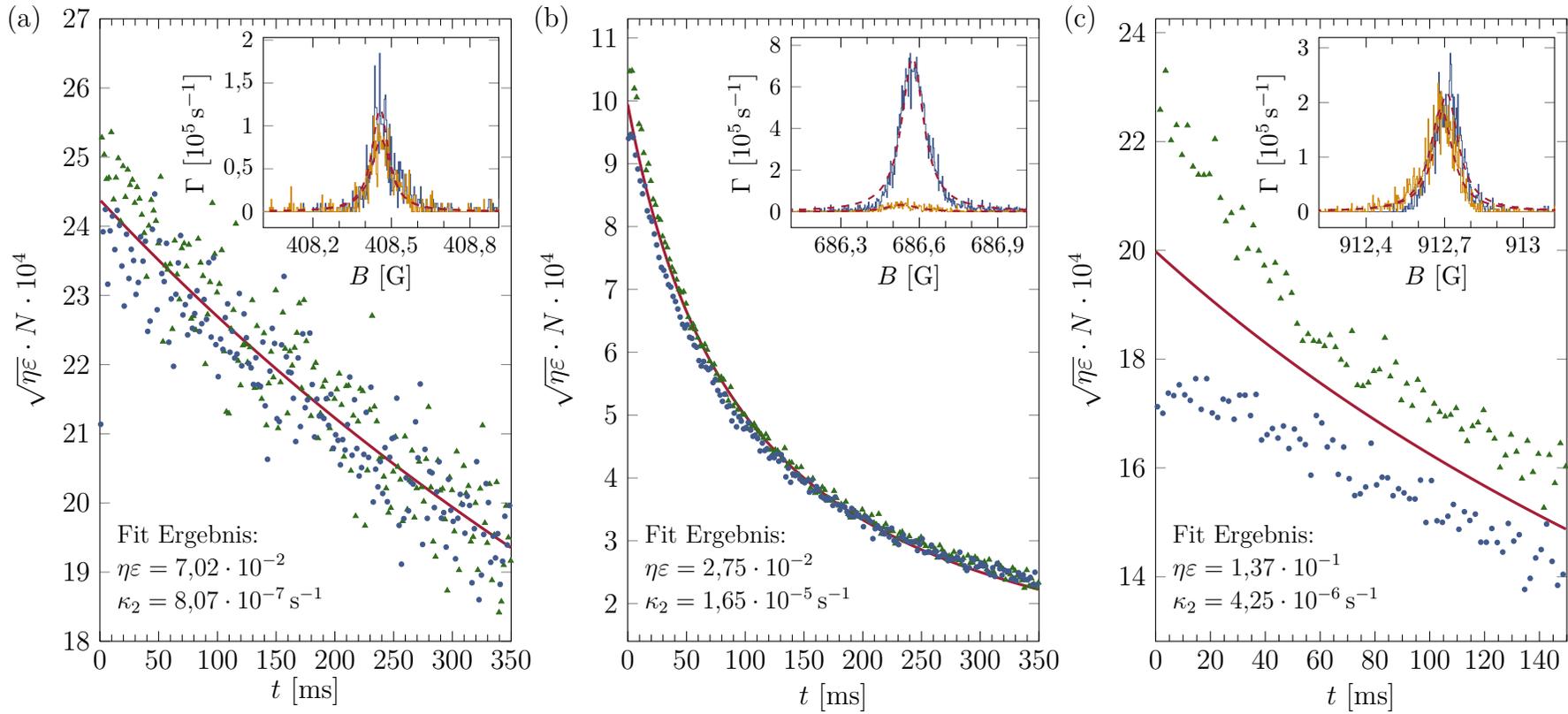


Abbildung 7.9: Zerfallskurven der s -Wellen-Feshbach-Resonanzen bei (a) 408,46 G, (b) 686,56 G und (c) 912,67 G. Aufwärtsrampen sind mit blauen Kreisen und Abwärtsrampen mit grünen Dreiecken markiert. Die rote Kurve zeigt die an die Daten angepasste Theoriekurve eines reinen Zweikörperzerfalls. In den oben rechts platzierten Graphen sind die Resonanzen der jeweiligen ersten (blau) und letzten Rampe (gelb), entsprechend dem ersten und letzten Punkt der Zerfallskurven dargestellt. Die roten Kurven entsprechen hier einem Fit mit dem theoretischen Modell analog zu Abbildung 7.6(a). Verschiebungen der Resonanzposition zwischen erster und letzter Rampe liegen innerhalb der Fehler des in Abschnitt 7.2.2 besprochenen Korrekturalgorithmus (vergleiche Tabelle 7.2).

Resonanz	$\eta\epsilon \cdot 10^{-2}$	$\gamma_{\text{PI}} [\text{s}^{-1}]$	$\gamma_{\text{PA}} [\text{s}^{-1}]$	$\kappa_2 [\text{s}^{-1}]$	$\kappa_{2,\text{theo}} [\text{s}^{-1}]$	$ \bar{r} $
408,46 G	$7,02 \pm 0,04$	$1,69 \cdot 10^5$	$1,51 \cdot 10^6$	$(8,07 \pm 0,20) \cdot 10^{-7}$	$3,95 \cdot 10^{-7}$	0,022
686,56 G	$2,75 \pm 0,02$	$5,81 \cdot 10^4$	$1,42 \cdot 10^6$	$(1,65 \pm 0,02) \cdot 10^{-5}$	$2,07 \cdot 10^{-5}$	0,024
912,67 G	$13,7 \pm 0,4$	$5,32 \cdot 10^5$	$2,19 \cdot 10^6$	$(4,25 \pm 0,39) \cdot 10^{-6}$	$1,60 \cdot 10^{-6}$	0,072
1008,4 G	$1,85 \pm 0,04$	$8,31 \cdot 10^4$	$3,07 \cdot 10^6$	$(6,76 \pm 0,15) \cdot 10^{-5}$	$8,29 \cdot 10^{-5}$	0,041

Tabelle 7.4: Fitparameter $\eta\epsilon$ und κ_2 der Zweikörperzerfallskurven und die daraus abgeleitete photoassoziative Ionisationsrate γ_{PI} und Photoassoziationsrate γ_{PA} . Zum Vergleich wurde die theoretische Zweikörperzerfallsrate $\kappa_{2,\text{theo}}$ berechnet. Die mittlere relative Abweichung zum Modell ist $|\bar{r}|$.

Wie bereits in Abschnitt 7.3 diskutiert, ist die Interpretation der Fitparameter nur unter der Annahme gültig, dass die Form der Resonanzen durch die Anlage ausreichend genau aufgelöst wird. Dies gilt auch für die Analyse der Zerfallskurven. Da die gemessenen Amplituden nicht aufgelöster Resonanzen kleiner sind als die von vollständig aufgelösten Resonanzen, wird die Ionisationseffizienz η bei der Interpretation nicht aufgelöster Resonanzen systematisch überschätzt.⁴

Eine nähere Betrachtung der Zerfallskurven in den Abbildungen 7.8 und 7.9 zeigt eine systematische Abweichung der Amplituden der Resonanzen in Abhängigkeit von der Abtastrichtung des Magnetfeldes. Am deutlichsten ist dieser Effekt bei der Resonanz bei 912,67 G zu erkennen (vergleiche Abbildung 7.9(c)), diese Resonanz zeigt auch die größte Abweichung zum Modell mit $|\bar{r}| = 7\%$. Resonanzen auf Aufwärtstrampen zeigen immer kleinere Amplituden im Gegensatz zu Resonanzen auf Abwärtstrampen. Eine quantitative Charakterisierung der Beobachtung wird in Anhang A.2.5 vorgenommen.

Das in Kapitel 4 aufgestellte Modell der Zählrate und des daraus abgeleiteten Zweikörperzerfalls beinhaltet keine von der Abtastrichtung abhängigen Phänomene. Das beobachtete asymmetrische Verhalten könnte durch diverse Phänomene hervorgerufen werden. Denkbar wären hier zum Beispiel Dreikörperkorrelationsphänomene, sogenannte Efimov-Zustände [36, 72], oder Assoziation und Dissoziation aufgrund von Magnetfeldrampen [185]. Es kann ebenso wiederum ein Hinweis auf ein nicht adiabatisches Reagieren des ultrakalten Gases auf sich schnell ändernde Streueigenschaften sein (vergleiche Diskussion in Abschnitt 7.1). Weiterführende Untersuchungen müssen hier Aufschluss liefern.

⁴Die Amplitude der Modellresonanz ist proportional zu dem Produkt aus η und I , daher könnte man erwarten, dass bei der Analyse von nicht aufgelösten Resonanzen die Ionisationseffizienz η unterschätzt wird, da das Integral über die Geschwindigkeiten in der Resonanzfunktion $R(B)$ jedoch nicht normiert ist, ist dies nicht der Fall. Einfache Abschätzungen mittels einer Anpassung der Modellfunktion an eine verbreiterte Testresonanz zeigen, dass hierbei die Ionisationseffizienz η überschätzt wird.

7.5 d -Wellen Feshbach-Resonanzen

In Abschnitt 2.2 wurde bei der Besprechung der Born-Oppenheimer Streupotenziale die Möglichkeit einer Kopplung einer einlaufenden s -Welle an einen gebundenen Zustand mit Rotationsquantenzahl $l = 2$ durch Spin-Spin-Kopplung besprochen. Diese sogenannten d -Wellen-Resonanzen weisen meist eine kleinere Breite Δ auf und die Kopplung zwischen offenem und geschlossenem Kanal ist in der Regel schwächer als bei s -Wellen-Resonanzen [21]. Nach Marte *et al.* [11] befinden sich in dem von uns untersuchten Eingangskanal $|1,1\rangle \times |1,1\rangle$ achtzehn solcher Feshbach-Resonanzen. Davon wurden in dieser Arbeit sechs Resonanzen mit derselben Messmethode, wie zuvor die s -Wellen-Resonanzen, detaillierter untersucht. Diese Resonanzen weisen theoretische Breiten Δ von unter 2 mG (siehe Tabelle A.2) auf. Daher sind die aus der Analyse der Resonanzform und des Zerfalls der Amplituden ermittelten Größen nur unter der Berücksichtigung der schon in Abschnitt 7.3 und 7.4 diskutierten Einschränkungen gültig.

Die über alle Rampen und Zyklen einer Messreihe gemittelten Zählraten der sechs vermessenen d -Wellen-Feshbach-Resonanzen des untersuchten Eingangskanals $|1,1\rangle \times |1,1\rangle$ sind in Abbildung 7.10 dargestellt. Die Messungen wurden hier ebenfalls mit dem Modell aus Abschnitt 4.2 angepasst. Die differentiellen magnetischen Momente der Resonanzen wurden hierfür durch eine einfache Abschätzung in Anhang A.2.3 ermittelt. Die resultierenden Ergebnisse der Anpassung der Theoriekurve, Gleichung (7.3.1), an alle sechs vermessenen d -Wellen Resonanzen sind in Tabelle 7.5 zusammengefasst.

$B_{0,\text{theo}} [G]$ [11]	388,5	392,9	632,5	719,5	831,3	930,9
$B_{0,\text{exp}} [G]$	389,64	393,82	633,75	720,61	832,28	930,89
$\gamma_l [10^6 \text{ s}^{-1}]$	1,69	2,49	3,76	3,37	2,49	3,62
FWHM [mG]	127	198	142	140	109	165

Tabelle 7.5: Resonanzposition $B_{0,\text{exp}}$ und optische Anregungsrate γ_l , bestimmt durch Anpassung der Resonanzen. Halbwertsbreite FWHM der d -Wellen-Resonanzen.

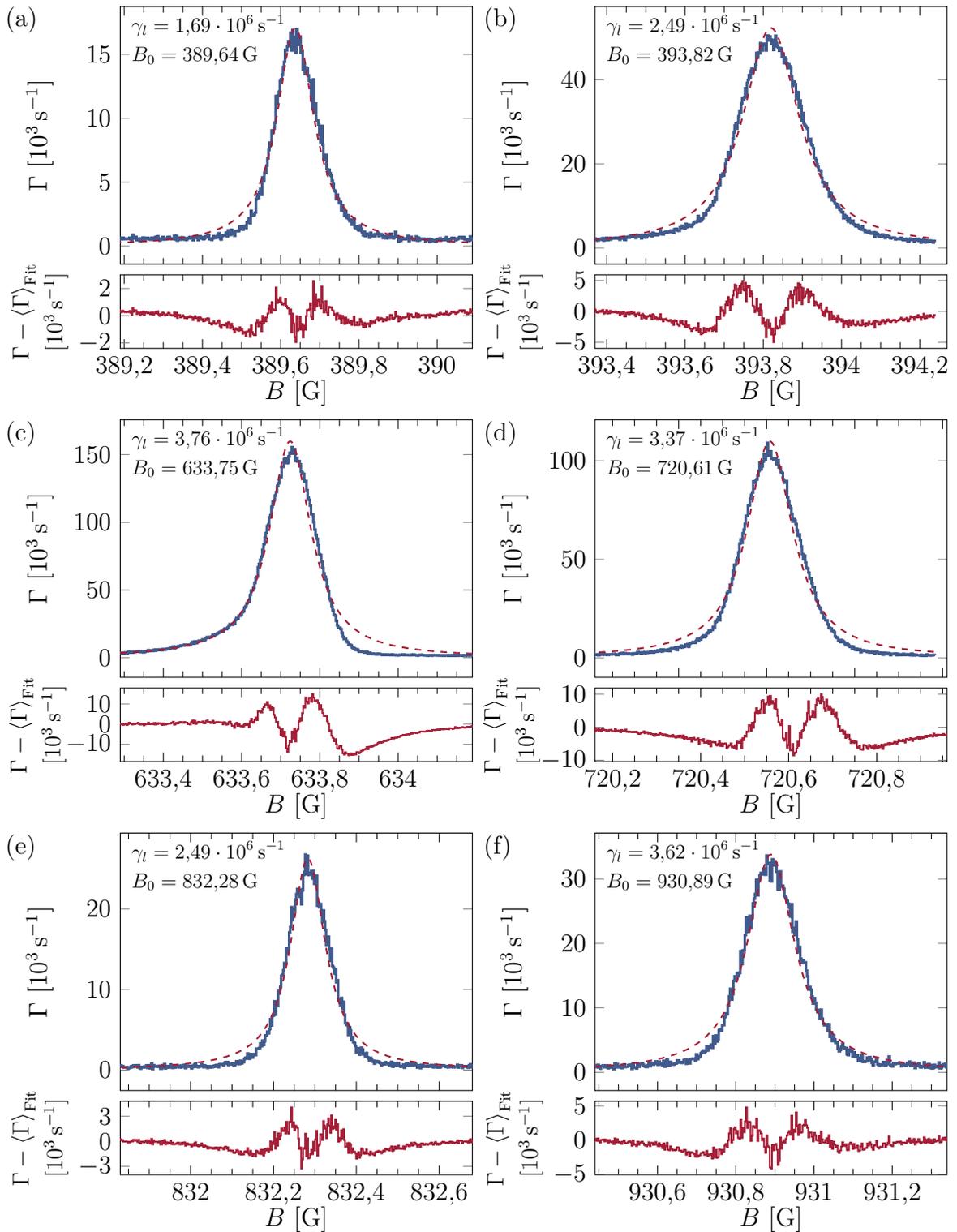


Abbildung 7.10: *d*-Wellen Feshbach-Resonanzen bei (a) 389,64 G, (b) 393,82 G, (c) 633,75 G, (d) 720,61 G, (e) 832,28 G und (f) 930,89 G. Analog zu Abb. 7.9 ist die gemittelte und korrigierte Zählrate aufgetragen mit Fit in rot. Die Kanalbreite beträgt hier 2 μs . Die unteren Graphen zeigen die Residuen der jeweiligen Fits.

Trägt man analog zu Abschnitt 7.4 die aus den Amplituden der Anpassung an die Resonanzen der einzelnen aufeinanderfolgenden Rampen extrahierten Werte für das Produkt $\sqrt{\eta\epsilon}N(t)$ auf, kann man eine Analyse des Zerfalls der Atomzahl auch hier vornehmen. Dies ist in Abbildung 7.11 dargestellt, die Zerfallskurven wurden mit der Theoriekurve eines reinen Zweikörperzerfalls, Gleichung (7.4.6), angepasst. In Tabelle 7.6 sind die resultierenden Parameter dieser Analyse aufgetragen.

Resonanz	$\eta\epsilon \cdot 10^{-2}$	$\gamma_{\text{PI}} [\text{s}^{-1}]$	$\gamma_{\text{PA}} [\text{s}^{-1}]$	$\kappa_2 [\text{s}^{-1}]$	$\kappa_{2,\text{theo}} [\text{s}^{-1}]$	$ \overline{r} $
389,64 G	$4,25 \pm 0,04$	$1,03 \cdot 10^5$	$1,59 \cdot 10^6$	$3,53 \cdot 10^{-14} \pm 1,09 \cdot 10^{-8}$	$1,10 \cdot 10^{-7}$	0,050
393,82 G	$7,23 \pm 0,07$	$2,57 \cdot 10^5$	$2,23 \cdot 10^6$	$(2,51 \pm 0,28) \cdot 10^{-7}$	$3,43 \cdot 10^{-7}$	0,040
633,75 G	$9,31 \pm 0,31$	$5,00 \cdot 10^5$	$3,26 \cdot 10^6$	$(2,27 \pm 0,19) \cdot 10^{-6}$	$1,66 \cdot 10^{-6}$	0,152
720,61 G	$15,1 \pm 0,2$	$7,27 \cdot 10^5$	$2,64 \cdot 10^6$	$(1,09 \pm 0,09) \cdot 10^{-6}$	$6,89 \cdot 10^{-7}$	0,048
832,28 G	$6,90 \pm 0,10$	$2,45 \cdot 10^5$	$2,24 \cdot 10^6$	$(1,30 \pm 1,06) \cdot 10^{-7}$	$2,97 \cdot 10^{-7}$	0,038
930,89 G	$28,8 \pm 0,4$	$1,49 \cdot 10^6$	$2,13 \cdot 10^6$	$(11,19 \pm 1,42) \cdot 10^{-7}$	$1,23 \cdot 10^{-7}$	0,031

Tabelle 7.6: Fitparameter der Zweikörperzerfallskurven der d -Wellen Feshbach-Resonanzen und die daraus abgeleiteten Größen, die photoassoziative Ionisationsrate γ_{PI} und die Photoassoziationsrate γ_{PA} . Die theoretische Zerfallskonstante $\kappa_{2,\text{theo}}$ ist zum Vergleich angegeben. Die mittlere relative Abweichung zum Fit ist durch $|\overline{r}|$ gegeben.

Hierbei fällt die Diskrepanz der Amplitudenhöhe von Auf- und Abwärtsrampen der d -Wellen Resonanz bei einer Resonanzposition von $B_0 = 633,75$ G besonders stark aus⁵ (vergleiche Abbildung 7.11(c)). Es ist bekannt, dass diese Resonanz eine d -Wellen-Form-Resonanz im offenen Kanal aufweist [186]. Aufgrund der Partialwellen mit $l = 2$ bildet das Van-der-Waals-Potenzial eine Potenzialbarriere aus, die sogenannte Zentrifugalbarriere, und es existiert ein quasigebundener Zustand im offenen Kanal, der diese Form-Resonanz verursacht. In der Arbeit von Volz zeigt die dort gemessene Dissoziationsrate von präparierten Molekülen eine signifikante Erhöhung aufgrund dieser Form-Resonanz [186].

Die aus den Verlustraten γ_l und der Ionisationseffizienz η bestimmten Raten für die Photoassoziationsrate γ_{PA} und photoassoziative Ionisation γ_{PI} sind in Tabelle 7.6 zusammengefasst (siehe auch Abbildung A.4 in Anhang A.2.6). Diese Resonanz zeigt die höchste Photoassoziationsrate γ_{PA} aller untersuchten Resonanzen. Für eine genaue Analyse dieser Resonanz müsste man diese d -Wellen-Form-Resonanz im Eingangskanal berücksichtigen. Möglicherweise kann diese zur Klärung der beobachteten Effekte beitragen.

⁵Das in Anhang A.2.5 bestimmte Verhältnis der Effizienzen für Auf- und Abwärtsrampen beträgt hier $\frac{\eta+\epsilon}{\eta-\epsilon} = 0,54$.

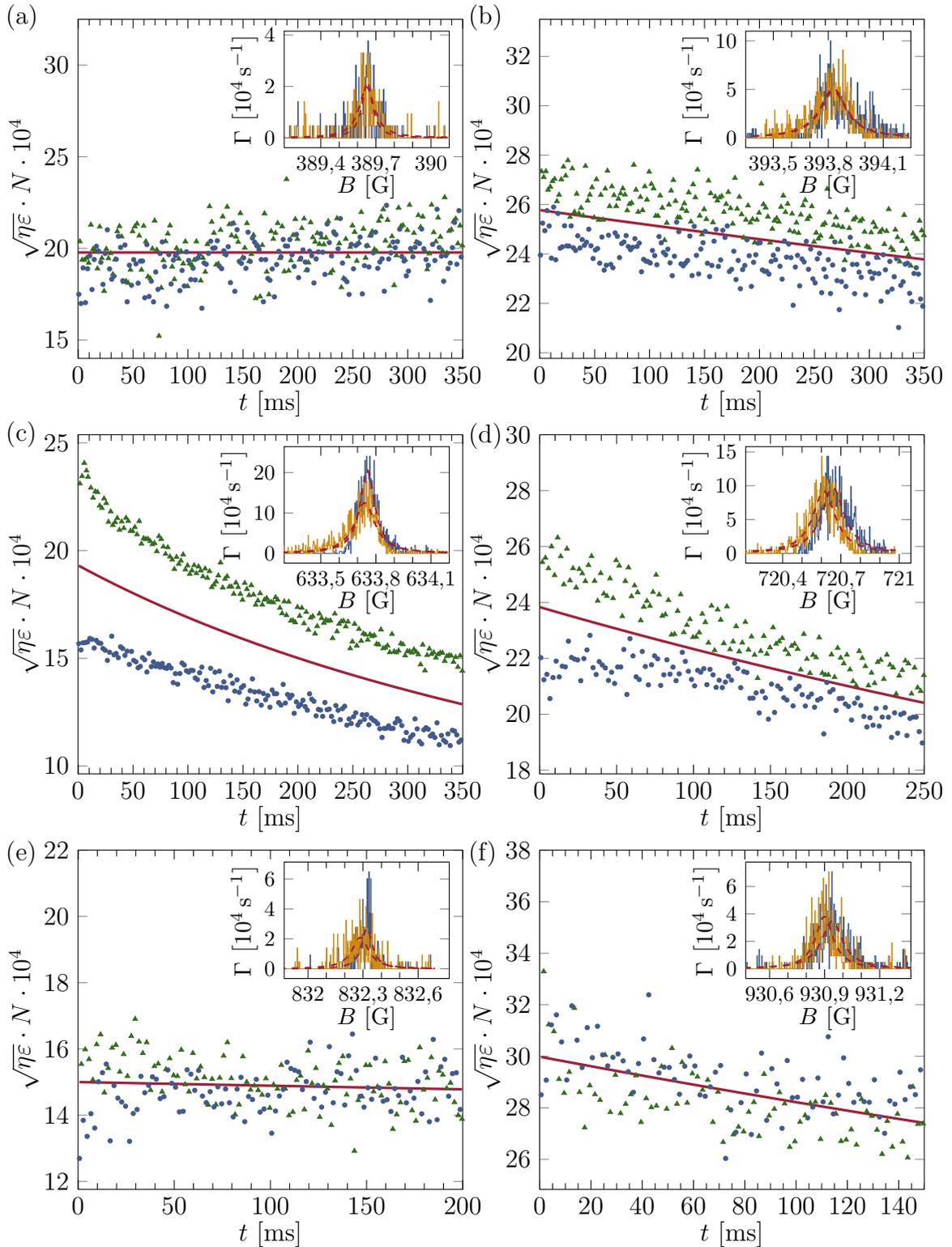


Abbildung 7.11: Zerfallskurven der *d*-Wellen Resonanzen bei (a) 389,64 G, (b) 393,82 G, (c) 633,75 G, (d) 720,61 G, (e) 832,28 G und (f) 930,89 G mit Fit in rot. Jeweils oben rechts sind die zugehörigen Resonanzen der ersten (blau) und letzten Rampe (gelb), sowie deren Anpassung mit dem theoretischen Modell (rot) dargestellt.

Die Auswertung der Messung der Feshbach-Resonanz bei der Resonanzposition von $B_0 = 930,89$ G liefert die höchste Ionisationseffizienz η aller vermessener Resonanzen und somit auch die höchste photoassoziative Ionisationsrate, dies könnte durch eine mögliche Abhängigkeit der optischen Verlusten vom Magnetfeld bedingt sein (vergleiche Anhang A.2.6).

7.6 Unbekannte Resonanzen bei 701,85 G und 702,74 G

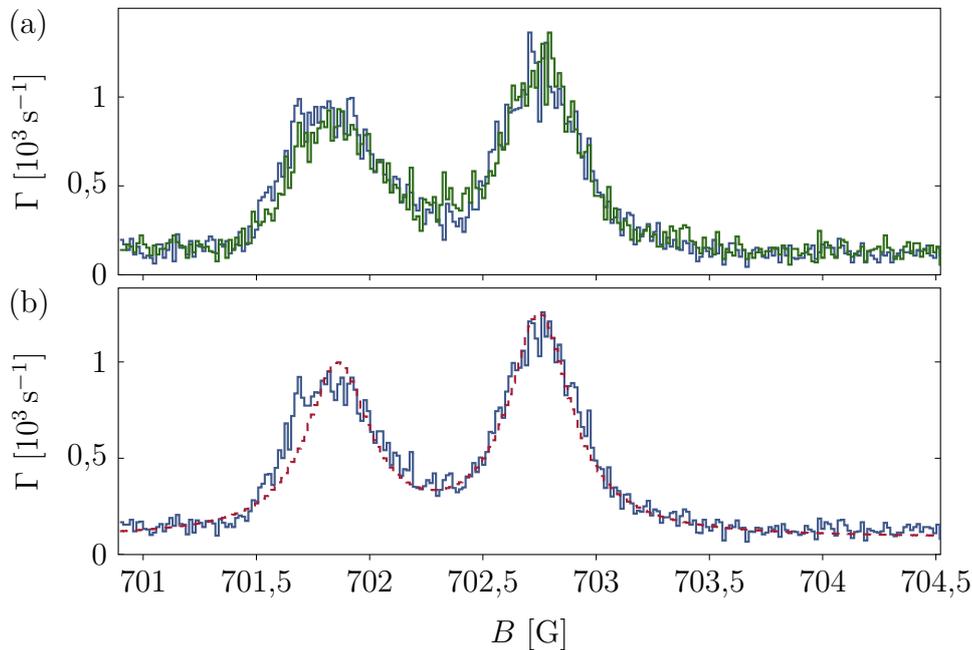


Abbildung 7.12: (a) Zählrate der unbekannt Resonanzen, gemittelt über alle 263 Messzyklen, getrennt nach Aufwärtsrampen (blau) und Abwärtsrampen (grün), korrigiert um den Triggerversatz von 154 ms. Die Kanalbreite des Histogramms beträgt hier $10 \mu\text{s}$. (b) Korrigierte gemittelte Zählrate aller Resonanzen und Messzyklen. Anpassung zweier Lorentz-Funktionen (rot) liefert für die Resonanzpositionen 701,85 G und 702,74 G und deren Halbwertsbreite 340 mG und 334 mG.

Die Übersichtsmessung in Abschnitt 7.1 gab einen Hinweis auf Resonanzen, welche den theoretisch bekannten Resonanzen nicht zuzuordnen sind. Die Resonanz bei 703,1 G wurde mittels der in Abschnitt 7.2 vorgestellten Messmethode näher untersucht, wobei, aufgrund der geringen maximalen Zählrate von nur $1 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$, über 263 Präparationszyklen und 60 kombinierte Auf- und Abwärtsrampen pro Messzyklus gemittelt wurde. Die Rampendauer betrug 2,5 ms und das Magnetfeld wurde von dem Startwert 700,9 G über einen Bereich von 3,6 G variiert. Die geringe Anzahl an Ionisationsereignissen während der einzelnen Rampen in einer Messung machte die Anwendung des Korrekturalgorithmus aus Abschnitt 7.2.2 nicht möglich, da eine Bestimmung der Resonanzposition der ungemittelten Signale nicht möglich ist. Eine Analyse der über alle Rampen einer Messung und alle Messzyklen gemittelten Signale ist jedoch möglich. In Abbildung 7.12(a) sind die gemittelten Signale getrennt nach Auf- und Abwärtsrampe dargestellt. Für die Erstellung dieser Histogramme wurden die Zeitstempel der Ionisationsereignisse der Rampen in Kanäle der Breite $10 \mu\text{s}$ einsortiert und um den Zeitversatz von Trigger zu

Rampe von $t_{\Delta\text{Trigger}} = 154$ ms korrigiert, um Auf- und Abwärtsrampen aufeinander zu legen. Nun zeigt sich hier nicht nur eine Resonanz sondern eine Doppelstruktur. Die korrigierte, über alle Rampen, unabhängig der Abtastrichtung und unter Verwendung aller Messzyklen gemittelte Zählrate ist in Abbildung 7.12(b) dargestellt. Eine Anpassung mittels zweier Lorentz-Funktionen liefert die Positionen der Resonanzen bei 701,85 G und 702,74 G. Die Halbwertsbreite dieser Resonanzen ergibt sich hier zu 340 mG und 334 mG.

8 Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine neue Messmethode zur *in situ*-Beobachtung von Paarkorrelationen in kalten atomaren Gasen entwickelt und untersucht. Sie basiert auf der photoassoziativen Ionisation in Kombination mit einer effizienten und zeitlich hochauflösenden Detektion der bei diesem Prozess erzeugten Molekülionen.

Dazu wurde eine bestehende Apparatur zur Präparation kalter Rubidium Gase um ein Ionen-Nachweissystem erweitert. Es basiert auf einem Kanal-Elektronenvervielfacher, der in unmittelbarer Nähe der atomaren Wolke platziert ist. Nahe beieinanderliegende Atompaare werden durch einen optischen Dreiphotonenübergang zu einem Molekülion angeregt, das mit einer Effizienz von $\varepsilon = 0,7$ durch das Nachweissystem erfasst wird. Die Funktionsweise des Ionen-Nachweissystems wurde experimentell mittels Zweifarben-Photoionisation von ^{87}Rb -Atomen bis zu einer Magnetfeldstärke von 1200 G charakterisiert und die Detektionseffizienz des Detektors bestimmt.

Es konnte gezeigt werden, dass die neue Methodik ein mächtiges Werkzeug zu Verfügung stellt, um Feshbach-Resonanzen und die sich dabei verändernden Paarkorrelationen des ultrakalten Gases zu untersuchen.

So war es beispielsweise möglich, in einem Magnetfeldbereich von über 1000 G innerhalb eines Präparationszyklus des Gases alle bekannten *s*-Wellen-Resonanzen und einige *d*-Wellen-Resonanzen des Eingangskanals $|F = 1, m_F = 1\rangle \times |1, 1\rangle$ zu detektieren. Diese Messung gab auch Hinweise auf Resonanzen, welche den bisher aus der Literatur bekannten Resonanzen nicht zugeordnet werden konnten.

Aufgrund der für die Methode charakteristischen Verluste ist es möglich, eine einzelne Resonanz innerhalb eines Präparationszyklus mehrmals zu beobachten. Dazu wird das Magnetfeld in Form von Dreiecks-Rampenfunktionen zeitlich um die Resonanzposition variiert und die Rampen mit einer Wiederholrate von 1 kHz aneinandergereiht. Dies ermöglichte es, eine einzelne Feshbach-Resonanz bis zu 350 mal während eines einzelnen Präparationszyklus zu beobachten. Des Weiteren ergab sich durch diese hohe Wiederholrate die Möglichkeit, langsame Driften des Magnetfeldes, bedingt durch Netzbrummen und Thermalisierung des in Vakuum-Spulenaufbaus, zu korrigieren.

Mit dieser neuen Methode wurden in dem in dieser Arbeit untersuchten Eingangskanal

$|1,1\rangle \times |1,1\rangle$ alle bekannten s -Wellen- und sechs bekannte d -Wellen-Feshbach-Resonanzen exemplarisch untersucht. Hierbei war es möglich, Resonanzen mit einem Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 130 in einer Messdauer von nur 90 min aufzuzeichnen.

Die hohe Zeitauflösung und die hohe Nachweiseffizienz ermöglicht es außerdem, Zerfallsprozesse des atomaren Gases in Echtzeit und *in situ* zu beobachten. In dem in dieser Arbeit realisierten Fall werden die Zerfälle hauptsächlich durch Photoassoziation von neutralen Molekülen verursacht. Dieser Effekt entsteht durch optische Anregung eines Zweiphotonenübergangs durch den Infrarotlaser bei 1070 nm, der auch zum optischen Fangen der Atome verwendet wird. Obwohl die meisten modernen Experimente mit kalten Atomen ähnliche Laser zum Fangen der Atome verwenden, wurde der hier beobachtete Verlustkanal bisher nicht diskutiert. In den meisten Experimenten sind die Verluste in der Tat vernachlässigbar klein oder werden von anderen Zerfällen dominiert. Sie beeinflussen aber signifikant die Streueigenschaften des Gases, wie z.B. die s -Wellen-Streulänge. In dem hier untersuchten Fall wird beispielsweise der Wert der Streulänge in der Nähe einer Feshbach-Resonanz durch die optischen Verluste auf wenige 100 Bohrradien begrenzt, so dass das unitäre Regime nicht erreicht werden kann. Dies hat einen entscheidenden Einfluss z.B. auf die Ausbildung von Efimov-Trimeren. Man kann auch für andere atomare Gase ähnliche Effekte nicht ausschließen.

8.2 Ausblick

Um die Technik der photoassoziativen Ionisation weiter zu verbessern, wäre es von Vorteil, die optische Anregung und die Dipolfalle zu entkoppeln. Hierfür wäre es nötig, die Dipolfalle mit Licht eines Lasers zu bilden, der das atomare Ensemble nicht ionisiert. Die photoassoziative Ionisation müsste dann durch einen weiteren separaten Laser getrieben werden. Dies könnte mittels eines Ein- oder Zweiphotonenübergangs geschehen, was die theoretische Analyse der optischen Anregungsraten deutlich vereinfachen würde. Bei geeigneter Wahl der Übergangsfrequenzen könnte dies zu einem gänzlichen Unterdrücken des unerwünschten Photoassoziationsprozesses führen, da die zwischenliegenden Zustände der elektronisch angeregten Molekülpotenziale für diesen Prozess nun fernverstimmt wären.

Darüber hinaus wäre es interessant, weitere Anregungsschemata mittels photoassoziativer Ionisation zu entwickeln, um diese Methode auf andere Alkali- oder sogar nicht Alkali-Quantengase zu erweitern.

Die Methode der photoassoziativen Ionisation kann durch die Möglichkeit von schnellen und weiten Abtastbereichen von Magnetfeldern außerdem in Übersichtsmessungen [46] dazu beitragen, neue und schwache Feshbach-Resonanzen zu detektieren.

Mittels photoassoziativer Ionisation können Änderungen der Paarkorrelationen mit einer

Auflösung von einigen wenigen zehn Nanosekunden aufgezeichnet werden. Dies wird nur durch die optische Anregungszeit und der Ansprechzeit des Kanal-Elektronenvervielfachers limitiert. Dadurch werden neue Möglichkeiten eröffnet, das Verhalten von Quantengasen in so genannten „*Quench*“-Experimenten zu untersuchen, bei denen die Wechselwirkungen zwischen den Atomen kurz gestört werden und die Reaktion des Gases auf diese Störung untersucht wird [78–83]. Die Streueigenschaften des Ensembles könnten nun gezielt durch das Induzieren von Verlusten gestört werden. Hohe Verlustraten führen dabei zu einem Dämpfen der Resonanz. In dem in dieser Arbeit realisierten Fall konnte gezeigt werden, dass die Verluste durch Photoassoziation die optischen Verluste dominieren und die Streulänge aufgrund der hohen Verluste die Hintergrundstreulänge kaum überschreitet (vergleiche Abschnitt 4.1). Bei geeigneter Wahl des Ionisationslasers sind die Verluste durch photoassoziative Ionisation und Photoassoziation, wie zuvor diskutiert, entkoppelt. Es ist dann denkbar, mittels eines zusätzlichen Lasers, gezielt Verluste durch Photoassoziation von freien Paaren in gebundene Molekülzustände zu induzieren. Da diese Verluste optisch induziert sind, können diese sehr schnell „geschaltet“ werden. Mit dem Ausschalten des zusätzlichen Photoassoziationslasers kann dann ein Sprung ins unitäre Regime ermöglicht werden. Die direkte Zeitentwicklung des Ensembles auf die so induzierte Störung der Streueigenschaften kann dann direkt mittels photoassoziativer Ionisation beobachtet werden.

Darüber hinaus könnte diese Technik bei der Untersuchung schwach gebundener efimovartiger Mehrkörperzustände Anwendung finden. Der in dieser Arbeit verwendete apparative Aufbau ist für Gemisch-Experimente von Lithium und Rubidium ausgelegt und es konnte schon in vorherigen Arbeiten ein Efimov-Zustand bei einer breiten s -Wellen-Feshbach-Resonanz im Streukanal ${}^7\text{Li} |1, 1\rangle \times {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ bei einer Magnetfeldstärke von 661 G mittels Kollisionsheizen gemessen werden [19, 141]. Die heteronukleare Efimov-Resonanz zeigte sich dort durch eine überhöhte Dreikörperrekombinationsrate in der Hochfeldflanke der Feshbach-Resonanz. An dieser Stelle beträgt die Streulänge $a_{\text{LiRb}} = -1870a_0$ und ein gebundenes Efimov-Trimer dissoziiert und entartet energetisch mit drei freien Atomen. Mit einer überhöhten Dreikörperrekombinationsrate geht auch eine Überhöhung der atomaren Verluste einher und Efimov-Resonanzen werden auch mittels Verlustspektroskopie untersucht [37, 187, 188]. Im Gegensatz zu diesen Messungen könnte mittels photoassoziativer Ionisation eine *in situ* Messung von heteronuklearen Efimov Trimeren zum Beispiel durch die Beobachtung der Korrelationen der beteiligten beiden schweren Atome möglich sein. Bei einem Dreikörperproblem mit großem Massenverhältnis der beiden beteiligten Spezies lässt sich dieses durch adiabatische Eliminierung der schnellen Dynamik des leichten Atoms auf ein Zweikörperproblem zurückführen [189]. Nahe einer heteronuklearen Feshbach-Resonanz bindet also das leichtere der beiden Atome, in unserem Fall das Lithiumatom, ein zusätzliches schweres Rubidiumatom mit einem $1/r^2$ -Potenzial. Diese erhöhte Paarkorrelation der beiden

schweren Rubidiumatome würde direkt zu einer erhöhten Zählrate der Molekulationen führen, die in Echtzeit beobachtet werden kann. Somit sollte es möglich sein, diese Paarkorrelationen der Rubidiumatome auch auf einer Zeitskala zu detektieren, in der das atomare Ensemble noch nicht aufgrund von inelastischen Dreikörperstößen zerfallen ist.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Claus Zimmermann, der mir die Möglichkeit eröffnete, meine Promotion in einem eigenen Labor durchführen zu können. Er gab mir die Freiheit, das Abenteuer Promotion mitzugestalten, wobei er sich auf dieser Reise stets für mich Zeit nahm, für jedes Problem einen möglichen Lösungsweg aufzeigen konnte und mir Freude an der Atomphysik und dem Experimentieren vermittelte.

Mein Laborvorgänger Reinhardt A. W. Maier hat mir mit seiner Erfahrung viel technisches und physikalisches Wissen vermittelt. Er hat mich in die Geheimnisse des Labors eingewiesen und war stets mit Rat und Tat zur Stelle, wenn ich ihn brauchte. Jederzeit hat er mit viel Geduld meine Fragen zum Experiment beantwortet und mit mir Lösungen diskutiert. Dafür möchte ich mich bedanken.

Für ausgiebige physikalische Diskussionen, die wir regelmäßig führten, möchte ich Andreas Günther und Peter Federsel danken.

Ein herzliches Dankeschön an Patrizia Weiß und Andreas Günther für das Korrekturlesen dieser Arbeit.

Für die tolle Arbeit der feinmechanischen Werkstatt möchte ich mich bei Herrn Stockmaier und seinen Mitarbeitern bedanken. Ohne sie wäre die technische Umsetzung der Erweiterung des apparativen Aufbaus so nicht möglich gewesen. Dem Sekretariat danke ich für die Hilfe bei der Bewältigung von allerlei Verwaltungsaufgaben und auch der Elektronikwerkstatt sei für ihre Beiträge zu dieser Arbeit gedankt.

Nicht zuletzt danke ich meiner Familie für die Unterstützung während des Physikstudiums und der Promotion. Mit meinem mittlerweile verstorbenen Vater, selbst Physiker, konnte ich früher oft physikalische Fragen diskutieren, dadurch hat er mein Interesse an der Physik erst geweckt.

Allen Weggefährten auf dieser Reise ein herzliches Dankeschön!

A Anhang

A.1 Physikalische Konstanten und Größen

Lichtgeschwindigkeit	$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$
Plancksches Wirkungsquantum	$h = 6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ J/Hz}$
reduziertes Plancksches Wirkungsquantum	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$
Bohrsches Magneton	$\mu_B = 9,274\,010\,078\,3 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$
Bohrradius	$a_0 = 5,291\,772\,109\,03 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
Hartree Energie	$E_h = 4,359\,744\,722\,207\,1 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
Permittivität des Vakuums	$\epsilon_0 = 8,854\,187\,812\,8 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
Masse Rubidiumatom	$m_{\text{Rb}} = 1,443\,160\,60 \cdot 10^{-25} \text{ kg [190]}$
Masse Elektron	$m_e = 9,109\,383\,701\,5 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Elementarladung	$e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Fallbeschleunigung	$g = 9,806\,65 \text{ m/s}^2$

Tabelle A.1: In dieser Arbeit verwendete physikalische Konstanten und Größen nach [191], wenn nicht separat zitiert.

A.2 Feshbach-Resonanzen

A.2.1 Thermische Mittelung der Ionenrate

Für die thermisch gemittelte Ionenrate gilt nach Abschnitt 4.2.1:

$$\begin{aligned}
 \langle \Gamma \rangle_{\text{therm}} &= \int_0^\infty \rho(v) \Gamma dv \\
 &= \int_0^\infty \rho(v) \eta \varepsilon N \frac{\hbar k}{\mu} n g_\alpha \frac{4\pi}{k} a_{\text{bg}} \Delta I \frac{1}{(k a_{\text{bg}} \Delta + I)^2 + (B - B_0)^2} dv \\
 &= \eta \varepsilon N \frac{\hbar}{\mu} n g_\alpha 4\pi a_{\text{bg}} \Delta I \int_0^\infty \rho(v) \frac{1}{(k a_{\text{bg}} \Delta + I)^2 + (B - B_0)^2} dv \\
 &= \eta \varepsilon N \frac{\hbar}{\mu} n g_\alpha 4\pi a_{\text{bg}} \Delta I \frac{4}{\sqrt{\pi} v_{\text{th}}^3} \int_0^\infty e^{-\left(\frac{v}{v_{\text{th}}}\right)^2} v^2 \frac{1}{(k a_{\text{bg}} \Delta + I)^2 + (B - B_0)^2} dv \\
 &= \eta \varepsilon g_\alpha N n \frac{16\sqrt{\pi}}{v_{\text{th}}^4} \frac{\hbar^2}{\mu^2} \left(\frac{\mu v_{\text{th}}}{\hbar} a_{\text{bg}} \Delta \right) I \int_0^\infty e^{-\left(\frac{v}{v_{\text{th}}}\right)^2} v^2 \frac{1}{\left(\frac{\mu}{\hbar} v a_{\text{bg}} \Delta + I\right)^2 + (B - B_0)^2} dv \\
 &= \eta \varepsilon g_\alpha N n \frac{16\sqrt{\pi}}{v_{\text{th}}} \frac{\hbar^2}{\mu^2} S I \int_0^\infty e^{-\left(\frac{v}{v_{\text{th}}}\right)^2} \left(\frac{v}{v_{\text{th}}}\right)^2 \frac{1}{\left(\frac{v}{v_{\text{th}}} S + I\right)^2 + (B - B_0)^2} \frac{1}{v_{\text{th}}} dv \\
 &= \eta \varepsilon g_\alpha N n \frac{16\sqrt{\pi}}{v_{\text{th}}} \frac{\hbar^2}{\mu^2} S I \int_0^\infty e^{-\tilde{v}^2} \tilde{v}^2 \frac{1}{(\tilde{v} S + I)^2 + (B - B_0)^2} d\tilde{v} \\
 &= \eta \varepsilon g_\alpha N n \frac{32\sqrt{\pi}}{k_{\text{th}}^2} v_{\text{th}} R(B) = \eta \varepsilon g_\alpha N n \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{4\pi}{k_{\text{th}}^2} v_{\text{th}} R(B).
 \end{aligned} \tag{A.2.1}$$

Unter der Verwendung von

$$\frac{\hbar^2}{v_{\text{th}} \mu^2} = \frac{\hbar^2 k_{\text{th}}^2}{v_{\text{th}}^2 \mu^2 k_{\text{th}}^2} v_{\text{th}} = \left(\frac{\hbar k_{\text{th}}}{v_{\text{th}} \mu} \right)^2 \frac{v_{\text{th}}}{k_{\text{th}}^2} = 2 \frac{v_{\text{th}}}{k_{\text{th}}^2}, \tag{A.2.2}$$

wobei für die thermischen Wellenzahl k_{th} , bezogen auf das Schwerpunktsystem, gilt

$$\frac{(\hbar k_{\text{th}})^2}{2\mu} = k_{\text{B}} T = \frac{1}{2} m v_{\text{th}}^2. \tag{A.2.3}$$

Damit folgt direkt mit der Definition der reduzierten Masse $\mu = \frac{m^2}{2m} = \frac{m}{2}$:

$$\left(\frac{\hbar k_{\text{th}}}{v_{\text{th}} \mu} \right)^2 = \frac{m}{\mu} = 2. \tag{A.2.4}$$

Die Parameter I und S sind wie folgt definiert

$$I := \frac{\hbar \gamma_i}{2\mu_{\text{m}}}, \quad S := \frac{\mu v_{\text{th}}}{\hbar} a_{\text{bg}} \Delta. \tag{A.2.5}$$

Und für die Resonanzfunktion folgt

$$R(B) = S I \int_0^\infty \exp^{-\tilde{v}^2} \tilde{v}^2 \frac{1}{(S \tilde{v} + I)^2 + (B - B_0)^2} d\tilde{v}, \tag{A.2.6}$$

mit der normierten Geschwindigkeit $\tilde{v} = \frac{v}{v_{\text{th}}}$.

A.2.2 Charakterisierungsparameter der Feshbach-Resonanzen

$B_{0,\text{exp}}$ [G]	$B_{0,\text{theo}}$ [G]	Δ [mG]	$l(f_1, f_2)\nu', m_F$	F	m_{f_1}, m_{f_2}
408,46	406,6	0,4	0(1,2)-4,2		0,2
686,56	685,8	17	0(1,2)-4,2		1,1
912,67	911,7	1,3	0(2,2)-5,2	4	
1008,40 [84]	1008,5	170	0(2,2)-5,2	2	
–	377,2	$\ll 0,1$	2(1,1)-2,0		-1,1
–	395,0	$\ll 0,1$	2(1,1)-2,0		0,0
–	857,6	$\ll 0,1$	2(1,1)-2,1	2	0,1
–	249,1	$\ll 0,1$	2(1,2)-4,1		-1,2
–	306,2	$\ll 0,1$	2(1,2)-4,0		-1,1
–	319,7	$< 0,1$	2(1,2)-4,2		0,2
389,65	388,5	$< 0,1$	2(1,2)-4,1		0,1
393,80	392,9	0,3	2(1,2)-4,3	3	1,2
–	534,2	$< 0,1$	2(1,2)-4,0		0,0
–	552,0	0,2	2(1,2)-4,2		1,1
–	819,3	$< 0,1$	2(1,2)-4,1		1,0
633,75	632,5	1,5	2(2,2)-5,4	4	2,2
720,66	719,5	0,5	2(2,2)-5,3	4	1,2
832,32	831,3	0,2	2(2,2)-5,2	4	
930,92	930,9	$< 0,1$	2(2,2)-5,2	2	
–	978,3	$< 0,1$	2(2,2)-5,1	4	
–	1140,9	$\ll 0,1$	2(2,2)-5,1	2	
–	1176,3	$\ll 0,1$	2(2,2)-5,0	4	

Tabelle A.2: Feshbach-Resonanzen bei Stößen von ^{87}Rb -Atomen im Eingangskanal $|1,1\rangle \times |1,1\rangle$. Aufgeführt sind jeweils die in dieser Arbeit experimentell bestimmten Positionen B_{exp} . Ebenfalls sind die theoretisch vorhergesagten Resonanzpositionen B_{theo} und Breiten Δ der entsprechenden Resonanzen zusammengefasst [11]. Zur Kennzeichnung dieser Resonanzen bzw. der zugehörigen gebundenen Zustände dient jeweils ein Satz von Quantenzahlen [96].

A.2.3 Einfache Abschätzung der Positionen der Resonanzen und ihrer magnetischen Momente

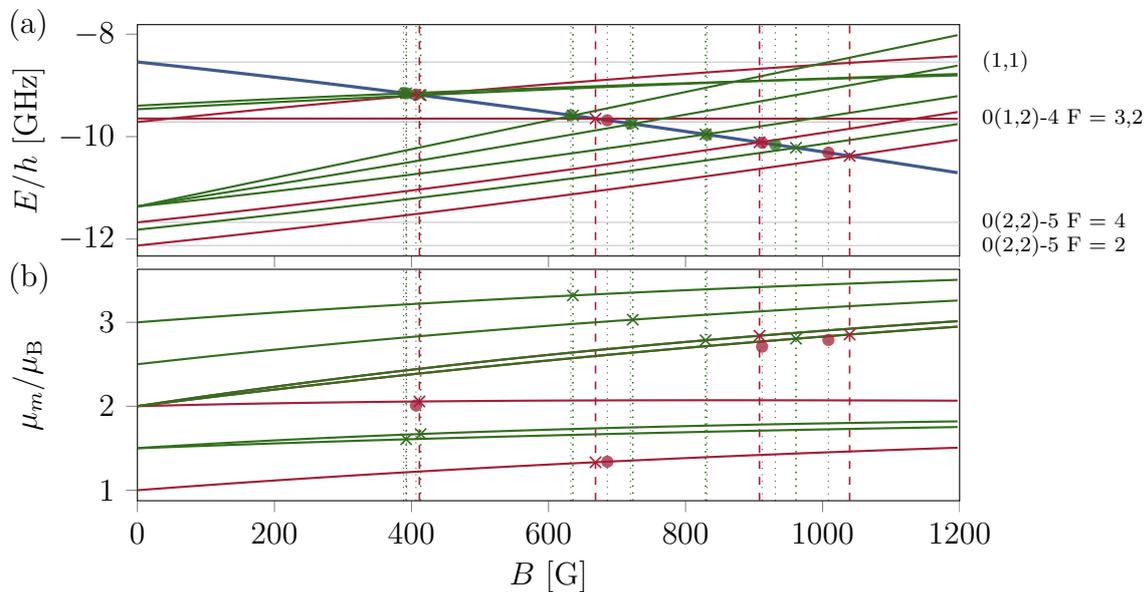


Abbildung A.1: (a) Verschiebung der Dissoziationsgrenze des Eingangskanals $(1,1)$ und der gebundenen Zustände des geschlossenen Kanals in einfacher Näherung in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Die beteiligten gebundenen Zustände sind für ein verschwindendes Magnetfeld mit $l(f_1, f_2)\nu'$, F bezeichnet. In rot sind die gebundenen Zustände mit $l = 0$ und in grün gebundene Zustände mit $l = 2$ markiert. Die Verschiebung der $(l = 2)$ -Niveaus E_{rot}/h beträgt nach [96] ca. 250 bzw. 310 MHz für $\nu' = -4$ bzw. -5 . (b) zugehörige differentielle magnetische Momente in Einheiten des bohrschen Magnetons. Zum Vergleich sind mit Punkten die Resonanzpositionen [95, 96] und die magnetischen Momente [21] aus „coupled-channel“-Rechnungen angegeben.

Die Lage der Dissoziationsgrenze des Eingangskanals $|1,1\rangle \times |1,1\rangle$ lässt sich mittels der Breit-Rabi-Formel (Gleichung (5.1.13)) als Summe der Verschiebungen der Zustände $|1,1\rangle$ exakt bestimmen. Der Verlauf der Dissoziationsgrenze des Eingangskanals ist in Abbildung A.1(a) in blau gegen das Magnetfeld aufgetragen. Für ein verschwindendes Magnetfeld wird die Dissoziationsgrenze mit $(f_1 = 1, f_2 = 1)$ bezeichnet. Die zugehörigen geschlossenen Kanäle der jeweiligen s - und d -Wellen Feshbach-Resonanzen sind bekannt [95, 96] (siehe auch Tabelle A.2 und Tabelle A.3). Die Lage dieser gebundenen Zustände kann ebenfalls diesen Arbeiten entnommen werden. Für eine exakte Berechnung der Position der Feshbach-Resonanzen müsste in einer vollständigen „coupled-channel“-Rechnung die Magnetfeldabhängigkeit der gebundenen Zustände berechnet werden. Die Ergebnisse dieser Rechnung finden sich ebenfalls in diesen Arbeiten. Die dadurch

bestimmten Resonanzpositionen $B_{0,\text{theo}}$ und theoretischen Breiten sind in Tabelle A.2 zu finden.

Eine einfache Abschätzung hingegen liefert die Annahme, dass sich diese Zustände entsprechend ihrer Dissoziationsgrenze im Magnetfeld verschieben [96]. An Kreuzungspunkten der Energie des geschlossenen Kanals mit der Dissoziationsgrenze des Eingangskanals sind Feshbach-Resonanzen zu erwarten. Die differentiellen magnetischen Momente μ_m lassen sich dann an Stelle dieser Kreuzungspunkte ebenfalls extrahieren (siehe Abbildung A.1(b)). Die so bestimmten ungefähren Resonanzpositionen $B_{\text{Näherung}}$ weichen nur um maximal 6% von den Detailrechnungen ab. Die magnetischen Momente der s -Wellen-Resonanzen zeigen eine Abweichung von nur 5% zu den angegebenen Werten in [21]. Die so ermittelten Werte sind in Tabelle A.3 zusammengefasst.

$B_{0,\text{Näherung}}$ [G]	$B_{0,\text{theo}}$ [G] [11]	μ_m/μ_B	μ_m/μ_B [21]	s_{res}	$l(f_1, f_2)\nu', m_F$	F	m_{f_1}, m_{f_2}
411,6	406,6	2,06	2,01	0,0002	0(1,2)-4,2		0,2
668,6	685,8	1,33	1,34	0,006	0(1,2)-4,2		1,1
907,9	911,7	2,84	2,71	0,001	0(2,2)-5,2	4	
1039,5	1008,5	2,85	2,79	0,13	0(2,2)-5,2	2	
413,4	388,5	1,67		< 0,00004	2(1,2)-4,1		0,1
392,2	392,9	1,61		0,0001	2(1,2)-4,3	3	1,2
635,6	632,5	3,32		0,001	2(2,2)-5,4	4	2,2
723,0	719,5	3,03		0,0004	2(2,2)-5,3	4	1,2
829,2	831,3	2,77		0,0002	2(2,2)-5,2	4	
961,2	930,9	2,80		< 0,00007	2(2,2)-5,2	2	

Tabelle A.3: Bestimmte Resonanzpositionen und differentielle magnetische Momente aus der einfachen Abschätzung. Zum Vergleich sind Literaturwerte angegeben.

A.2.4 Optimierte Parameter der Korrekturfunktion für die einzelnen Feshbach-Resonanzen

In Tabelle A.4 sind die über alle Messzyklen gemittelten optimierten Parameter und der Fehler des jeweiligen Mittelwertes des Korrekturalgorithmus aus Abschnitt 7.2 aufgeführt. Der Optimierungsparameter φ_{ac} , die Phase der periodischen Störung durch Streufelder, bedingt durch Netzbrummen, wird hier nicht aufgeführt. Dieser variiert von Zyklus zu Zyklus zwischen Null und 2π , da der experimentelle Zyklus nicht auf die Netzfrequenz getriggert ist.

Resonanz	$t_{\Delta\text{Trigger}}$ [μs]	\tilde{A}_{lin} [mGs^{-1}]	\tilde{A}_{exp} [mG]	τ_{exp} [ms]	\tilde{A}_{ac} [mG]
408,46 G	$122,8 \pm 0,3$	62 ± 3	157 ± 12	$4,7 \pm 0,6$	$53,3 \pm 1,3$
686,56 G	$124,8 \pm 0,3$	106 ± 4	144 ± 2	$13,9 \pm 0,5$	$51,6 \pm 1,2$
912,67 G	$141,8 \pm 0,3$	677 ± 19	197 ± 5	$13,3 \pm 0,7$	$47,8 \pm 1,6$
1008,4 G	$112,8 \pm 0,2$	1420 ± 41	264 ± 6	$5,1 \pm 0,3$	$48,2 \pm 1,6$
389,65 G	$136,5 \pm 0,7$	64 ± 6	180 ± 19	$5,5 \pm 0,8$	$45,7 \pm 1,5$
393,80 G	$185,3 \pm 0,4$	38 ± 3	171 ± 16	$7,0 \pm 1,0$	$42,2 \pm 1,9$
633,75 G	$154,1 \pm 0,3$	147 ± 4	151 ± 9	$15,7 \pm 1,1$	$51,3 \pm 1,5$
720,66 G	$154,4 \pm 0,4$	209 ± 10	130 ± 6	$22,8 \pm 1,5$	$49,4 \pm 1,8$
832,32 G	$138,0 \pm 0,6$	399 ± 18	197 ± 10	$17,7 \pm 1,1$	$49,9 \pm 1,7$
930,92 G	$122,6 \pm 0,7$	619 ± 33	209 ± 8	$15,6 \pm 1,1$	$45,8 \pm 1,9$

Tabelle A.4: Gemittelte optimierte Parameter des Korrekturalgorithmus und der Fehler ihres Mittelwertes. Der zeitliche Versatz von Trigger zu tatsächlichem Rampenstart wird mit $t_{\Delta\text{Trigger}}$ bezeichnet. Die Amplituden der Störungen wurden in eine Magnetfeldverschiebung umgerechnet $\tilde{A} = A(B_E - B_S)/1\text{ms}$.

Um die Parameter der Korrekturfunktion $t_{\text{kor}} = t + \Delta t$ der verschiedenen Messungen vergleichbar darzustellen, wurde die Verschiebung der Zeitstempel Δt in eine Magnetfeldverschiebung umgerechnet. Diese ergibt sich durch Multiplizieren der Verschiebung mit der auf die Rampendauer von 1 ms normierten Abtastbreite des Magnetfeldes $\Delta B = \Delta t \cdot (B_E - B_S)/1\text{ms}$. Es resultieren die Amplituden \tilde{A}_{lin} [mGs^{-1}], \tilde{A}_{exp} [mG] und \tilde{A}_{ac} [mG]. Diese sind gegen die jeweilige Resonanzposition B_0 der zugehörigen Feshbach-Resonanz in Abbildung A.2 aufgetragen. Hierbei entspricht die Resonanzposition B_0 ungefähr dem im Messzyklus mittleren angelegten Magnetfeld $\bar{B} = (B_E - B_S)/2 + B_S$. Mit steigenden Magnetfeldern muss der Spulenstrom der Fallenspulen erhöht werden und damit steigt auch die in das System eingetragene Wärme an. Die Amplituden \tilde{A}_{lin} und \tilde{A}_{exp} , welche die Magnetfeldverschiebung durch die nachfolgende Thermalisierung kompensieren sollen, steigen damit ebenfalls an. Für niedrige Magnetfelder fallen also,

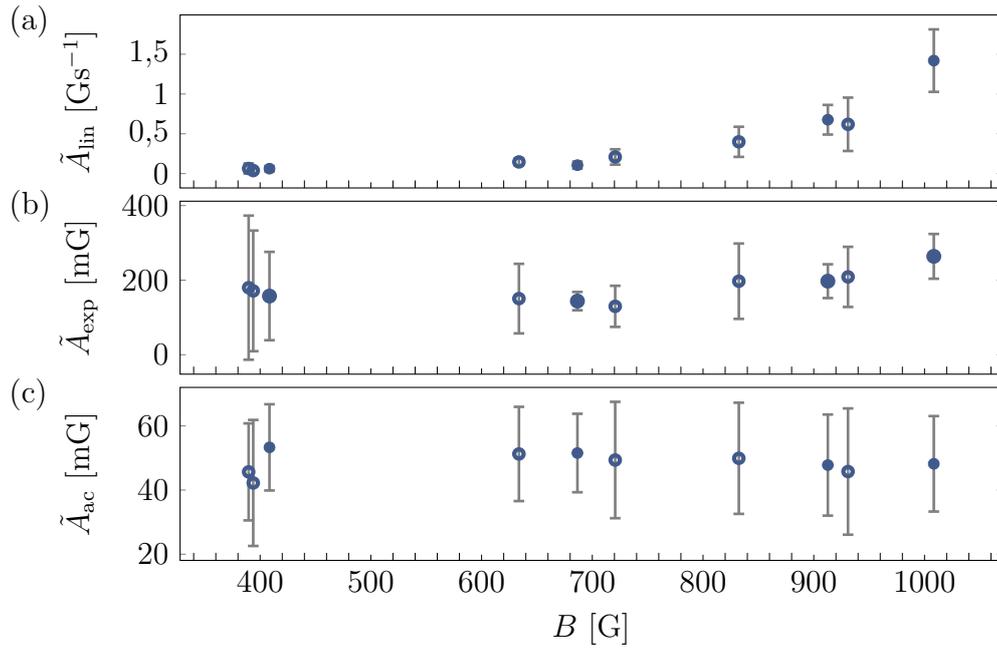


Abbildung A.2: Darstellung der gemittelten Amplituden der Korrekturfunktion (a) $\tilde{A}_{\text{lin}}[\text{mGs}^{-1}]$, (b) $\tilde{A}_{\text{exp}}[\text{mG}]$ und (c) $\tilde{A}_{\text{ac}}[\text{mG}]$ gegen die zugehörige Resonanzposition B_0 , die Fehlerbalken entsprechen der Standardabweichungen der Größen.

wie zu erwarten, die Störungen durch Thermalisierungseffekte kleiner aus. Die durch das Netzbrummen erzeugte Magnetfeldstörung zeigt eine nahezu konstante Amplitude $\tilde{A}_{\text{ac}} \approx 50 \text{ mG}$ über alle Resonanzen hinweg.

A.2.5 Amplituden der Resonanzen in Abhängigkeit von der Abtastrichtung des Magnetfeldes

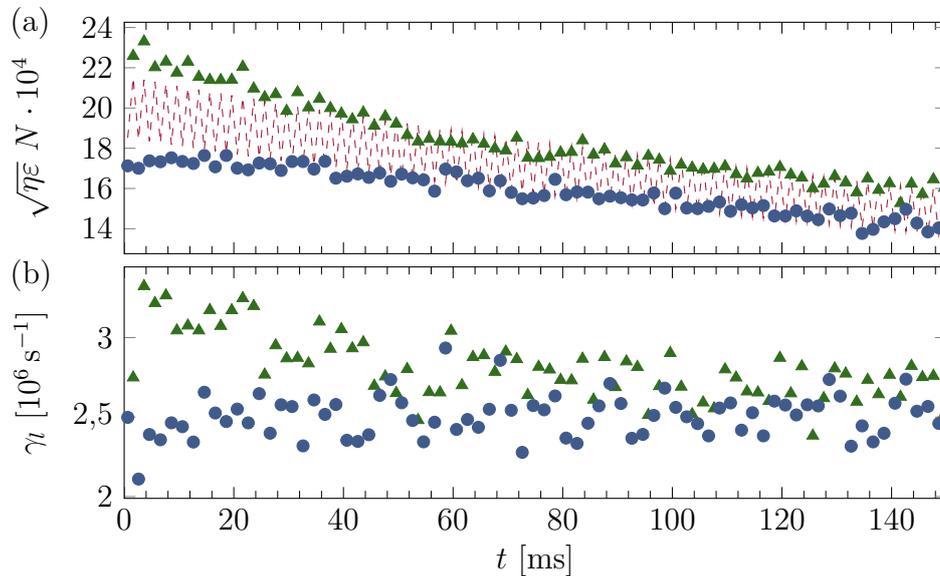


Abbildung A.3: (a) Zerfallskurve der Atomzahl, abgeleitet aus den Amplituden der Feshbach-Resonanz bei $B_0 = 912,67$ G (analog zu Abbildung 7.9(c)). Der Zerfall der Atomzahl zeigt hier eine systematische Abweichung zwischen Auf- (blaue Punkte) und Abwärtsrampen (grüne Dreiecke) von rund 25%. Die rot gestrichelte Kurve beschreibt die Anpassung des Zweikörperzerfalls mit Effizienzen η_{\pm} , die von der Abtastrichtung des Magnetfeldes abhängen. (b) Verlustrate γ_l der einzelnen Resonanzen zeigen ebenfalls eine systematische Abweichung von 25%. (Markierung für die Abtastrichtung ist dieselbe wie in (a).)

Die Amplituden der Resonanzen zeigen eine Abweichung, korreliert mit der Abtastrichtung des Magnetfeldes. Resonanzen auf Aufwärtsrampen zeigen kleinere Amplituden als Resonanzen auf Abwärtsrampen. An dieser Stelle soll dieses beobachtete Phänomen charakterisiert werden. Das in Kapitel 4 aufgestellte Modell der Zählrate und des daraus abgeleiteten Zweikörperzerfalls (vergleiche Abschnitt 7.4) beinhaltet keine von der Abtastrichtung abhängigen Phänomene. Um dennoch eine quantitative Beschreibung der Abweichung vorzunehmen, wird das Modell des Zweikörperzerfalls durch eine von der Abtastrichtung abhängige Effizienz der Ionisation η_+ für Aufwärtsrampen und η_- für Abwärtsrampen modifiziert. Diese Modellierung dient also einer reinen Charakterisierung des in den Messungen beobachteten Phänomens und keiner expliziten physikalischen Interpretation.

Dies soll exemplarisch an der Zweikörperzerfallskurve der Resonanz bei 911,67 G gezeigt werden. In Abbildung A.3(a) ist diese Anpassung dargestellt. Die Anpassung mit diesem

Resonanz	$\eta\epsilon$	κ_2 [s ⁻¹]	$ \overline{r} $	$\eta_+\epsilon$	$\eta_-\epsilon$	$\frac{\eta_+\epsilon}{\eta_-\epsilon}$	$\kappa_{2,\pm}$ [s ⁻¹]	$ \overline{r}_{\pm} $
408,46 G	$7,02 \cdot 10^{-2}$	$8,07 \cdot 10^{-7}$	0,022	$6,93 \cdot 10^{-2}$	$7,13 \cdot 10^{-2}$	0,97	$8,08 \cdot 10^{-6}$	0,021
686,56 G	$2,75 \cdot 10^{-2}$	$1,65 \cdot 10^{-5}$	0,024	$2,62 \cdot 10^{-2}$	$2,89 \cdot 10^{-2}$	0,91	$1,66 \cdot 10^{-5}$	0,028
912,67 G	$1,37 \cdot 10^{-1}$	$4,25 \cdot 10^{-6}$	0,072	$1,18 \cdot 10^{-1}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	0,74	$4,39 \cdot 10^{-6}$	0,024
1008,4 G	$1,85 \cdot 10^{-2}$	$6,76 \cdot 10^{-5}$	0,041	$1,71 \cdot 10^{-2}$	$2,01 \cdot 10^{-2}$	0,85	$6,80 \cdot 10^{-5}$	0,017
389,64 G	$4,25 \cdot 10^{-2}$	$3,53 \cdot 10^{-14}$	0,050	$4,08 \cdot 10^{-2}$	$4,43 \cdot 10^{-2}$	0,92	$5,89 \cdot 10^{-14}$	0,047
393,82 G	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$2,51 \cdot 10^{-7}$	0,040	$6,68 \cdot 10^{-2}$	$7,81 \cdot 10^{-2}$	0,86	$2,54 \cdot 10^{-7}$	0,020
633,75 G	$9,31 \cdot 10^{-2}$	$2,27 \cdot 10^{-6}$	0,152	$6,77 \cdot 10^{-2}$	$1,25 \cdot 10^{-1}$	0,54	$2,34 \cdot 10^{-6}$	0,021
720,61 G	$1,51 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$	0,048	$1,37 \cdot 10^{-1}$	$1,66 \cdot 10^{-1}$	0,82	$1,12 \cdot 10^{-6}$	0,021
832,28 G	$6,90 \cdot 10^{-2}$	$1,30 \cdot 10^{-7}$	0,038	$6,74 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	0,95	$1,4 \cdot 10^{-7}$	0,037
930,89 G	$2,88 \cdot 10^{-1}$	$11,19 \cdot 10^{-7}$	0,031	$2,97 \cdot 10^{-1}$	$2,78 \cdot 10^{-1}$	1,07	$11,08 \cdot 10^{-7}$	0,027

Tabelle A.5: Fitparameter der Zweikörperzerfallskurven der Abschnitte 7.4 und 7.5 zum Vergleich zu den Parametern der Anpassung mit dem modifizierten Modell. Die mittlere relative Abweichung zum modifizierten Modell ist durch $|\overline{r}_{\pm}|$ gegeben.

modifizierten Zerfall-Modell liefert die in Tabelle A.5 zusammengefassten Effizienzen und Zerfallskoeffizienten aller untersuchter Resonanzen.

Die mittlere relative Abweichung zum modifizierten Modell ist $|\overline{r}_{\pm}|$ und fällt nun im Vergleich kleiner aus. Aufwärtsrampen zeigen bei allen Resonanzen nun eine geringere Effizienz η_+ als Abwärtsrampen η_- . Die Abweichungen der Effizienzen betragen hier zwischen 3% für die Feshbach-Resonanz bei 408,46 G und bis zu 46% für die Feshbach-Resonanz bei 633,75 G.

A.2.6 Magnetfeldabhängigkeit der photoassoziativen Verluste

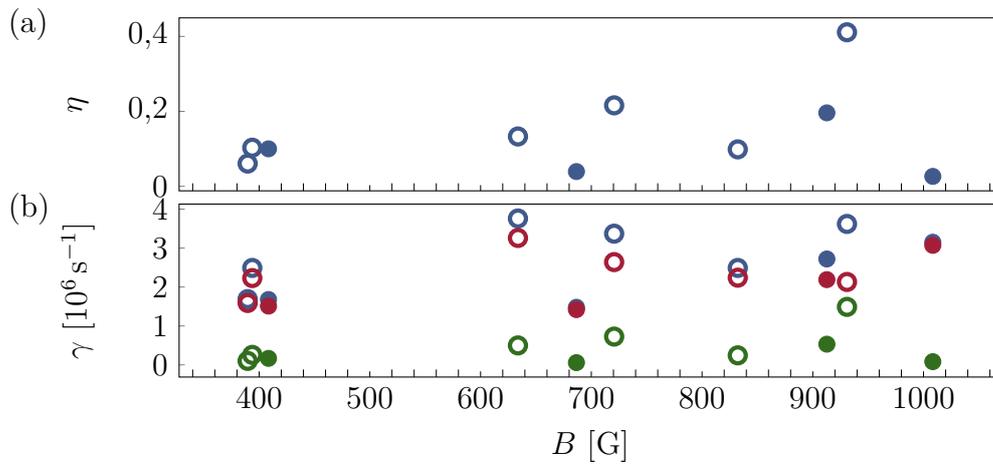


Abbildung A.4: Darstellung (a) der Effizienz η , (b) der Rate der Gesamten Verluste γ_l und der daraus abgeleiteten Größen, die photoassoziative Ionisationsrate γ_{PI} in grün und die Photoassoziationsrate γ_{PA} in rot aller untersuchter Feshbach-Resonanzen. Die s -Wellen-Resonanzen sind hierbei mithilfe von gefüllten Kreisen dargestellt und die in Abschnitt 7.5 untersuchten d -Wellen-Resonanzen in Kreisen.

Die graphische Darstellung der resultierenden Parameter aus der Analyse der Abschnitte 7.3 bis 7.5 findet sich in Abbildung A.4. Hierbei wurden die ermittelten Effizienzen und Raten aller in dieser Arbeit vermessenen Feshbach-Resonanzen gegen die jeweilige Resonanzposition aufgetragen.

Auffällige Abweichungen der in Abbildung A.4 dargestellten photoassoziativen Ionisationsraten γ_{PI} oder der Photoassoziationsraten γ_{PA} über das Magnetfeld hinweg, könnten hierbei auf Resonanzeffekte bei der optischen Anregung hindeuten. Durch das Magnetfeld können Vibrations- oder Rotationszustände der relevanten Molekülpotenziale in oder aus Resonanz zum Anregungslaser gestimmt werden (vergleiche Abschnitt 2.2 und Kapitel 3). Zum Beispiel zeigt die Resonanz bei 930,89 G die höchste Effizienz η und höchste photoassoziative Ionisationsrate γ_{PI} aller vermessenen Resonanzen.

A.3 Magnetfeldkalibrierung mittels Mikrowellenspektroskopie

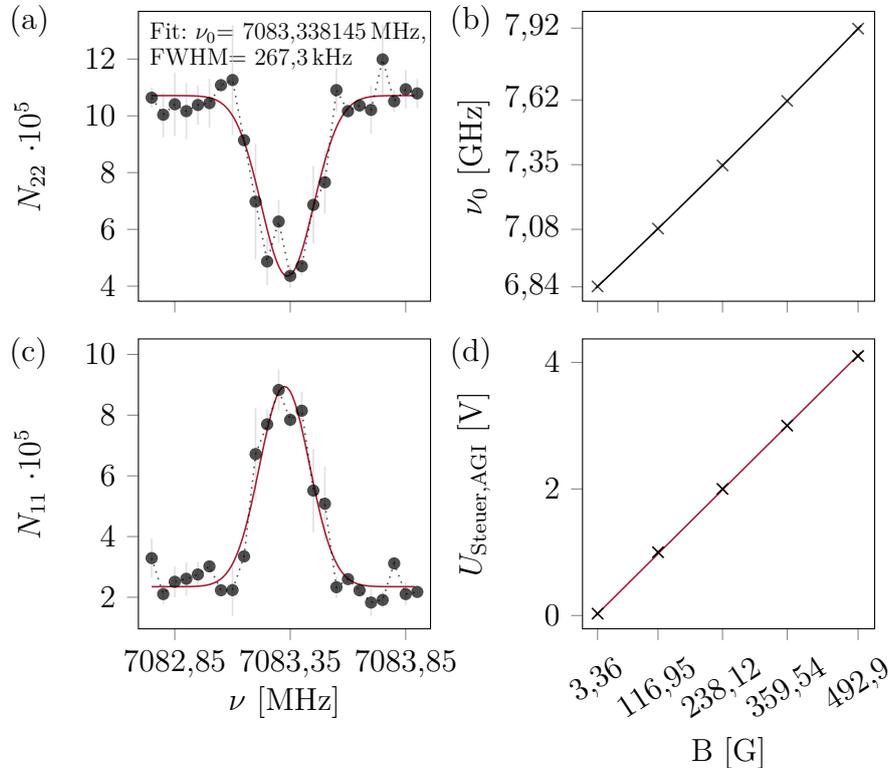


Abbildung A.5: (a) Atomzahl des Ausgangszustands und (c) Atomzahl des Endzustands bei der Mikrowellenspektroskopie exemplarisch an einer Magnetfeldposition. In rot sind Gaußkurven zur Bestimmung der Resonanzposition angepasst. (b) Bestimmung der anliegenden Magnetfelder aus den resultierenden Resonanzpositionen und (d) Kalibrierung der Steuerspannung.

Die Kalibrierung des Magnetfeldes wird durch eine Mikrowellenspektroskopie des Übergangs von $|F = 2, m_F = 2\rangle$ nach $|1,1\rangle$ an mehreren verschiedenen Feldpositionen ermöglicht.

Es wurde an fünf Feldpositionen im Bereich zwischen 0 und 500 G spektroskopiert. Eine Limitierung hin zu hohen Übergangsfrequenzen bei hohen Magnetfeldern ist hier durch den experimentellen Aufbau der Mikrowellenelektronik gegeben. Dieser ist auf das evaporative Kühlen der Atome und die Spinpräparation bei geringen Offsetfeldern von 4 G optimiert. Die Elektronik besteht hier aus einem von der Experimentiersteuerung fernprogrammierbaren Mikrowellengenerator¹, einem Mikrowellenverstärker und einer Helixantenne. Aufgrund des verwendeten Mikrowellenverstärkers², dessen Verstärkungs-

¹Rhode & Schwarz, SMR20

²Microwave Amplifiers Ltd., AM53-6.3-7-40-40

charakteristik bei einer Frequenz von 7 GHz anfängt einzubrechen, ist man hier auf eine maximale Frequenz von 8 GHz begrenzt.

Die Spektroskopien wurden bei einer festen Mikrowellenpulsdauer von 10 ms durchgeführt. Mit einer Schrittweite von 50 kHz wurde die Mikrowellenfrequenz jeweils in einem Bereich von 1,15 MHz über die Resonanzposition ν_0 gestimmt. Jede Frequenzposition wurde hier mindestens dreimal gemittelt. Die Atomzahl im Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle = |m_I = 3/2, m_J = 1/2\rangle$ und $|F = 1, m_F = 1\rangle = |m_I = 3/2, m_J = -1/2\rangle$ wurde hier mittels Flugzeitbildern bestimmt, wobei während der Flugzeit ein magnetischer Feldgradient angelegt wurde. Dadurch erfahren die unterschiedlichen Spinzustände unterschiedliche Beschleunigungen und separieren deshalb räumlich (Stern-Gerlach-Experiment). Die resultierenden Resonanzkurven sind in Abbildung A.5(a,c) exemplarisch für eine Feldposition aufgetragen. Durch Anpassung von Gauß-Funktionen wurde die Resonanzposition im Verlustspektrum des Ausgangszustands $N_{22}(\nu_{MW})$ und im Transferspektrum des Zielzustands $N_{11}(\nu_{MW})$ ermittelt. Diese beiden bestimmten Positionen besitzen eine Standardabweichung kleiner 6,5 kHz. Die Mittelwerte der so bestimmten Übergangsfrequenzen ν_0 für die verschiedenen Feldpositionen sind in Abbildung A.5(b) eingezeichnet. Durch die Berechnung der Übergangsfrequenzen in Abhängigkeit vom Magnetfeld³, bestimmt über die Breit-Rabi-Formel (Gleichung (5.1.13)), $\nu_0(B) = \frac{1}{h}(E_{B.-R.}(m_I = 3/2, m_J = 1/2) - E_{B.-R.}(m_I = 3/2, m_J = -1/2))$, kann einer gemessenen Resonanzposition eine Magnetfeldstärke zugeordnet werden.

Die Steuerspannung der Stromregelung für die Spulen zur Erzeugung der Magnetfelder verhält sich linear zum Spulenstrom, dieser wiederum linear zum Magnetfeld. Durch Zuordnung dieser Steuerspannung der einzelnen Mikrowellenspektren zum zuvor bestimmten resonanten Magnetfeld und Anpassung einer linearen Ausgleichskurve lässt sich ein Kalibrationsfaktor $\xi_{U_{AGI}-B} = (8,298\,706\,6 \pm 0,032\,683\,2) \cdot 10^{-3} \text{ V/G}$ Steuerspannung zu Magnetfeld bestimmen. Dessen Fehler ist hierbei durch die einfache Standardabweichung des Fitparameters gegeben. Da dieser Kalibrationsfaktor proportional zur Steuerspannung ist, nehmen mit steigendem Magnetfeld auch die Unsicherheiten in der Bestimmung des Magnetfeldes zu. Bei einem Magnetfeld von $B = 1008,4$ beträgt die Unsicherheit weniger als $\pm 4G$.

Diese Magnetfeldkalibrierung lässt sich durch die Aufnahme von Mikrowellenspektren auch in hohen Magnetfeldbereichen und durch Erhöhung der Messungen und damit der Stützpunkte in Abbildung A.5(d) verbessern. Hierbei könnte, durch *in situ* Messung der Atomzahl während einer Mikrowellenrampe, mittels Spinzustands selektiver Zweifarben-Photoionisation (vergleiche Kapitel 6), die Messzeit verkürzt und gleichzeitig die statistische Güte der Mikrowellenspektroskopie erhöht werden, da es hierbei nun möglich ist, ein komplettes Spektrum innerhalb eines Präparationszyklus zu beobachten

³Siehe auch Abbildung 5.5 Dies entspricht dem Übergang vom vollgestreckten Zustand $|2,2\rangle$ (gelb) in den absoluten Grundzustand $|1,1\rangle$ (rot).

(vergleiche Argumentation in Abschnitt 7.2).

Die Kalibrierung des Magnetfeldes stellt in den in dieser Arbeit mittels photoassoziativer Ionisation gemessenen Resonanzpositionen den größten Beitrag zu systematischen Abweichungen. Bei der in dieser Arbeit durchgeführten Analyse der mittels photoassoziativer Ionisation beobachteten Feshbach-Resonanzen lag der Fokus jedoch auf der Resonanzform und nicht auf der Bestimmung der exakten Lage der Resonanz.

Eine Technik, um die Lage von Feshbach-Resonanzen genau zu bestimmen, stellt Radiofrequenz-Assoziation von schwachgebundenen Feshbach-Dimeren dar. Deren Bindungsenergie ist für Streulängen $a \gg a_{\text{bg}}$ gegeben durch $E_b = -\frac{\hbar^2}{2\mu a^2}$ [185]. Die mit der Assoziation verbundenen Verluste des atomaren Ensembles werden dabei für verschiedene Übergangsenergien der Radiofrequenz spektroskopiert und damit der Pol B_0 der Feshbach-Resonanz bestimmt [187, 189].

B Technischer Anhang

B.1 Cateye-Laser

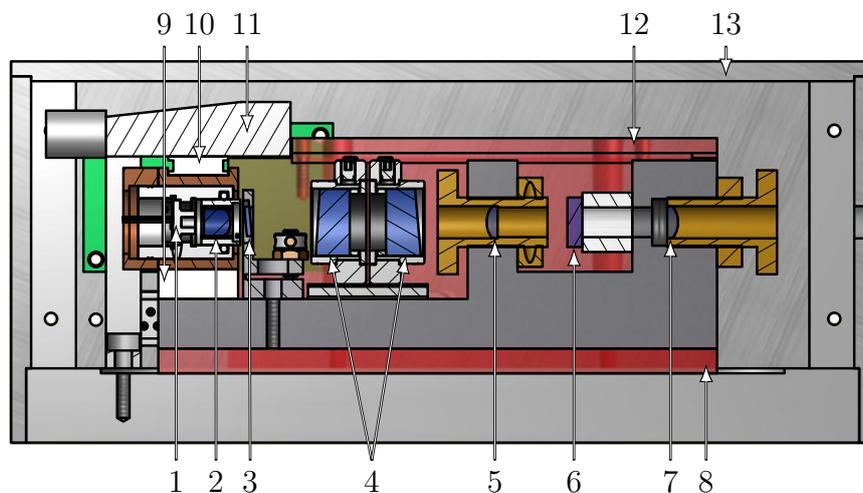


Abbildung B.1: Schnittansicht des *Cateye*-Lasers. Die einzelnen Komponenten sind nummeriert (1) Laserdiode, (2) Kollimator, (3) Filter, (4) Keilprismenpaar, (5) Linse, (6) Piezospiegel, (7) Linse, (8) Kunststoffplatte, (9) Glaskeramikplättchen, (10) Peltierelement, (11) Wasserkühlung, (12) Innen- und (13) Außengehäuse.

Das hier verwendete Laserdesign ist eine Eigenentwicklung unserer Arbeitsgruppe. Es basiert auf einem Diodenlaser mit externem Resonator (ECDL¹), dessen Wellenlängen-selektives Element ein Interferenzfilter bildet mit einer speziellen Konfiguration des Retroreflektors, die als Katzenauge (engl. *cat eye*) bezeichnet wird. [192–194]

Der externe Resonator hat eine Länge von 75 mm und wird durch die Facette der Laserdiode² und einem Auskoppelspiegel³ mit einer Reflektivität von $R = 20\%$ gebildet. Eine sehr hohe mechanische Stabilität wird dadurch erzeugt, dass der Auskoppelspiegel im Fokus einer aspherischen Linse⁴ ($f = 18,4\text{ mm}$) sitzt. Diese Konfiguration des Retroreflektors bildet das sogenannte Katzenauge. Durch eine zweite Asphere mit

¹engl. *external cavity diode laser*

²Sharp K.K., GH0781JA2C (freilaufend $P = 120\text{ mW}$, $\lambda = 784\text{ nm}$)

³Laseroptik GmbH, L-13363-01, Winkel = $0,5^\circ$

⁴Thorlabs Inc., A280-B

selber Brennweite hinter dem Auskoppler wird der Laserstrahl wieder kollimiert. Der schmalbandige Interferenzfilter⁵ mit einer Halbwertsbreite von 0,37 nm ist unter einem Winkel von 6° zur optischen Achse verbaut. Der Filterhalter ermöglicht eine präzise Winkeländerung des Filters zur optischen Achse, diese führt zu einer Verschiebung der transmittierten Wellenlänge [193].

Ein großer Vorteil besteht hier darin, dass der Laser über einen sehr weiten Bereich von mehreren Nanometern durchgestimmt werden kann ohne eine signifikante Winkeländerung des ausgekoppelten Strahls. Das von der Laserdiode emittierte Licht wird durch ein Mehrlinsensystem⁶ kollimiert.

Da nicht gewährleistet ist, dass der Halbleiterchip im Diodengehäuse auf optischer Achse emittiert, wurden im Diodenhalter drei Stellschrauben unter einem Winkel von 120° angebracht, um hier eine Justage auf die optische Achse durch Verspannung des Diodengehäuses zu ermöglichen. Eine viel elegantere Methode ist jedoch durch zwei rotierbar gehaltene Keilprismen⁷ im Resonator gegeben, die diese Justage sehr simpel gestalten [195].

Diese *Cateye*-Laser besitzen eine typische Ausgangsleistung von bis zu 50 mW und eine Linienbreite von weniger als $\Delta\nu = 150$ kHz. Die Linienbreite des Lasers wurde aus der Breite der optischen Schwebung zweier baugleicher Laser bestimmt (siehe Abschnitt 6.2.2).

Da sich diese *Cateye*-Laser gegenüber den bisherig verwendeten ECDL-Lasern in Littrow-Konfiguration [196] bewährt haben, wurden diese im gesamten Rubidium-Lasersystem eingesetzt. So konnte die Stabilität des gesamten Lasersystems erhöht werden.

⁵Laseroptik GmbH, L-05033-01

⁶Optima Precision Inc., 336-1027-785

⁷Laseroptik GmbH, L-13364; Winkel = 2°

Literaturverzeichnis

- [1] W. Ketterle, D. S. Durfee und D. M. Stamper-Kurn, „Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates“, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" **140**, 67 (1999).
- [2] J. R. Anglin und W. Ketterle, „Bose–Einstein condensation of atomic gases“, Nature **416**, 211 (2002).
- [3] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell, „Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor“, Science **269**, 198 (1995).
- [4] P. A. Ruprecht, M. J. Holland, K. Burnett und M. Edwards, „Time-dependent solution of the nonlinear Schrödinger equation for Bose-condensed trapped neutral atoms“, Physical Review A **51**, 4704 (1995).
- [5] J. M. Vogels, C. C. Tsai, R. S. Freeland, S. J. J. M. F. Kokkelmans, B. J. Verhaar und D. J. Heinzen, „Prediction of feshbach resonances in collisions of ultracold rubidium atoms“, Physical Review A **56**, R1067 (1997).
- [6] J. L. Roberts, N. R. Claussen, S. L. Cornish, E. A. Donley, E. A. Cornell und C. E. Wieman, „Controlled Collapse of a Bose-Einstein Condensate“, Physical Review Letters **86**, 4211 (2001).
- [7] H. Feshbach, „A unified theory of nuclear reactions. II“, Annals of Physics **19**, 287 (1962).
- [8] U. Fano, „Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts“, Physical Review **124**, 1866 (1961).
- [9] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn und W. Ketterle, „Observation of feshbach resonances in a bose–einstein condensate“, Nature **392**, 151 (1998).
- [10] P. Courteille, R. S. Freeland, D. J. Heinzen, F. A. van Abeelen und B. J. Verhaar, „Observation of a feshbach resonance in cold atom scattering“, Physical Review Letters **81**, 69 (1998).

- [11] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E. G. M. van Kempen und B. J. Verhaar, „Feshbach resonances in rubidium 87: precision measurement and analysis“, *Physical Review Letters* **89**, 283202 (2002).
- [12] C. Chin, V. Vuletić, A. J. Kerman und S. Chu, „High Resolution Feshbach Spectroscopy of Cesium“, *Physical Review Letters* **85**, 2717 (2000).
- [13] C. Chin, V. Vuletić, A. J. Kerman, S. Chu, E. Tiesinga, P. J. Leo und C. J. Williams, „Precision Feshbach spectroscopy of ultracold Cs₂“, *Physical Review A* **70**, 032701 (2004).
- [14] P. J. Leo, C. J. Williams und P. S. Julienne, „Collision Properties of Ultracold ¹³³Cs Atoms“, *Physical Review Letters* **85**, 2721 (2000).
- [15] M. Berninger, A. Zenesini, B. Huang, W. Harm, H.-C. Nägerl, F. Ferlaino, R. Grimm, P. S. Julienne und J. M. Hutson, „Feshbach resonances, weakly bound molecular states, and coupled-channel potentials for cesium at high magnetic fields“, *Physical Review A* **87**, 032517 (2013).
- [16] S. Knoop, T. Schuster, R. Scelle, A. Trautmann, J. Appmeier, M. K. Oberthaler, E. Tiesinga und E. Tiemann, „Feshbach spectroscopy and analysis of the interaction potentials of ultracold sodium“, *Physical Review A* **83**, 042704 (2011).
- [17] F. Ferlaino, C. D’Errico, G. Roati, M. Zaccanti, M. Inguscio, G. Modugno und A. Simoni, „Feshbach spectroscopy of a K–Rb atomic mixture“, *Physical Review A* **73**, 040702 (2006).
- [18] C. Marzok, B. Deh, C. Zimmermann, P. W. Courteille, E. Tiemann, Y. V. Vanne und A. Saenz, „Feshbach resonances in an ultracold ⁷Li and ⁸⁷Rb mixture“, *Physical Review A* **79**, 012717 (2009).
- [19] R. Maier, M. Eisele, E. Tiemann und C. Zimmermann, „Efimov Resonance and Three-Body Parameter in a Lithium-Rubidium Mixture“, *Physical Review Letters* **115**, 043201 (2015).
- [20] S.-K. Tung, C. Parker, J. Johansen, C. Chin, Y. Wang und P. S. Julienne, „Ultracold mixtures of atomic ⁶Li and ¹³³Cs with tunable interactions“, *Physical Review A* **87**, 010702 (2013).
- [21] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne und E. Tiesinga, „Feshbach resonances in ultracold gases“, *Reviews of Modern Physics* **82**, 1225 (2010).
- [22] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell und C. E. Wieman, „Stable ⁸⁵Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions“, *Physical Review Letters* **85**, 1795 (2000).
- [23] T. Weber, „Bose-Einstein Condensation of Cesium“, *Science* **299**, 232 (2002).

-
- [24] G. Roati, M. Zaccanti, C. D’Errico, J. Catani, M. Modugno, A. Simoni, M. Inguscio und G. Modugno, „ ^{39}K Bose-Einstein Condensate with Tunable Interactions“, *Physical Review Letters* **99**, 010403 (2007).
- [25] R. Grimm, F. Ferlaino und S. Knoop, „Ultracold feshbach molecules“, in *Cold molecules*, herausgegeben von W. Stwalley, R. Krems und B. Friedrich (CRC Press, 25. Juni 2009).
- [26] S. Jochim, „Bose-Einstein Condensation of Molecules“, *Science* **302**, 2101 (2003).
- [27] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, S. Gupta, Z. Hadzibabic und W. Ketterle, „Observation of Bose-Einstein Condensation of Molecules“, *Physical Review Letters* **91**, 250401 (2003).
- [28] M. Greiner, C. A. Regal und D. S. Jin, „Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas“, *Nature* **426**, 537 (2003).
- [29] C. Regal, M. Greiner und D. S. Jin, „Observation of resonance condensation of fermionic atom pairs“, *Physical Review Letters* **92**, 040403 (2004).
- [30] M. Zwierlein, C. Stan, C. Schunck, S. Raupach, A. Kerman und W. Ketterle, „Condensation of pairs of fermionic atoms near a Feshbach resonance“, *Physical Review Letters* **92**, 120403 (2004).
- [31] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, C. Chin, J. H. Denschlag und R. Grimm, „Collective excitations of a degenerate gas at the BEC-BCS crossover“, *Physical review letters* **92**, 203201 (2004).
- [32] T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, J. Zhang, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans und C. Salomon, „Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6“, *Physical Review Letters* **93**, 050401 (2004).
- [33] M. Randeria und E. Taylor, „Crossover from Bardeen-Cooper-Schrieffer to Bose-Einstein Condensation and the Unitary Fermi Gas“, *Annual Review of Condensed Matter Physics* **5**, 209 (2014).
- [34] T. Kraemer, M. Mark, P. Waldburger, J. G. Danzl, C. Chin, B. Engeser, A. D. Lange, K. Pilch, A. Jaakkola, H.-C. Nägerl und R. Grimm, „Evidence for Efimov quantum states in an ultracold gas of caesium atoms“, *Nature* **440**, 315 (2006).
- [35] F. Ferlaino, A. Zenesini, M. Berninger, B. Huang, H. -C. Nägerl und R. Grimm, „Efimov Resonances in Ultracold Quantum Gases“, *Few-Body Systems* **51**, 113 (2011).
- [36] P. Naidon und S. Endo, „Efimov physics: a review“, *Reports on Progress in Physics* **80**, 056001 (2017).

- [37] J. Ulmanis, S. Häfner, E. D. Kuhnle und M. Weidemüller, „Heteronuclear efimov resonances in ultracold quantum gases“, *National Science Review* **3**, 174 (2016).
- [38] T. Lompe, T. B. Ottenstein, F. Serwane, A. N. Wenz, G. Zürn und S. Jochim, „Radio-Frequency Association of Efimov Trimers“, *Science* **330**, 940 (2010).
- [39] S. Nakajima, M. Horikoshi, T. Mukaiyama, P. Naidon und M. Ueda, „Measurement of an Efimov Trimer Binding Energy in a Three-Component Mixture of ^6Li “, *Physical Review Letters* **106**, 143201 (2011).
- [40] O. Machtey, Z. Shotan, N. Gross und L. Khaykovich, „Association of Efimov Trimers from a Three-Atom Continuum“, *Physical Review Letters* **108**, 210406 (2012).
- [41] M. R. Andrews, M.-O. Mewes, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle, „Direct, Nondestructive Observation of a Bose Condensate“, *Science* **273**, 84 (1996).
- [42] M. R. Andrews, D. M. Kurn, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, C. G. Townsend, S. Inouye und W. Ketterle, „Propagation of Sound in a Bose-Einstein Condensate“, *Physical Review Letters* **79**, 553 (1997).
- [43] P. B. Wigley, P. J. Everitt, K. S. Hardman, M. R. Hush, C. H. Wei, M. A. Sooriyabandara, P. Manju, J. D. Close, N. P. Robins und C. C. N. Kuhn, „Non-destructive shadowgraph imaging of ultra-cold atoms“, *Optics Letters* **41**, 4795 (2016).
- [44] C. C. Bradley, C. A. Sackett und R. G. Hulet, „Bose-Einstein Condensation of Lithium: Observation of Limited Condensate Number“, *Physical Review Letters* **78**, 985 (1997).
- [45] C. A. Sackett, C. C. Bradley, M. Welling und R. G. Hulet, „Bose-Einstein Condensation of Lithium“, *Brazilian Journal of Physics* **2**, 154 (1997).
- [46] B. J. Sawyer, M. S. J. Horvath, E. Tiesinga, A. B. Deb und N. Kjørgaard, „Dispersive optical detection of magnetic feshbach resonances in ultracold gases“, *Physical Review A* **96**, 022705 (2017).
- [47] T. Campey, C. J. Vale, M. J. Davis, N. R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, S. Kraft, C. Zimmermann und J. Fortágh, „Atom counting in ultracold gases using photoionization and ion detection“, *Physical Review A* **74**, 043612 (2006).
- [48] A. Günther, H. Bender, A. Stibor, J. Fortágh und C. Zimmermann, „Observing quantum gases in real time: Single-atom detection on a chip“, *Physical Review A* **80**, 011604(R) (2009).

-
- [49] A. Stibor, H. Bender, S. Kühnhold, J. Fortágh, C. Zimmermann und A. Günther, „Single-atom detection on a chip: from realization to application“, *New Journal of Physics* **12**, 065034 (2010).
- [50] F. Henkel, M. Krug, J. Hofmann, W. Rosenfeld, M. Weber und H. Weinfurter, „Highly Efficient State-Selective Submicrosecond Photoionization Detection of Single Atoms“, *Physical Review Letters* **105**, 253001 (2010).
- [51] P. Federsel, C. Rogulj, T. Menold, J. Fortágh und A. Günther, „Spectral response of magnetically trapped Bose gases to weak microwave fields“, *Physical Review A* **92**, 033601 (2015).
- [52] P. Federsel, C. Rogulj, T. Menold, Z. Darázs, P. Domokos, A. Günther und J. Fortágh, „Noise spectroscopy with a quantum gas“, *Physical Review A* **95**, 043603 (2017).
- [53] P. D. Lett, P. S. Julienne und W. D. Phillips, „Photoassociative Spectroscopy of Laser-Cooled Atoms“, *Annual Review of Physical Chemistry* **46**, 423 (1995).
- [54] W. C. Stwalley und H. Wang, „Photoassociation of Ultracold Atoms: A New Spectroscopic Technique“, *Journal of Molecular Spectroscopy* **195**, 194 (1999).
- [55] J. Weiner, V. S. Bagnato, S. Zilio und P. S. Julienne, „Experiments and theory in cold and ultracold collisions“, *Reviews of Modern Physics* **71**, 1 (1999).
- [56] K. M. Jones, E. Tiesinga, P. D. Lett und P. S. Julienne, „Ultracold photoassociation spectroscopy: Long-range molecules and atomic scattering“, *Reviews of Modern Physics* **78**, 483 (2006).
- [57] F. A. van Abeelen, D. J. Heinzen und B. J. Verhaar, „Photoassociation as a probe of Feshbach resonances in cold-atom scattering“, *Physical Review A* **57**, R4102 (1998).
- [58] B. L. Tolra, N. Hoang, B. T’Jampens, N. Vanhaecke, C. Drag, A. Crubellier, D. Comparat und P. Pillet, „Controlling the formation of cold molecules via a Feshbach resonance“, *Europhysics Letters (EPL)* **64**, 171 (2003).
- [59] M. Junker, D. Dries, C. Welford, J. Hitchcock, Y. P. Chen und R. G. Hulet, „Photoassociation of a Bose-Einstein Condensate near a Feshbach Resonance“, *Physical Review Letters* **101**, 060406 (2008).
- [60] S. Tan, „Energetics of a strongly correlated Fermi gas“, *Annals of Physics* **323**, 2952 (2008).
- [61] S. Tan, „Large momentum part of a strongly correlated Fermi gas“, *Annals of Physics* **323**, 2971 (2008).
- [62] S. Tan, „Generalized virial theorem and pressure relation for a strongly correlated Fermi gas“, *Annals of Physics* **323**, 2987 (2008).

- [63] W. Ketterle und M. W. Zwierlein, „Making, probing and understanding ultracold Fermi gases“, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" **164**, 95 (2007).
- [64] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii und S. Stringari, „Theory of ultracold atomic Fermi gases“, Reviews of Modern Physics **80**, 1215 (2008).
- [65] M. Inguscio, W. Ketterle und C. Salomon, *Ultra-cold Fermi gases : Varenna on Lake Como, Villa Monastero, 20-30 June 2006*, Band 164 (IOS Press Società italiana di fisica, Amsterdam, Netherlands Washington, DC Bologna, Italy, 2008).
- [66] E. Braaten, „Universal Relations for Fermions with Large Scattering Length“, in *The BCS-BEC Crossover and the Unitary Fermi Gas* (Springer Berlin Heidelberg, Okt. 2011), Seiten 193–231.
- [67] E. D. Kuhnle, H. Hu, X.-J. Liu, P. Dyke, M. Mark, P. D. Drummond, P. Hannaford und C. J. Vale, „Universal Behavior of Pair Correlations in a Strongly Interacting Fermi Gas“, Physical Review Letters **105**, 070402 (2010).
- [68] J. T. Stewart, J. P. Gaebler, T. E. Drake und D. S. Jin, „Verification of Universal Relations in a Strongly Interacting Fermi Gas“, Physical Review Letters **104**, 235301 (2010).
- [69] G. B. Partridge, K. E. Strecker, R. I. Kamar, M. W. Jack und R. G. Hulet, „Molecular Probe of Pairing in the BEC-BCS Crossover“, Physical Review Letters **95**, 020404 (2005).
- [70] F. Werner, L. Tarruell und Y. Castin, „Number of closed-channel molecules in the BEC-BCS crossover“, The European Physical Journal B **68**, 401 (2009).
- [71] S. Zhang und A. J. Leggett, „Universal properties of the ultracold Fermi gas“, Physical Review A **79**, 023601 (2009).
- [72] F. Ferlaino und R. Grimm, „Trend: Forty years of Efimov physics: How a bizarre prediction turned into a hot topic“, Physics **3**, 9 (2010).
- [73] E. Braaten, D. Kang und L. Platter, „Universal Relations for Identical Bosons from Three-Body Physics“, Physical Review Letters **106**, 153005 (2011).
- [74] D. H. Smith, E. Braaten, D. Kang und L. Platter, „Two-Body and Three-Body Contacts for Identical Bosons near Unitarity“, Physical Review Letters **112**, 110402 (2014).
- [75] F. Werner und Y. Castin, „General relations for quantum gases in two and three dimensions. II. Bosons and mixtures“, Physical Review A **86**, 053633 (2012).
- [76] F. Chevy und C. Salomon, „Strongly correlated Bose gases“, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **49**, 192001 (2016).

-
- [77] R. J. Wild, P. Makotyn, J. M. Pino, E. A. Cornell und D. S. Jin, „Measurements of Tan’s Contact in an Atomic Bose-Einstein Condensate“, *Physical Review Letters* **108**, 145305 (2012).
- [78] R. J. Fletcher, R. Lopes, J. Man, N. Navon, R. P. Smith, M. W. Zwierlein und Z. Hadzibabic, „Two-and three-body contacts in the unitary Bose gas“, *Science* **355**, 377 (2017).
- [79] C. E. Klauss, X. Xie, C. Lopez-Abadia, J. P. D’Incao, Z. Hadzibabic, D. S. Jin und E. A. Cornell, „Observation of Efimov molecules created from a resonantly interacting Bose gas“, *Physical Review Letters* **119**, 143401 (2017).
- [80] P. Makotyn, C. E. Klauss, D. L. Goldberger, E. A. Cornell und D. S. Jin, „Universal dynamics of a degenerate unitary Bose gas“, *Nature Physics* **10**, 116 (2014).
- [81] C. Eigen, J. A. P. Glidden, R. Lopes, N. Navon, Z. Hadzibabic und R. P. Smith, „Universal Scaling Laws in the Dynamics of a Homogeneous Unitary Bose Gas“, *Physical Review Letters* **119**, 250404 (2017).
- [82] C. Eigen, J. A. P. Glidden, R. Lopes, E. A. Cornell, R. P. Smith und Z. Hadzibabic, „Universal prethermal dynamics of Bose gases quenched to unitarity“, *Nature* **563**, 221 (2018).
- [83] S. Musolino, V. E. Colussi und S. J. J. M. F. Kokkelmans, „Pair formation in quenched unitary Bose gases“, *Physical Review A* **100**, 013612 (2019).
- [84] M. Eisele, R. A. W. Maier und C. Zimmermann, „Fast In Situ Observation of Atomic Feshbach Resonances by Photoassociative Ionization“, *Physical Review Letters* **124**, 123401 (2020).
- [85] H. Friedrich, *Scattering Theory* (Springer Berlin Heidelberg, 2013).
- [86] T. Wu und T. Ohmura, *Quantum theory of scattering*, Prentice-Hall international series in physics (Prentice-Hall, 1962).
- [87] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics (Revised Edition)* (Addison-Wesley Pub. Co, Reading, Mass, 1993).
- [88] J. Dalibard, „Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases“, *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi"* **140**, 321 (1999).
- [89] N. Balakrishnan, V. Kharchenko, R. Forrey und A. Dalgarno, „Complex scattering lengths in multi-channel atom–molecule collisions“, *Chemical Physics Letters* **280**, 5 (1997).
- [90] M. Naraschewski und R. J. Glauber, „Spatial coherence and density correlations of trapped Bose gases“, *Physical Review A* **59**, 4595 (1999).

- [91] A. Y. Cherny und A. A. Shanenko, „Short-range particle correlations in a dilute Bose gas“, *Physical Review E* **62**, 1646 (2000).
- [92] P. Naidon und F. ç. Masnou-Seeuws, „Pair dynamics in the formation of molecules in a Bose-Einstein condensate“, *Physical Review A* **68**, 033612 (2003).
- [93] H. T. C. Stoof, J. M. V. A. Koelman und B. J. Verhaar, „Spin-exchange and dipole relaxation rates in atomic hydrogen: Rigorous and simplified calculations“, *Physical Review B* **38**, 4688 (1988).
- [94] B. Shizgal, „Kinetic theory calculation of the NMR relaxation time of dilute ^3He gas“, *The Journal of Chemical Physics* **58**, 3424 (1973).
- [95] Kempen, EGM (Eric) Van, „Feshbach resonances in cold atomic gases“, Dissertation (Technische Universiteit Eindhoven, 2006).
- [96] A. Marte, „Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter Rubidiumatome“, Dissertation (Technische Universität München, 2003).
- [97] G. Hädinger, S. Magnier und M. Aubert-Frecon, „A Particular Case of Asymptotic Formulas for Exchange Energy between Two Long-Range Interacting Atoms with Open Valence Shells of Any Type: Application to the Ground State of Alkali Dimers“, *Journal of Molecular Spectroscopy* **175**, 441 (1996).
- [98] T. Y. Chang, „Moderately Long-Range Interatomic Forces“, *Reviews of Modern Physics* **39**, 911 (1967).
- [99] A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar und A. Axelsson, „Resonances in ultracold collisions of ^6Li , ^7Li , and ^{23}Na “, *Physical Review A* **51**, 4852 (1995).
- [100] F. H. Mies, C. J. Williams, P. S. Julienne und M. Krauss, „Estimating bounds on collisional relaxation rates of spin-polarized ^{87}Rb atoms at ultracold temperatures“, *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology* **101**, 521 (1996).
- [101] S. Kotochigova, E. Tiesinga und P. S. Julienne, „Relativistic ab initio treatment of the second-order spin-orbit splitting of the $a^3\Sigma_u^+$ potential of rubidium and cesium dimers“, *Physical Review A* **63**, 012517 (2000).
- [102] P. S. Julienne und B. Gao, „Simple Theoretical Models for Resonant Cold Atom Interactions“, *AIP Conference Proceedings* **869**, 261 (2006).
- [103] E. G. M. van Kempen, S. J. J. M. F. Kokkelmans, D. J. Heinzen und B. J. Verhaar, „Interisotope Determination of Ultracold Rubidium Interactions from Three High-Precision Experiments“, *Physical Review Letters* **88**, 093201 (2002).
- [104] G. F. Gribakin und V. V. Flambaum, „Calculation of the scattering length in atomic collisions using the semiclassical approximation“, *Physical Review A* **48**, 546 (1993).

-
- [105] F. H. Mies und P. S. Julienne, „A multichannel quantum defect analysis of two-state couplings in diatomic molecules“, *The Journal of Chemical Physics* **80**, 2526 (1984).
- [106] F. H. Mies, „A multichannel quantum defect analysis of diatomic predissociation and inelastic atomic scattering“, *The Journal of Chemical Physics* **80**, 2514 (1984).
- [107] P. S. Julienne und F. H. Mies, „Collisions of ultracoldtrapped atoms“, *Journal of the Optical Society of America B* **6**, 2257 (1989).
- [108] F. H. Mies und M. Raoult, „Analysis of threshold effects in ultracold atomic collisions“, *Physical Review A* **62**, 012708 (2000).
- [109] F. H. Mies, E. Tiesinga und P. S. Julienne, „Manipulation of Feshbach resonances in ultracold atomic collisions using time-dependent magnetic fields“, *Physical Review A* **61**, 022721 (2000).
- [110] F. Hund, „Zur Deutung der Molekelspektren. II“, *Zeitschrift für Physik* **42**, 93 (1927).
- [111] W. Demtröder, *Molekülphysik* (De Gruyter, Berlin, Boston, 1. Feb. 2013).
- [112] G. Herzberg, *Molecular Spectra and Molecular Structure*, Band 1 (Read Books Ltd, 2013).
- [113] C. G. Parigger und J. O. Hornkohl, „Using the Morse potential in diatomic spectroscopy“, in *Quantum Mechanics of the Diatomic Molecule with Applications*, 2053-2563 (IOP Publishing Ltd 202, Nov. 2019), Seiten 12-1–12-7.
- [114] R. Napolitano, J. Weiner, C. J. Williams und P. S. Julienne, „Line Shapes of High Resolution Photoassociation Spectra of Optically Cooled Atoms“, *Physical Review Letters* **73**, 1352 (1994).
- [115] J. L. Bohn und P. S. Julienne, „Semianalytic theory of laser-assisted resonant cold collisions“, *Physical Review A* **60**, 414 (1999).
- [116] P. Pillet, A. Crubellier, A. Bleton, O. Dulieu, P. Nosbaum, I. Mourachko und F. Masnou-Seeuws, „Photoassociation in a gas of cold alkali atoms: I. Perturbative quantum approach“, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **30**, 2801 (1997).
- [117] A. Jabłoński, „General Theory of Pressure Broadening of Spectral Lines“, *Physical Review* **68**, 78 (1945).
- [118] P. Julienne, „Cold binary atomic collisions in a light field“, *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology* **101**, 487 (1996).

- [119] C. Boisseau, E. Audouard, J. Vigué und P. S. Julienne, „Reflection approximation in photoassociation spectroscopy“, *Physical Review A* **62**, 052705 (2000).
- [120] A. Härter, A. Krüchow, M. Deiß, B. Drews, E. Tiemann und J. H. Denschlag, „Population distribution of product states following three-body recombination in an ultracold atomic gas“, *Nature Physics* **9**, 512 (2013).
- [121] H. Silberbach, P. Schwerdtfeger, H. Stoll und H. Preuss, „Ground and excited states of Rb_2^+ and Cs_2^+ by means of quasi-relativistic pseudo-potentials including core polarisation“, *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* **19**, 501 (1986).
- [122] M. Aymar, S. Azizi und O. Dulieu, „Model-potential calculations for ground and excited states of Rb_2^+ , Cs_2^+ and RbCs^+ ions“, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **36**, 4799 (2003).
- [123] S. Jyothi, T. Ray, S. Dutta, A. Allouche, R. Vexiau, O. Dulieu und S. Rangwala, „Photodissociation of Trapped Rb_2^+ : Implications for Simultaneous Trapping of Atoms and Molecular Ions“, *Physical Review Letters* **117**, 213002 (2016).
- [124] S. J. Park, S. W. Suh, Y. S. Lee und G.-H. Jeung, „Theoretical Study of the Electronic States of the Rb_2 Molecule“, *Journal of Molecular Spectroscopy* **207**, 129 (2001).
- [125] A.-R. Allouche und M. Aubert-Frécon, „Transition dipole moments between the low-lying $\Omega_{g,u}^{+/-}$ states of the Rb_2 and Cs_2 molecules“, *The Journal of Chemical Physics* **136**, 114302 (2012).
- [126] A. Lindgård und S. E. Nielsen, „Transition probabilities for the alkali isoelectronic sequences Li I, Na I, K I, Rb I, Cs I, Fr I“, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **19**, 533 (1977).
- [127] D. J. McCabe, „The formation of ultracold rubidium molecules using ultrafast photoassociation“, Dissertation (University of Oxford, 2010).
- [128] P. Pellegrini, M. Gacesa und R. Côté, „Giant Formation Rates of Ultracold Molecules via Feshbach-Optimized Photoassociation“, *Physical Review Letters* **101**, 053201 (2008).
- [129] P.-I. Schneider und A. Saenz, „Two-channel model of photoassociation in the vicinity of a Feshbach resonance“, *Physical Review A* **80**, 061401 (2009).
- [130] J. Deiglmayr, P. Pellegrini, A. Grochola, M. Repp, R. Côté, O. Dulieu, R. Wester und M. Weidemüller, „Influence of a Feshbach resonance on the photoassociation of LiCs “, *New Journal of Physics* **11**, 055034 (2009).

-
- [131] X.-J. Hu, J.-L. Li, T. Xie, Y.-C. Han und S.-L. Cong, „Short-pulse photoassociation of ^{40}K and ^{87}Rb atoms in the vicinity of magnetically tuned Feshbach resonances“, *Physical Review A* **92**, 032709 (2015).
- [132] M. Semczuk, X. Li, W. Gunton, M. Haw, N. S. Dattani, J. Witz, A. K. Mills, D. J. Jones und K. W. Madison, „High-resolution photoassociation spectroscopy of the $^6\text{Li}_2$ $1^3\Sigma_g^+$ state“, *Physical Review A* **87**, 052505 (2013).
- [133] G. Gamow, „Zur Quantentheorie des Atomkernes“, *Zeitschrift für Physik* **51**, 204 (1928).
- [134] E. Hobson, *A treatise on plane and advanced trigonometry* (Dover Publications, Mineola, N.Y, 2005), Seiten 331–333.
- [135] M. Abramowitz und I. Stegun, *Handbook of mathematical functions, with formulas, graphs, and mathematical tables* (Dover Publications, New York, 1965), Seite 81.
- [136] H. J. Metcalf und P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer New York, 1999).
- [137] C. Silber, „Sympathetisches Kühlen von $^6\text{Lithium}$ mit $^{87}\text{Rubidium}$ “, Dissertation (Eberhard Karls Universität Tübingen, 2006).
- [138] S. Günther, „Wechselwirkungen kalter Li-Rb-Gase im entarteten Regime“, Dissertation (Eberhard Karls Universität Tübingen, 2006).
- [139] B. Deh, „Braggbeugung von Fermionen an optischen Potentialen“, Dissertation (Eberhard Karls Universität Tübingen, 2008).
- [140] C. Marzok, „Heteronukleare Feshbachresonanzen in ultrakalten Lithium-Rubidium-Gemischen“, Dissertation (Eberhard Karls Universität Tübingen, 2009).
- [141] R. Maier, „Efimov-Physik im Lithium-Rubidium-Gemisch“, Dissertation (Eberhard Karls Universität Tübingen, 2018).
- [142] C. J. Foot *et al.*, *Atomic physics*, Band 7 (Oxford University Press, 2005).
- [143] Y. Gott, M. Ioffe und V. Telkovsky, „Proc. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1962 (Salzburg, Austria, 1961)“, in *Nuclear Fusion, 1962 Supplement Part 3* (International Atomic Energy Agency, 1962), Seiten 1045–1049.
- [144] D. E. Pritchard, „Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy“, *Physical Review Letters* **51**, 1336 (1983).
- [145] J. T. Conway, „Exact solutions for the magnetic fields of axisymmetric solenoids and current distributions“, *IEEE Transactions on Magnetics* **37**, 2977 (2001).
- [146] D. A. Steck, *Quantum and Atom Optics*, revision 0.12.6 (2019).

- [147] E. Arimondo, M. Inguscio und P. Violino, „Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms“, *Reviews of Modern Physics* **49**, 31 (1977).
- [148] S. Bize, Y. Sortais, M. S. Santos, C. Mandache, A. Clairon und C. Salomon, „High-accuracy measurement of the ^{87}Rb ground-state hyperfine splitting in an atomic fountain“, *Europhysics Letters (EPL)* **45**, 558 (1999).
- [149] G. Breit und I. I. Rabi, „Measurement of Nuclear Spin“, *Physical Review* **38**, 2082 (1931).
- [150] W. H. Wing, „On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields“, *Progress in Quantum Electronics* **8**, 181 (1984).
- [151] R. Grimm, M. Weidemüller und Y. B. Ovchinnikov, „Optical Dipole Traps for Neutral Atoms“, in *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, Band 42 (Elsevier, 2000), Seiten 95–170.
- [152] H. Kogelnik und T. Li, „Laser beams and resonators“, *Applied Optics* **5**, 1550 (1966).
- [153] L. A. Dietz, „Basic Properties of Electron Multiplier Ion Detection and Pulse Counting Methods in Mass Spectrometry“, *Review of Scientific Instruments* **36**, 1763 (1965).
- [154] D. S. Evans, „Low Energy Charged-Particle Detection Using the Continuous-Channel Electron Multiplier“, *Review of Scientific Instruments* **36**, 375 (1965).
- [155] Burle Electro-Optics Inc., „Channeltron electron multiplier handbook for mass spectrometry applications“, (2008).
- [156] F. Henkel, „Photoionisation detection of single ^{87}Rb -atoms using channel electron multipliers“, Dissertation (Ludwig-Maximilians-Universität München, Nov. 2011).
- [157] G. Fraser, „The ion detection efficiency of microchannel plates (MCPs)“, *International Journal of Mass Spectrometry* **215**, Detectors and the Measurement of Mass Spectra, 13 (2002).
- [158] M. Seah und G. Smith, „Energy and spatial dependence of the electron detection efficiencies of single channel electron multipliers used in electron spectroscopy“, *Review of Scientific Instruments* **62**, 62 (1991).
- [159] I. Drummond, „The ion optics of low-energy ion beams“, *Vacuum* **34**, 51 (1984).
- [160] D. A. Dahl, „SIMION for the personal computer in reflection“, *International Journal of Mass Spectrometry* **200**, Volume 200: The state of the field as we move into a new millenium, 3 (2000).
- [161] I. S. I. Services, „SIMION Version 8.0 user manual“ (2006).

- [162] T. Miller, „Atomic and Molecular Polarizabilities“, in D. Lide, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 81. Auflage (CRC Press, Boca Raton, 2000).
- [163] B. Marcelis, B. Verhaar und S. Kokkelmans, „Total Control over Ultracold Interactions via Electric and Magnetic Fields“, *Physical Review Letters* **100**, 153201 (2008).
- [164] M. Marinescu und L. You, „Controlling Atom-Atom Interaction at Ultralow Temperatures by dc Electric Fields“, *Physical Review Letters* **81**, 4596 (1998).
- [165] B. Marcelis, E. G. M. van Kempen, B. J. Verhaar und S. J. J. M. F. Kokkelmans, „Feshbach resonances with large background scattering length: Interplay with open-channel resonances“, *Physical Review A* **70**, 012701 (2004).
- [166] R. V. Krems, „Controlling Collisions of Ultracold Atoms with dc Electric Fields“, *Physical Review Letters* **96**, 123202 (2006).
- [167] Z. Li und K. W. Madison, „Effects of electric fields on heteronuclear feshbach resonances in ultracold ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ mixtures“, *Physical Review A* **79**, 042711 (2009).
- [168] C. F. Barnett und J. A. Ray, „Channel Electron Multipliers in Magnetic Fields“, *Review of Scientific Instruments* **41**, 1665 (1970).
- [169] Y. B. Hahn, R. E. Hebner, D. R. Kastelein und K. J. Nygaard, „Channeltron Gain in Magnetic Fields“, *Review of Scientific Instruments* **43**, 695 (1972).
- [170] T. L. Chenevert und P. W. Zitzewitz, „Performance of a spiralled continuous electron multiplier in a magnetic field“, *Review of Scientific Instruments* **48**, 1601 (1977).
- [171] F. Nez, F. Biraben, R. Felder und Y. Millerioux, „Optical frequency determination of the hyperfine components of the $5S_{1/2}$ - $5D_{3/2}$ two-photon transitions in rubidium“, *Optics Communications* **102**, 432 (1993).
- [172] F. Nez, F. Biraben, R. Felder und Y. Millerioux, „Erratum“, *Optics Communications* **110**, 731 (1994).
- [173] S. Kraft, A. Günther, J. Fortágh und C. Zimmermann, „Spatially resolved photoionization of ultracold atoms on an atom chip“, *Physical Review A* **75**, 063605 (2007).
- [174] H. Dinesch, „Entwicklung eines hochauflösenden Ionenmikroskops für kalte Atome“, Dissertation (Eberhard Karls Universität Tübingen, 2018).
- [175] T. T. Grove, V. Sanchez-Villicana, B. C. Duncan, S. Maleki und P. L. Gould, „Two-photon two-color diode laser spectroscopy of the Rb $5D_{5/2}$ state“, *Physica Scripta* **52**, 271 (1995).

- [176] D. Sheng, A. Pérez Galván und L. A. Orozco, „Lifetime measurements of the $5d$ states of rubidium“, *Physical Review A* **78**, 062506 (2008).
- [177] B. C. Duncan, V. Sanchez-Villicana, P. L. Gould und H. R. Sadeghpour, „Measurement of the $\text{Rb}(5D_{5/2})$ photoionization cross section using trapped atoms“, *Physical Review A* **63**, 043411 (2001).
- [178] J. Ye, S. Swartz, P. Jungner und J. L. Hall, „Hyperfine structure and absolute frequency of the $^{87}\text{Rb } 5P_{3/2}$ state“, *Optics Letters* **21**, 1280 (1996).
- [179] M. S. Safronova, C. J. Williams und C. W. Clark, „Relativistic many-body calculations of electric-dipole matrix elements, lifetimes, and polarizabilities in rubidium“, *Physical Review A* **69**, 022509 (2004).
- [180] Y. Millerioux, D. Touahri, L. Hilico, A. Clairon, R. Felder, F. Biraben und B. de Beauvoir, „Towards an accurate frequency standard at $\lambda = 778$ nm using a laser diode stabilized on a hyperfine component of the Doppler-free two-photon transitions in rubidium“, *Optics Communications* **108**, 91 (1994).
- [181] S. Kraft, „Vom Atomchip zur Mikroatomik: Einzelatommachweis in Mikrofallen durch Photoionisation“, Dissertation (Eberhard Karls Universität Tübingen, 2006).
- [182] A. J. Olson, E. J. Carlson und S. K. Mayer, „Two-photon spectroscopy of rubidium using a grating-feedback diode laser“, *American Journal of Physics* **74**, 218 (2006).
- [183] V. Jacques, B. Hingant, A. Allafort, M. Pigeard und J. Roch, „Nonlinear spectroscopy of rubidium: an undergraduate experiment“, *European Journal of Physics* **30**, 921 (2009).
- [184] D. Lide, *CRC handbook of chemistry and physics, 2000-2001* (CRC Press, Boca Raton, 2000).
- [185] T. Köhler, K. Góral und P. S. Julienne, „Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances“, *Reviews of Modern Physics* **78**, 1311 (2006).
- [186] T. Volz, „Ultracold Rubidium Molecules“, Dissertation (Technische Universität München, 2007).
- [187] R. Pires, J. Ulmanis, S. Häfner, M. Repp, A. Arias, E. D. Kuhnle und M. Weidemüller, „Observation of Efimov Resonances in a Mixture with Extreme Mass Imbalance“, *Physical Review Letters* **112**, 250404 (2014).
- [188] J. Johansen, B. DeSalvo, K. Patel und C. Chin, „Testing universality of Efimov physics across broad and narrow Feshbach resonances“, *Nature Physics* **13**, 731 (2017).

-
- [189] J. Ulmanis, „Universality and non-universality in the heteronuclear Efimov scenario with large mass imbalance“, Dissertation (Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2015).
- [190] M. P. Bradley, J. V. Porto, S. Rainville, J. K. Thompson und D. E. Pritchard, „Penning Trap Measurements of the Masses of ^{133}Cs , $^{87,85}\text{Rb}$, and ^{23}Na with Uncertainties ≤ 0.2 ppb“, *Physical Review Letters* **83**, 4510 (1999).
- [191] E. Tiesinga, P. J. Mohr, D. B. Newell und B. N. Taylor, „The 2018 CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants“, Web Version **8.1** (2020).
- [192] P. Zorabedian und W. R. Trutna, „Interference-filter-tuned, alignment-stabilized, semiconductor external-cavity laser“, *Optics Letters* **13**, 826 (1988).
- [193] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon und P. Rosenbusch, „Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers“, *Optics Communications* **266**, 609 (2006).
- [194] M. Gilowski, C. Schubert, M. Zaiser, W. Herr, T. Wübbena, T. Wendrich, T. Müller, E. Rasel und W. Ertmer, „Narrow bandwidth interference filter-stabilized diode laser systems for the manipulation of neutral atoms“, *Optics Communications* **280**, 443 (2007).
- [195] S. Bennetts, G. D. McDonald, K. S. Hardman, J. E. Debs, C. C. N. Kuhn, J. D. Close und N. P. Robins, „External cavity diode lasers with 5kHz linewidth and 200nm tuning range at $1.55\mu\text{m}$ and methods for linewidth measurement“, *Optics Express* **22**, 10642 (2014).
- [196] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König und T. Hänsch, „A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics“, *Optics Communications* **117**, 541 (1995).